بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه الزهراء

دانشکده علوم‌پایه

پایان‌نامه
برای دریافت درجه دکتری در رشته

فیزیک

گرایش ماده چگال

عنوان

تحلیل فراکتالی و هندسی سطوح ناهموار

استاد راهنما

دکتر اميرعلي مسعودي

استاد مشاور

دکتر محمد رضا رحيمي تبار
دکتر سید محمد صادق موحد

دانشجو

سکينه حسين آبادي

اسفند ۱۳۹۰

قدردانی و تشکر

قبل از هر چیز لازم می دانم از راهنمایی های ارزشمند اساتید محترم جناب آقای دکتر مسعودی و جناب آقای دکتر موحد که انجام این رساله، مرهون راهنمایی های دقیق و پیگیرانه این بزرگواران می باشد کمال تشکر و سپاس را داشته باشم.

همچنین از اساتید محترم جناب آقایان دکتر رجب پور و دکتر واعظ که از راهنمایی های بی دریغ ایشان در طی مدت انجام این تحقیق بهره های فراوان برده ام و نیز از جناب آقای قاسمی که از مشورت و هم فکری با ایشان بهره برده ام کمال تشکر را دارم.

از اساتید محترم جناب آقایان دکتر رحیمی تبار، دکتر کهندل و دکتر داوودی نیز به دلیل مشاوره های ارزشمند ایشان در این مدت سپاسگزارم.

چکیده

کمیت های متعددی در شکل گیری یک سطح زبر ایفای نقش می کنند؛ از این رو، سطوح زبر در زمره فرایندهای پیچیده ی فیزیک قرار می گیرند. یکی از رهیافت های تحلیل آنها، استفاده از فیزیک آماری و مفاهیم فراکتالی می باشد. در این پایان نامه، ابتدا سطوح زبر آلومینیومی را در آزمایشگاه تولید می کنیم و در مراحل مختلف رشد، مشخصات آماری سطوح مورد نظر را با تعیین کمیتهای مختلفی از جمله زبری، طول همبستگی و طول مارکوف به دست می آوریم. همچنین معادله فوکر پلانک حاکم بر تابع توزیع و معادله لانژون حاکم بر ارتفاع سطوح را مورد بررسی قرار می دهیم. در بخشی دیگر، مدلهای رشد را بر روی زیر لایه های مربعی، مثلثی ، لانه زنبوری و زیر لایه های نامنظم وورونو [1] شبیه سازی نموده و نشان می دهیم نماهای رشد و زبری این مدلها در انباشت روی شبکه های مختلف ناوردا باقی می ماند. با بکارگیری خاصیت سطوح مارکوف، رهیافتی تئوری برای تعیین نمای زبری مدل RSOS در دو بعد ارائه می کنیم. همچنین در مورد مدل رشد SOS[2] (جامد بر جامد) نشان می دهیم که با تغییر S (اختلاف ارتفاع میان همسایگان مجاور)، کلاس جهانی این مدل از RD به KPZ تغییر می کند و زمان گذار $t_\times$ از طریق یک رابطه توانی با S مرتبط است. به منظور تحلیل هندسی سطوح زبر، در آخرین بخش این رساله، نماهای هندسی کانتورهای سطوح چند فراکتال ساخته شده با روش ضرب آبشاری را مورد مطالعه قرار می دهیم. سطوح چندفراکتال تکینه، با استفاده از روش p تولید می شوند؛ سپس سطوح چندفراکتال نرم، با تبدیل فوریه سطوح تکینه و با کمک کمیت نرم سازی H^* شبیه سازی می شوند. بعد فراکتالی تعمیم یافته $D(q)$ ، نمای همبستگی کانتورها ، x_l ، نمای همبستگی توزیع تجمعی مساحت ، ξ و محیط کانتورها ، η ، برای هر دو نوع سطوح ساخته شده تعیین می شوند. نتایج نشان می دهند که روابط مقیاس بندی ویژه برای این کانتورها مشابه با سطوح تک فراکتال است. کمیت H^* نقش مهمی در سطوح چندفراکتال نرم دارد. تمام نماهای هندسی این سطوح نرم با نمای H^* کنترل می شوند. بر خلاف این سطوح، نماهای هندسی کانتورهای سطوح تکینه نه فقط به نمای هارست بلکه به طیف چندفراکتالی این سطوح نیز وابسته هستند. همچنین با تعیین بعد فراکتالی تعمیم یافته کانتورهای سطوح تکینه و نرم ، نشان می دهیم که این کانتورها خاصیت چندفراکتالی دارند.

[1] Voronoi

[2] Solid On Solid

فهرست مطالب

فهرست شکلها

پیش گفتار

پدیده های رشد و انباشت لایه های نازک که منجر به تشکیل سطوحی با ناهمواری های متفاوت و در نتیجه خواص و شکل متفاوت می شود از اهمیت به سزایی در علوم مختلف به خصوص سیستم های پیچیده و آماری برخوردار است.

سطوح ناهموار ایجاد شده در اثر پدیده رشد از نقطه نظر شکل و خواص آماری مورد توجه بسیاری از محققان تجربی بوده و در بسیاری از پدیده های فیزیکی و شیمیایی مورد اهمیت است. به عنوان مثال زبری یا ناهمواری سطح در خواص اپتیکی لایه های نازک و پراکندگی موثر از این لایه ها نقش مهمی بر عهده دارد؛ همچنین زبری سطوح در چسبندگی لایه ها با یکدیگر و اصطکاک آنها و یا خاصیت الکترونیکی لایه ها موثر است. [۹-۱] .

فهم تحول ناهمواری در پدیده رشد، می تواند کمک به سزایی در کنترل این پدیده داشته باشد و از لحاظ کاربردی هم مفید واقع شود [۱۳-۱۰] ؛ افزایش زبری و ناهمواری در لایه های نازک بکار رفته در قطعات الکترونیکی می تواند باعث افزایش مراکز پراکندگی شده که این امر بر روی خواص اپتیکی این لایه ها موثر است [۱۴] .

تغییر ناهمواری ضمن رشد می تواند ناشی از روش های متفاوت رشد سطوح مانند انباشت (رسوب گذاری) حاصل از ماده تبخیر شده در خلا (PVD) ، رشد یا انباشت الکتروشیمیایی (CVD) [۱، ۲، ۱۵] ، رو نشستی پرتو مولکولی (MBE) [۲۰-۱۶] ، رشد باکتریها و بافتهای بیولوژیکی [۲۵-۲۱] باشد.

گاهی اوقات نیز سطوح ناهموار از فرسایش (خوردگی) یا پوسیدگی ایجاد می شوند [۲۱] .

تکنولوژی بکار رفته در ساخت تراشه های کامپیوتری و سایر اجسام نیمه رسانا مثالی از انباشت اتمی است؛ در انباشت اتمی بر سطح صفحه سیلیسیم، اتم های سیلیسیم، بر خلاف دانه های برف، به محض تماس با اولین نقطه به آن نمی چسبند، بلکه زمانی که اتم سیلیسیم به لبه یک ناهمواری می رسد، با اتم های همسایه پیوند کووالانسی تشکیل می دهد و آنگاه است که به احتمال زیاد به لبه می چسبد. البته احتمال کمی هم وجود دارد که این پیوند بشکند. اگر جریان ورودی شدید باشد، تعداد زیادی اتم با موقعیت نامعین و متغیر بر روی سطح بمباران می شوند و با هم برخورد می کنند و سپس به هم می چسبند. در این صورت توده هایی بر روی سطح به وجود می آیند که اغلب شکل معین و منظمی ندارند؛ اگر رسوب اتم ها ادامه یابد، توده های کوچکی بر روی توده های بزرگتر ایجاد می شوند و سرانجام فصل مشترک به صورتی کاملاً ناهموار در می آید [۱، ۲]

وجود پارامترهای بسیاری می تواند در تغییر ناهمواری و شکل گیری سطوح در حال رشد موثر باشد؛ از جمله این پارامترها می توان به دمای زیر لایه، دمای محیطی که رشد در آن صورت می گیرد، جنس زیر لایه، جنس

مواد لایه ها و نیز پیوند میان ماده و زیر لایه و آهنگ رشد اشاره کرد [۱] .

به علت گسترده بودن این پارامترها، استفاده از رهیافت فیزیک آماری در توصیف نحوه رشد و تغییر ناهمواری روشی کارا و مفید به نظر می آید؛ بنابر این مدلهای آماری پدیده انباشت توجه بسیاری را به خود جلب کرده اند. این مدلهای آماری می تواند با بکارگیری مکانیسم های اصلی در پدیده رشد و چشم پوشی از جزییات تا حد خوبی به توصیف ناهمواری ایجاد شده ضمن رشد پرداخته و در تعیین خواص آماری لایه های انباشت شده تاثیر مهمی داشته باشند.

بعضی از این مدلهای آماری مانند مدل BD یا انباشت بالیستیکی [۲۹-۲۷] و مدل Eden [۲۶] ، به توصیف پدیده انباشت ناشی از فاز بخار و رشد بیولوژیکی می پردازند؛ از جمله سایر مدلها عبارتند از RD ، RSDR ، SOS ، RSOS ، BCSOS [۴۰-۳۳،۱۴] و مدل Family -Vicsek [۲۷، ۲۸] . مدلهايي مانند BD و Eden محدوديتهايي دارند و نمي توان نماهاي مقياس بندي را در آنها بطور دقيق يافت. براي غالب آمدن بر اين محدوديتها بايد مدلهاي ديگري را بكار گيريم، يك نمونه خوب از اين مدلها، مدل SOS (جامد روي جامد) است كه نماهاي مقياس بندي را بطور دقيق به ما مي دهد. همچنين مدل RSOS (جامد روي جامد محدود شده) به علت كاربرد گسترده اش مورد توجه بسياري قرار گرفته است. عقيده بر اين است كه اين مدل در حد پيوستار يك بعدي به كلاس جهاني KPZ تعلق دارد [۴۵-۴۱] .

در حالت کلی مورفولوژی یک سطح ناشی از نحوه تجمع ذرات کنار یکدیگر است که مدلهای مختلف ارائه شده این امر راتحقق می بخشند.

در فرآیندهایی که از یک سطح صاف شروع می شوند و آهنگ انباشت در مقایسه با پخش چشمگیرتر است، در زمان اولیه یک رشد تصادفی مشاهده می شود و پس از آن پخش، جذب و سایر مکانیسم ها در قالب همبستگی سطحی وارد می شوند.

به طور کلی پدیده نمو یا رشد شامل نوفه یا تصادف است که تصادف نقش اساسی را در شکل گیری فرم نهایی فصل مشترک بازی می کند. منشأ تصادف به فرآیندی که مورد مطالعه قرار گرفته است، بستگی دارد. در مسائل جریان مایع، منشأ تصادف، طبیعت بی نظم محیطی است که فصل مشترک در آن رشد می کند. در ابر رساناها، نیروهای بنیادین مستقل از زمان، همراه با تغییرات حرارتی، وضعیت دینامیکی نهایی خطوط جریان را کنترل می کنند. در فرآیند نشست، این طبیعت غیر یکنواخت است که بر جریان ورودی اتم ها و جایگزینی آنها با فاصله زمانی نامعین و تصادفی، اثر می گذارد. همچنین تا زمانی که اتم ها خط سیر براونی دارند، طبیعتی تصادفی بر پخش شدن اتم های جذب شده بر سطح، حاکم است. به طور کلی طبیعت تصادفی شکل گیری پدیده های

مختلف بر روی فصل مشترک ایجاد شده ضمن آن پدیده، تاثیر گذار است. برای اهمیت فصل مشترک کافی است که به مثال زیر توجه کنیم:

بشر روی سطح زمین راه می رود، برای نشستن روی یک تخته سنگ با سطح آن تماس می یابد. ولی هیچ کس به این مسأله توجه نمی کند که مرکز زمین از مواد مایع یا جامد تشکیل شده است. برای یک سلول زنده نیز، غشاء سلولی تنها نقش یک سد با قابلیت عبور مواد خاص را ندارد؛ بلکه مستقیماً بر روی این سطح یک سلسله فعل و انفعالات بسیار مهم اتفاق می افتد. تمام این سطوح قابل مشاهده، بسته به مقیاس مشاهده کاملاً متفاوت هستند.

برای مثال فرض می کنیم سطح کره زمین، سطح مورد بررسی ما باشد؛ اگر این سطح از فضا مورد مشاهده قرار گیرد، به صورت کره ای هموار و صاف به نظر می رسد، در حالی که ناظر روی زمین آن را ناهموار مشاهده می کند. بنابراین، با تغییر مقیاس مشاهده، شکل سطح نیز تغییر می کند. در مطالعه سطوح ناهموار، علاوه بر بررسی شکل و زبری، دینامیک سطح یعنی تحول زمانی آن نیز برای ما مهم است.

دینامیک سطوح ناهموار را می توان در گروه فرایندهای تصادفی غیر تعادلی دانست که اغلب بررسی این مطلب از طریق یافتن معادلات دیفرانسیلی تصادفی مناسب با پدیده رشد مربوطه انجام می شود. یافتن تقارن های حاکم بر مدل رشد می تواند در تعیین این معادلات دیفرانسیلی کمک کند.

اغلب فرآیند های رشد، از تقارن های ساده ای تبعیت می کنند؛ به طوری که می توان آنها را به طور دقیق حل کرد. مدل های رشدی هم وجود دارند که معادلاتی غیر خطی و غیر قابل حل بر آنها حاکم هستند که این گونه معادلات را می توان به کمک روش های تقریبی حل نمود [۳۸، ۴۱، ۵۶، ۵۷] .

برخلاف سطوحی که با تغییر مقیاس شکل ظاهری آنها کاملاً تغییر می کند، نمونه های فراکتالی موجود در طبیعت، حتی با مقیاس های مشاهده متفاوت نیز یکسان دیده می شوند. در حقیقت بسیاری از فصول مشترک و سطوح خارجی، نمونه ایی از سطوح خود متناسب یا خود ترکیب اند که حد واسط سطوح فراکتالی و غیر فراکتالی می باشند. در سطوح غیر فراکتالی ، زمانی که در یک جسم، تغییر مقیاسی به طور مشابه و در تمام ابعاد آن به وجود می آید، این خاصیت سبب تغییر شکل آن می شود. در حالیکه در مورد فراکتال ها زمانی که تغیرات مقیاس متفاوت در جهات مختلف اتفاق می افتد، شکل فصل مشترک ها تغییر نمی کند،. نتیجه این رفتار فراکتالی، تشابه قبل و بعد از تبدیل است. [۵۰-۴۶]

استفاده از قوانین تشابه منجر به فهم برخی خواص سطوح ناهموار در طبیعت می شود.

یکی از مفاهیم جدیدی که به منظور مطالعه فرآیند ناهمواری های مختلف مورد استفاده قرار می گیرد، مقیاس

بندی است. مقیاس بندی قدرت پیشگویی اعجاب انگیزی دارد. یک ابتکار ساده به ما اجازه می دهد که بین کمیت های مستقل و خواص، همبستگی ایجاد کنیم. تعداد زیادی از کمیت های قابل اندازه گیری، تابع روابط معیار ساده ای هستند. به عنوان مثال برای تعداد زیادی از سیستم ها، پهنای فصل مشترک قابل محاسبه است. پهنا با توانی از زمان افزایش می یابد و در یک مقدار معلوم اشباع می شود که این حد، مقدار نهایی اندازه سیستم است.

مطالعه روابط مقیاس بندی این امکان را به وجود می آورد که کلاس های جهانی تعیین شوند. مفهوم کلاس های جهانی که محصولی از مکانیک آماری جدید است، به بیان این حقیقت می پردازد که تعداد اندکی فاکتور، خواص توصیفی رفتار معیار را تعیین می کنند. بنابراین سیستم هایی که در وهله اول کاملاً مستقل به نظر می رسند، رفتار مشابهی دارند. مقادیر صفات رشد و زبری از بسیاری جزئیات سیستم و نحوه ایجاد سطح زبر مستقل هستند [۱، ۲] .

در طبیعت، پدیده های بسیاری مشاهده می شوند که با رشد سطوح مرتبط هستند. برخی از این پدیده ها عبارتند از رشد مجموعه باکتری ها، شارش مایعات در مواد متخلخل، پیشروی آب در کاغذ، انباشت لایه های نازک، رشد تومورها و . . . .

تمامی موارد فوق را می توان تحت یک چارچوب تئوری واحد یعنی آنالیز مقیاس بندی بررسی کرد؛ آنالیز مقیاس بندی سطوح در حال رشد را با مجموعه ای از نماهای بحرانی مشخص و دسته بندی می کند. این نماها تعیین کننده مورفولوژی و دینامیک سطوح در حال رشد هستند [۵۸-۵۱] .

پدیده های مختلفی که دارای نماهای بحرانی مشابه باشند متعلق به یک کلاس جهانی خواهند بود. بنابر این دسته بندی در این کلاس های جهانی این امکان را خواهد داد تا مشخص کنیم چگونه پدیده های رشد مختلف می توانند مکانیسم فیزیکی مشترکی داشته باشند.

در این پایان نامه به منظور بررسی سطوح ناهموار ابتدا به بررسی ناهمواری موجود در لایه های نازکی که در آزمایشگاه تولید شده اند می پردازیم. در این بخش خواص آماری لایه های نازک آلومینیومی که با استفاده از روش PVD (انباشت با تبخیر فیزیکی) ایجاد شده اند را بررسی می کنیم. برای بررسی افت و خیز لایه های ایجاد شده و گرفتن تصویری از سطح از میکروسکوپ نیروی اتمی AFM استفاده کرده و ارتفاع سطح ایجاد شده در مکان های مختلف را تعیین می کنیم. افت و خیز های ارتفاع یا به عبارتی زبری سطح در مراحل مختلف رشد، همبستگی میان ارتفاع ها، طول مارکوف سطح، خاصیت چند فراکتالی و معادله حاکم بر رشد سطح از جمله مواردی هستند که برای این سطوح بررسی می شوند.

در فصل های بعدی سطوح ناهمواری که با استفاده از مدل های رشد و نیز مفاهیم فراکتالی ساخته شده اند را بررسی می نماییم. در فصل ششم، مدل رشد SOS (جامد روی جامد) در دو بعد و کلاس جهانی این مدل مورد بررسی قرار گرفته است و نشان داده ایم که با تغییر اختلاف ارتفاع همسایگان مجاور (پارامتر S) کلاس جهانی این مدل رشد از مدل RSOS (جامد روی جامد محدود شده) به مدل RD (انباشت تصادفی) تغییر می یابد. همچنین تاثیر شکل زیر لایه را در مدلهای مختلف رشد بررسی نموده و نشان داده ایم که کلاس جهانی این مدل ها مستقل از شکل زیر لایه است.

در فصل آخر این پایان نامه به بررسی سطوح چند فراکتال بر مبنای آنالیز مقیاس بندی حلقه های هم ارتفاع (کانتورها) پرداخته ایم و بسیاری از نماهای هندسی را برای کانتورهای سطوح چندفراکتال تکینه و نرم شده با استفاده از روش های متفاوتی تعیین کردیم. با استفاده از محاسبات بعد فراکتالی تعمیم یافته نشان دادیم که خطوط کانتوری چندفراکتال هستند. در مورد سطوح تکینه نماها انحراف بارزی را نسبت به فرمول های شناخته شده برای سطوح تک فراکتال نشان می دهند. آنها وابسته به طیف چند فراکتالی می باشند. برای سطوح چندفراکتال نرم شده نماها را می توان فقط بر حسب یک پارامتر، درجه نرمی H^* توصیف کرد و روابط از فرمول های مربوط به سطوح تک فراکتال تبعیت می کنند. مطالعه ما نشان می دهد که حداقل برای سطوح ناهموار نرم شده می توان بسیاری از پارامترهای خطوط کانتوری را فقط با یک پارامتر بیان کرد. علی رغم اختلاف های بسیار میان خطوط کانتوری سطوح چندفراکتال و تک فراکتال نشان دادیم که روابط مقیاس بندی ویژه برای هر دو نوع چند فراکتال ساخته شده برقرار است.

فصل ۱

فرایندهای تصادفی

مقدمه

اغلب سطوحی که در طبیعت وجود دارند سطوحی زبر هستند که زبری این سطوح یا شکل پستی بلندی های موجود در آن و نیز ارتفاع سطح، پارامترهایی هستند که می توان آن ها را به عنوان یک فرایند تصادفی و از دیدگاه فیزیک آماری مورد مطالعه قرار داد؛ به عبارتی دیگر برای توصیف کامل سطوح زبر با شکلی تصادفی ناگزیر به استفاده از تکنیک های آماری هستیم. در این فصل به مفاهیم مورد استفاده در تحلیل داده های تصادفی می پردازیم که در فصل های بعد، با استفاده از این مفاهیم و تکنیک ها به مطالعه سطوح زبر به عنوان فرایند تصادفی خواهیم پرداخت.

۱.۱ کمیت های تصادفی

انواع پدیده های فیزیکی

-۱ تعینی: معادله ی حاکم بر آن ها مشخص است.

-۲ تصادفی: بر اساس احتمالات رفتار می کنند.

کمیت تصادفی: کمیتی است که مقدار آن بر حسب کمیت دیگری (معمولا زمان یا مکان) به صورت تصادفی تغییر می کند. به $x(t)$ یک متغیر تصادفی می گوییم اگر از قبل نتوان آن را مشخص کرد [۵۸، ۵۹، ۶۰] . با N بار تکرار آزمایش می توان N عدد x_1 ، x_2 ، ... ، x_N به دست آورد که مقدار میانگین [۱] آنها از رابطه زیر به دست می آید:

$$\bar{x} = \langle x \rangle = Lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}(x_1 + x_2 + ... + x_N) \qquad (1.1)$$

$p(x,t)$ تابع توزیع احتمال است به صورتی که $p(x,t)dx$ احتمال برقراری رابطه ی $x < x(t) < x + dx$ می باشد و به صورت زیر داده می شود:

$$p(\varepsilon \le x + dx) - p(\varepsilon \le x) = \frac{dp}{dx}(\varepsilon \le x) = W_\varepsilon(x)dx \qquad (1.2)$$

که در رابطه فوق $W_\varepsilon(x)$ چگالی احتمال می باشد و مجموعه ای از توابع δ را شامل می شود:

$$W_\varepsilon(x) = \sum_n p_n \delta(x - x_n) \qquad (1.3)$$

و شرط بهنجارش به صورت $\int p(x,t)dx = 1$ و نیز $\int W_\varepsilon(x)dx = 1$ است.

پس از تعیین میانگین داده ها، نیاز داریم تا عرض یا تغییر پذیری داده ها حول مقدار میانگین را بدانیم؛ برای این منظور متداول ترین کمیت، واریانس [۲] داده ها:

$$\mathrm{var}(x_1, ..., x_N) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \qquad (1.4)$$

یا انحراف استاندارد [۳] داده ها به صورت

$$\sigma(x_1, ..., x_N) = \sqrt{\mathrm{var}(x_1, ..., x_N)} \qquad (1.5)$$

[۱] mean

[۲] Variance

[۳] Standard Deviation