بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده مهندسی هسته ای

پایان نامه جهت اخذ کارشناسی ارشد
مهندسی هسته ای
گرایش راکتور

عنوان پایان نامه

حل معادله ترانسپورت در مختصات یک بعدی کارتزین با استفاده از معادلات شبه دیفیوژن

استاد راهنما : آقای دکتر احمد ذوالفقاری

استاد مشاور: آقای دکتر عبدالحمید مینوچهر

دانشجو : کاوه جلیلی

زمان : سه شنبه ۱۳۸۶/۹/۲۰
ساعت ۱۵:۰۰
مکان : دانشکده مهندسی هسته ای

تاریخ ....

شماره ....

پیوست ....

دانشگاه شهید بهشتی

بسمه تعالی

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین

تلفن: ۲۹۹۰۱

" صورتجلسه دفاع از پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد "

بازگشت به مجوز دفاع شماره **۱۳۹۵۹ /۲۰۰/د** مورخ **۱۳۸۶/۹/۲۰** جلسه هیات داوران ارزیابی پایان نامه آقای **کاوه جلیلی** به شماره شناسنامه :**۳۴۲۱** صادره از : **باختران** متولد : **۱۳۶۱** دانشجوی دوره کارشناسی ارشدپیوسته/ناپیوسته**رشته مهندسی هسته ای (راکتور)**

با عنوان:

حل معادله ترانسپورت در مختصات کارتزین یک بعدی با استفاده از معادلات شبیه دیفیوژن

به راهنمایی:

۱- آقای دکتر احمدرضا ذوالفقاری

طبق دعوت قبلی در تاریخ **۸۶/۹/۲۰** تشکیل گردید و بر اساس رای هیات داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آیین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۱۹ و درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

۱- استاد راهنما: **آقای دکتراحمدرضا ذوالفقاری**

۲-استاد مشاور: **آقای دکتر عبدالحمید مینوچهر**

۳- داورداخلی و نماینده تحصیلات تکمیلی: **آقای دکترسید بهروز قضاتی**

۴- داور خارجی: **آقای دکتر نعیم الدین کجوری**

تقدیم به پدر و مادر مهربان ،دلسوز و باگذشتم که همه چیز را از

حمایت بی دریغ آنها دارم

تقدیم به خواهرانم

فهرست مطالب

فصل اول... ۱
مقدمه.. ۲
۱-۱ پخش نوترون ها.. ۲
۱-۲ قانون فیک.. ۳
۱-۳ تعبیر فیزیکی قانون فیک.. ۸
۱-۴ محدوده اعتبار قانون فیک و معادله دیفیوژن.. ۸
۱-۵ معادله پخش... ۱۳

فصل دوم ۱۵
۲-۱ میدانهای نوترون... ۱۶
۲-۲ تقریب هایی در حل معادله ترانسپورت.. ۱۷
۲-۲-۱ حل معادله ترانسپورت به روش هارمونیک های کروی................................ ۱۸
۲-۳ استخراج معادله دیفیوژن چند گروهی از معادله ترانسپورت............................ ۲۳

فصل سوم... ۳۰
۳-۱ روش حل معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی توسط روش تفاضل محدود.............. ۳۱
۳-۲ حل عددی معادله دیفیوژن توسط روش تفاضل محدود.................................. ۳۴
۳-۲-۱ روابط مورد استفاده برای فلاکس در نقطه ۲ .... ۳۶
۳-۲-۲ روابط مورد استفاده برای فلاکس در نقطه φ_{n+1} ۳۸

۳-۲-۳ روابط مورد استفاده برای فلاکس در فصل مشترک مرزهای داخلی ۳۸

فصل چهارم... ۴۳
۴-۱ حل معادله ترانسپورت با دقت روش هارمونیک های کروی با استفاده از معادلات شبه دیفیوژن ۴۴
۴-۲ استخراج معادلات شبه دیفیوژن از تقریب معادله ترانسپورت به روش هارمونیک های کروی............ ۴۵
۴-۳ استخراج روابط با دقت P_3 .... ۴۶
۴-۲-۱-۱ تعبیر فیزیکی جملات معادلات شبه دیفیوژن ۴۹
۴-۲-۲- استخراج روابط با دقت P_5 .... ۵۰
۴-۳ شرایط مرزی ۵۲
۴-۳-۱شرایط مرزی در مرز های داخلی ۵۲
۴-۳-۲ شرایط مرزی در مرزهای خارجی ۵۲
۴-۴نحوه اعمال ضرایب معادلات شبه دیفیوژن به کد های محاسباتی برای حل معادله دیفیوژن..................... ۵۴

فهرست مطالب

فصل پنجم..۵۵
۵-۱ ضرورت نوشتن برنامه محاسباتی استفاده شده در پایان نامه ۵۶
۵-۲ خصوصیات و دقت برنامه نوشته شده ۵۷
۵-۳ الگوریتم و تکنیک های خاص ۵۸
۵-۴ نوشتن فایل ورودی و بررسی دقت برنامه ۶۴

فصل ششم.. ۷۳
۶-۱ استفاده از معادلات شبه دیفیوژن و بررسی دقت روش.. ۷۴

فصل هفتم.. ۸۳
۷-۱ جمع بندی.. ۸۴
۷-۲ نتیجه گیری.. ۸۴
۷-۳ پیشنهادات..۸۵

ضمیمه الف ۸۶

ضمیمه ب.. ۹۳

فهرست منابع.. ۱۰۶

چکیده

نام و نام خانوادگی : کاوه جلیلی

عنوان پایان نامه : حل معادله ترانسپورت نوترون درمختصات یک بعدی کارتزین با استفاده از معادلات شبه دیفیوژن

استاد راهنما : دکتر احمد ذوالفقاری **استاد مشاور: دکتر عبدالحمید مینوچهر**

درجه تحصیلی : کارشناسی ارشد **تاریخ فراغت از تحصیل :۱۳۸۶/۹/۲۰**

رشته : مهندسی هسته ای **گرایش: راکتور**

دانشگاه : شهید بهشتی **دانشکده : مهندسی هسته ای**

کلید واژه ها :

تست رید : تست رید در واقع یک مسئله بدست اوردن فلاکس نوترون از نوع تیغه ای با چشمه نوترون ثابت می باشد که بدلیل تنوع خواص محیط مسئله (از قبیل وجود جاذب های قوی ،خلاء و...) بعنوان معیار صحت جوابهای خروجی از برنامه هایی است که فلاکس نوترون را محاسبه می کنند.

چکیده :

حل معادله ترانسپورت نوترون با استفاده از روش های مختلف امکان پذیر است اما تفاوت این روشها در دقت نتایج بدست آمده و سهولت استفاده از این روش ها می باشد. روش هارمونیک های کروی از امتیاز داشتن دقت بالا برخوردار می باشد اما استفاده از این روش پیچیده می باشد و نسبتا هم زمان زیادی صرف می شود.ضمنا گاهی کدی برای حل کردن به روش هارمونیک های کروی در دسترس نمی باشد. روش بکار برده شده در این پایان نامه از روش معادلات شبه دیفیوژن استفاده می شود.در این روش ابتدا دستگاه معادلات مربوط به روش تقریب هارمونیک های کروی را می نویسیم و پس از اعمال تغییرات مناسب بر روی آنها به معادلاتی شبیه معادلات دیفیوژن می رسیم.که بدین ترتیب روش مذکور از دقت روش حل با تقریب هارمونیک های کروی برخوردار است اما سادگی حل همانند روش تقریب دیفیوژن می باشد.

جهت انجام این کار معادلات لازم استخراج شده و برنامه ای نیز در همین رساله نوشته شده که قابلیت حل معادله دیفیوژن را با استفاده از روش تفاضل محدود برای معادلات چند گروهی و چند ناحیه ای با قابلیت در نظر گرفتن پراکندگی نوترونها از انرژی های پایین تر به انرژی های بالاتر و بلعکس را داردنتایج محاسبات پس از انجام کار با کدی که در دانشگاه شهید بهشتی به روش هامونیک های کروی نوشته شده مقایسه شده و از دقت مناسبی برخوردار می باشد..

۱۳۸۶/۹/۲۰امضاء استاد راهنما

فصل اول

بررسی تئوری پخش و محدوده اعتبارآن

مقدمه

در یک راکتور هسته ای اطلاع لحظه به لحظه از مقدار توان تولیدی اهمیت بسیاری دارد ضمنا عامل تعیین کننده در میزان توان راکتور جمعیت نوترونی حاضر در قلب می باشد و علاوه بر این، مسایل بسیاری از قبیل مدیریت سوخت و حفاظ سازی راکتور تابعی از چگونگی توزیع نوترونی در قلب راکتور می باشد بنا براین اهمیت تصوری دقیق از چگونگی توزیع نوترون در قلب کاملا واضح می باشد.

وجود انواع مختلفی از مواد داخل راکتور که تشکیل دهنده اجزاع مختلف راکتور هستند و سطح مقطعهای متفاوت واکنش های مختلف و وجود طیف وسیعی از نوترونهای با انرژیهای متفاوت محاسبه توزیع نوترون را دشوار می کند. بنابراین محاسبه دقیق توزیع نوترون کاری بسیار پیچیده می باشد اما در بعضی مسایل خاص یا در بعضی از حالات با تقریب های منطقی می توان مساله را ساده نمود و با تقریبی خوب جواب سوالات را گرفت.

همانطور که می دانیم از جمله این تقریب ها استفاده از قانون فیک و استخراج معادله دیفیوژن می باشد.این معادله در بسیاری از مسایل با دقت تقریبا مناسبی جوابگوی محاسبات مربوط به راکتور می باشد اما در بعضی از مسایل مانند جاهایی که سطح مقطع جذب بالایی وجود دارد یا اینکه در نزدیکی مرزهایی که خواص فیزیکی به شدت تغییر می کنند این معادله یا به کلی صادق نیست یا اینکه دقت این روش جوابگو نیست.

جهت استخراج معادله دیفیوژن از معادله بالانس نوترون باید به گونه ای فلاکس نوترون و جریان نوترون را به هم مربوط کنیم و برای این منظور از قانون فیک استفاده می نماییم که استفاده از قانون فیک تقریبهایی را به همراه دارد و ضمنا برای استفاده از این قانون شرایط خاصی باید بر مسئله حکم فرما باشد که همان شرایط صدق قانون فیک می باشدو همین امر باعث می شود که با این روش فقط بتوانیم مسائل محدودی را حل کنیم و در بسیاری از مسائل این روش حل یا بطور کلی ناکارامد است یا اینکه از دقت کافی برخوردار نیست. درادامه مطالب بر شرایط صدق قانون فیک ومعادله دیفیوژن مروری انجام می دهیم.

فصل اول : بررسی تئوری پخش و محدوده اعتبار آن

۱-۱ پخش نوترونها[۱] :

نوترونها در طی مسیر حرکتشان برخورد های متوالی انجام می دهند و بدلیل همین برخوردهای متوالی مسیر حرکتشان بسیار نامنظم است و دائما از یک ناحیه یا گروه به ناحیه یا گروه دیگر می روند، مطالعه این پدیده به تئوری انتقال معروف است.

نظریه انتقال تقریبا ساده است و می توان معادله بیان این نظریه را به سادگی استخراج نمود ، این معادله به معادله بولتزمن مشهوراست و نظریه انتقال اصولا مطالعه این معادله است.مشکلی که وجود دارد اینست که این معادله در حالت کلی حلی پیچیده دارد ولی در شرایط خاصی می توان این معادله را خیلی ساده نمود یکی از این اشکال ساده شده تحت عنوان نظریه پخش مطرح می شود.

این نظریه درجاهایی با دقت تقریبا خوبی عمل می کند اما در بسیاری از مسائل مطرح شده در راکتور نیز قابل استفاده نیست زیرا مسئله محدوده شرایط لازم برای نظریه پخش را ندارد.

۱-۲ قانون فیک :

همانطور که در مقدمه این فصل گفته شد مسئله کلی انتقال نوترون بسیار پیچیده می باشد ولی اکنون نشان می دهیم که اگر شرایط بخصوصی موجود باشد فلوی نوترون و جریان نوترون بطرز ساده ای بهم مربوط می شوند .در چنین حالتی می توان راه حل های مقدماتی برای مسائل انتقال بدست آورد.[۱]

این ارتباط بین J,ϕ از نظر شکل عینا مثل قانون فیک است که برای بیان پدیده پخش در مایعات و گازها بکار رفته است. به این دلیل استفاده از قانون فیک در تئوری راکتور به چیزی که به تقریب پخش معروف است منجر می شود .قانون فیک را می توان با انتخاب تعداد فرضیه های ساده کننده از روی محاسبه دانسیته جریان نوترون در هر نقطه داخل محیطی که محتوی نوترون باشد بدست آورد. در حال حاضر حداقل موارد زیر فرض خواهند شد.

الف- محیط بی نهایت بزرگ است.

ب- محیط یکنواخت است بطوری که تمام سطح مقطع ها ثابت و مستقل از مکان باشند.

پ- در محیط هیچ چشمه نوترونی وجود ندارد.

ت- پراکندگی در سیستم مختصات آزمایشگاهی ایزوتروپ است.

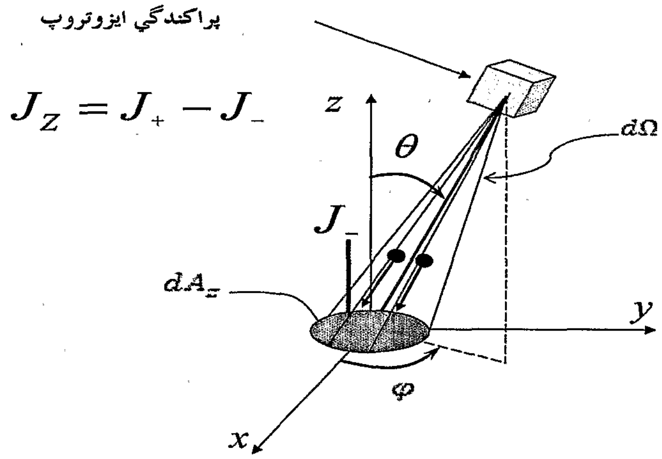
ث- فلوی نوترون تابعی است از مکان که به آهستگی نسبت به آن تغییر می کند.

ج- فلوی نوترون تابع زمان نیست.

در قسمت های بعدی بحث ، می توان بعضی از این محدودیت ها را رفع کرد. نقطه ای که دانسیته جریان در آن محاسبه می شود مطابق شکل ۱-۱ مرکز یک سیستم مختصات فرض خواهد شد . برای تعیین بردار دانسیته جریان J باید سه مولفه آن J_x, J_y, J_z محاسبه شوند. با J_z کار را شروع می کنیم ، میزان عبور نوترون ها از سطح dA_z را که در مبدا مختصات صفحه XY قرار گرفته است در نظر می گیریم . حقیقتی آشکار ولی بسیار مهم اینست که چون چشمه نوترونی در محیط نیست ، هرنوترونی که از سطح dA_z عبور می نماید در واقع از یک برخورد پراکنده کننده باین محل رسیده است.بنابراین این نوترون ها در اثر برخورد های بالای صفحه XY از dA_z بطرف پایین عبور می کنند و در نتیجه برخوردهای پایین صفحه XY بطرف بالا از dA_z می گذرند. تعداد برخوردهای پراکنده کننده ای که در هر ثانیه در جز حجم dV واقع در نقطه $\bar{r}$ اتفاق می افتد $\Sigma_s\phi(\bar{r})dV$ است که در آن Σ_s سطح مقطع پراکندگی ماکروسکوپی بوده و $\phi(\bar{r})$ فلوی نوترون در نقطه $\bar{r}$ می باشد.

چون فرض شده است که پراکندگی در سیستم آزمایشگاه ایزوتزوپ است ، کسری از این نوترون ها که در جهت dA_z پراکنده می شوند برابر آن قسمت از زاویه فضایی کل است که راس آن در dV و قاعده آن dA_z باشد که بوسیله dA_z و نقطه ای روی dV جدا می شود . از روی تعریف زاویه فضایی این کسر برابر است با :

$$\frac{dA_z \cos\theta}{4\pi r^2} \qquad (1-1)$$



۱-۱

و هم چنین تعداد نوترون ها یی که در هر ثانیه در dV پراکنده شده وبطرف dA_z میروند عبارتست از :

$$\frac{\Sigma_s \phi(\overline{r}) \cos\theta \, dA_z dV}{4\pi r^2} \qquad ۲-۱$$

البته همه این نوترون ها موفق نمی شوند به dA_z برسند، بعضی از آنها در طول مسیر پراکنده یا جذب می شوند. تعدادی که در هر ثانیه به dA_z میرسد برابر است با

$$\frac{e^{-\Sigma_t r} \Sigma_s \phi(\overline{r}) \cos\theta \, dA_z dV}{4\pi r^2} \qquad ۳-۱$$

که در آن Σ_t سطح مقطع ماکروسکوپی محیط است.

بهتر است که سهم افزایش J_z نوترونهایی را که از dA_z بطرف بالا عبور می کنند و سهم نوترون هایی را که از dA_z بطرف پایین می گذرندجداگانه در نظر بگیریم.با نوشتن dV در سیستم مختصات کروی یعنی $dV = r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\varphi$ تعداد کل نوترونهایی که در هر ثانیه از dA_z بطرف پایین عبور می کنند چنین است :

$$\frac{\Sigma_s dA_z}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r} \phi(\overline{r}) \cos\theta \sin\theta \, dr d\theta d\varphi \qquad ۴-۱$$

اکنون اگر-J_z تعداد نوترون هایی را نشان دهد که در هرثانیه درجهت منفی z از یک واحد عبورمی کنند، این همان عدد فوق خواهد بود که به dA_z تقسیم شده است یعنی :

$$J_{z^-}=\frac{\Sigma_s}{4\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r}\phi(\overline{r})\cos\theta\sin\theta\, dr d\theta d\varphi \qquad ۵-۱$$

انتگرال تساوی ۱-۵ را به شکل موجود نمی توان حساب کرد زیرا فلوی $\phi(\overline{r})$ تابع ناشناخته ای است.ولی اگر همانطور که فرض شد $\phi(\overline{r})$ به آهستگی نسبت به مکان تغییر کند ، می توان آن را بر حسب تیلور بسط داد .

$$\phi(\overline{r}) = \phi_0 + X\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_0 + Y\left(\frac{\partial\phi}{\partial Y}\right)_0 + Z\left(\frac{\partial\phi}{\partial Z}\right)_0 + \cdots \qquad ۶-۱$$

که در ان اندیس ها نشان می دهند که ϕ و مشتقات آن باید در مبداء محاسبه شوند.با نوشتن X,Y وZ در مختصات کروی :

$X = r\sin\theta\cos\varphi \;\; ,Y = r\sin\theta\sin\varphi \;\; ,Z = r\cos\theta$

و قرار دادن معادله ۱-۶ در معادله ۱-۵ مشاهده می شود که عبارات شامل $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ بلافاصله در انتگرالگیری صفر می شوند .به این ترتیب -J_z به شکل زیر خلاصه می شود.

$$J_{z^-} = \frac{\Sigma_s}{4\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r}\left[\phi_0 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial Z}\right)_0 r\cos\theta\right]\cos\theta\sin\theta\, dr d\theta d\varphi \qquad ۷-۱$$

که پس از محاسبه آن نتیجه می شود :

$$J_{z^-} = \frac{\Sigma_s\phi_0}{4\Sigma_t} + \frac{\Sigma_s}{6\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial Z}\right)_0 \qquad ۸-۱$$

محاسبه +J_z یعنی تعداد نوترونهایی که در جهت مثبت Z در هر ثانیه از واحد سطح در صفحه XY عبور می کنند اصولا به شکل همان محاسبه قبلی -J_z است ، و تنها لازم است که حدود انتگرال روی θ مجددا نوشته شود.عبارت حاصل برای +J_z را که بشکل زیر است می توان به آسانی بدست آورد.

$$J_{z^+} = \frac{\Sigma_s \phi_\cdot}{۴\Sigma_t} - \frac{\Sigma_s}{۶{\Sigma_t}^۲}\left(\frac{\partial \phi}{\partial Z}\right).$$ ۹-۱

مولفه Z دانسیته جریان به عبور خالص نوترون ها از واحد سطح اشاره می کند بطوری که :

$$J_Z = J_{z^+} - J_{z^-} = -\frac{\Sigma_s}{۳{\Sigma_t}^۲}\left(\frac{\partial \phi}{\partial Z}\right).$$ ۱۰-۱

در این محاسبه توجه بیشتر روی مولفه Z از J_z بود اما این محاسبه هیچگونه جنبه خاصی ندارد زیرا جهت سیستم مختصات کاملا اختیاری است.

پس سایر مولفه های J در مبداء نیز باید بوسیله عباراتی بشکل معادله ۱-۱۰ بدست آیندولی در همه جا باید X یا Y جایگزین Z شود ، یعنی :

$$J_X = -\frac{\Sigma_s}{۳{\Sigma_t}^۲}\left(p\frac{\partial \phi}{\partial X}\right).$$

$$J_Y = -\frac{\Sigma_s}{۳{\Sigma_t}^۲}\left(\frac{\partial \phi}{\partial Y}\right).$$ ۱۱-۱

بردار J اکنون به این شکل است :

$$\bar{J} = \bar{i}J_X + \bar{j}J_Y + \bar{k}J_Z = -\frac{\Sigma_s}{۳{\Sigma_t}^۲}\mathrm{grad}\varphi$$ ۱۲-۱

در معادله ۱-۱۲ زیرنویسها یی که محاسبه انجام شده در مبداء مختصات را نشان می داد حذف شده است زیرا در این محاسبه محل مختصات نیز اختیاری است . بنابر این معادله در هر نقطه از محیط که فرض های اولیه درست باشد صادق است.معادله ۱-۱۲ قانون فیک نامیده می شود که می گوید بردار دانسیته جریان متناسب است با گرادیان فلو با علامت منفی و عدد ثابت تناسب ضریب پخش نامیده می شود و با علامت D نشان داده شده است.با این علامت گذاری قانون فیک به شکل زیر در می آید .

$$J = -D\, grad\phi$$ ۱۳-۱

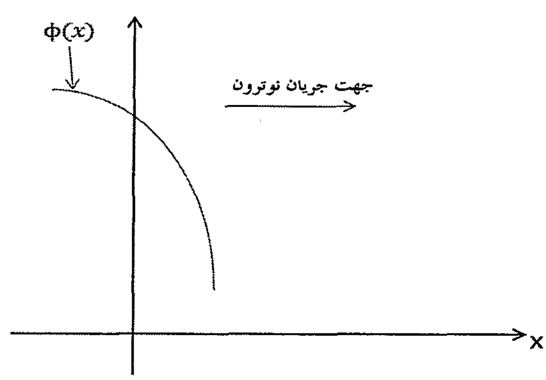
که در آن میدانیم :

$$D = \frac{\Sigma_s}{۳\Sigma_t{}^{۲}} \qquad ۱۴-۱$$

۱-۳ تعبیر فیزیکی قانون فیک :

فهم فیزیکی اینکه چرا انتظار می رود چنین رابطه ای بین فلاکس و جریان وجود داشته باشد اهمیت فراوانی دارد. این نکته را می توان با مثال ساده ای توضیح داد . ابتدا تعریف عبور نوترون ها از صفحه در $x = ۰$ را در نظر می گیریم مسلم است که نوترونها در اثر برخورد در سمت چپ این صفحه از سمت چپ به سمت راست این صفحه حرکت می کنند و برعکس در نتیجه برخورد در سمت راست صفحه از سمت راست به چپ خواهد گذشت.[۱]

چون برای مقادیر منفی x فلوبزرگتر است ، دانسیته برخورد در سمت چپ بزرگتر از سمت راست است . لذا تعداد بیشتری نوترون از چپ به راست صفحه پراکنده می شوند و از آن می گذرند نسبت به عبور نوترون ها از سمت چپ به راست صفحه ، بنا براین یک جریان خالص و مثبت از صفحه نتیجه می شود البته این فقط چیزی است که قانون فیک پیش بینی می کند.



۲-۱

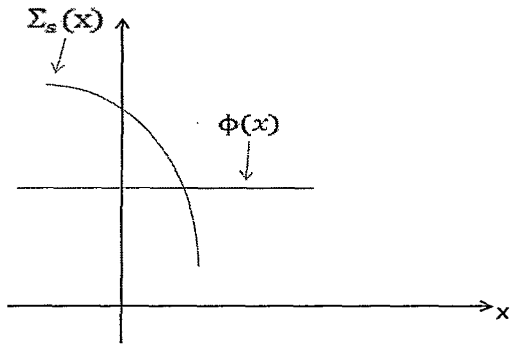
۱-۴ محدوده اعتبارقانون فیک و معادله دیفیوژن[۱] :

الف – محیط های بینهایت بزرگ (نا محدود)در مقایسه با محیط محدود :

در قسمت ۱-۲ لازم بود فرض کنیم که محیط پخش نامحدود است تا بتوانیم انتگرال را در تمام فضا محاسبه کنیم.ولی به علت اینکه تابع نمایی که در زیر انتگرال معادله ۱-۵ ظاهر می شود نسبت به فاصله بسرعت کاهش می یابد . نوترون هایی که از فاصله های بیش از چند پویش آزاد متوسط از نقطه ای که J در آن محاسبه می شود می آیند اثر کمی در نتیجه انتگرال خواهند داشت.بنابراین نتیجه می شود که قانون فیک در محیط های محدود در مورد نقاطی که از چند پویش آزاد متوسط از لبه محیط فاصله داشته باشند صادق است.پس می توان انتظار داشت که قانون فیک در داخل یک راکتور صادق بوده ولی در نزدیکی سطح خارجی آن صادق نباشد.

ب- محیط یکنواخت(همگن) در مقایسه با محیط غیر یکنواخت :

اگر محیط غیر یکنواخت باشد لزوم اصلاح قانون فیک را می توان انتظار داشت.بخصوص بر اساس قسمت ۱-۳ یک جریان نوترون به سادگی نتیجه این است که دانسیته برخورد در یک نقطه بیش از نقطه دیگر است .بنابراین چون دانسیته برخورد بوسیله حاصل ضرب $\Sigma_s\phi$ داده می شود منطقی است که انتظار داشته باشیم تغییرات فضایی Σ_s و همچنین ϕ با عث ایجاد جریان نوترون شوند .برای توضیح این نکته اگر وضعیتی را که در شکل ۱-۴ نشان داده شده است در نظر بگیریم ، که در آن ϕ ثابت بوده ولی Σ_s تابع مکان است . در این حالت شبیه شکل ۱-۱ میزان برخورد در سمت چپ صفحه $X = ۰$ بزرگتر از طرف راست است و برخلاف قانون فیک که میگوید :



۳-۱

می توان جریان مثبتی از نوترون را پیش بینی نمود ولی بدلیل زیر چنین اتفاقی نمی افتد .گرچه کاملا درست است که میزان برخورد درسمت چپ بزرگتر است ، به علت بزرگ بودن Σ_s در این ناحیه رقیق شدن نوترون ها نیز بیشتر است .بنابراین احتمال اینکه نوترونی که در سمت چپ پراکنده شود عملا به صفحه $X = ۰$ کمتر است از همین احتمال برای نوترون مشابهی که در همان فاصله در سمت راست صفحه پراکنده شده باشد.می توان نشان داد که افزایش دانسیته برخورد و افزایش رقیق شدن عینا یکدیگر را حذف می کنند بطوری که جریان خالصی از نوترون وجود نخواهد داشت . بنابراین فرض محیط یکنواخت که در بدست آوردن قانون فیک بکار رفته بود لازمه شدیدی برای صادق بودن آن نیست.پس حتی در مرز بین دو محیط که دارای خواص پراکندگی کاملا متفاوتی باشند ، قانون فیک هنوز صادق است بشرطی که هیچ یک از فرض های دیگری که در قسمت ۱-۲ اختیار شد نقض نشده باشند.در این مورد باید توجه داشت که تغییرات شدید در خواص محیط اغلب به تغییرات سریع توزیع فلو منجر می شود که ممکن است بر خلاف فرضی باشد که در آن گفتیم فلوی نوترون تابعی است از مکان که به آهستگی نسبت به آن تغییر می کند، باشد.

پ- چشمه ها :

در محاسبه J در قسمت ۱-۲ فرض شده بود که همه نوترون هایی که بمقدار J می افزایند از برخورد های پراکنده کننده در محیط سرچشمه گرفته بودند.البته اگرچشمه های نوترونی در محیط باشند دیگر الزاما

چنین نخواهد بود.ولی از نظر وجود ضریب کاهش نمایی در انتگرال برای J ،اگر چشمه ها در فاصله بیش از چند پویش آزاد متوسط از نقطه ای که J در آن محاسبه می شود قرار گرفته باشند ، تعداد خیلی کمی از نوترون های چشمه بدون برخورد باقی خواهند ماند تا به مقدار J بیفزایند. نتیجه می شود که قانون فیک در محیط های چشمه ، ولی در نقاطی که بیش از چند پویش آزاد از چشمه ها فاصله داشته باشد صادق است.

ت- تصحیح های مربوط به انتقال برای پراکندگی غیر ایزوتروپ درسیستم آزمایشگاهی :

در بدست آوردن قانون فیک همچنین لازم بود فرض کنیم نوترون ها در سیستم آزمایشگاه بطور ایزوتروپ پراکنده می شوند.این موضوع فقط در انرژی های کم حقیقت دارد و حتی در آن صورت نیز برای هسته های خیلی سبک درست نیست و مسلما بطور کلی صادق نیست.با وجود این می توان با روش های نظریه انتقال نشان داد که قانون فیک تقریبا حتی برای پراکندگی هایی که در سیستم آزمایشگاهی کمی غیر ایزوتروپ باشند صادق است به شرط اینکه ضریب پخش را به شکلی پیچیده تر از آنچه در معادله ۱-۱۴ داده شده بود در نظر بگیریم.این تعریف بیان D را نمی توان بشکل بسته نوشت، باید با حل معادله غیر جبری زیر تعیین شود.

$$\frac{\Sigma_s}{2}\sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}}Ln\left[\frac{\Sigma_t+\sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}}}{\Sigma_t-\sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}}}\right]=\frac{1+3D\Sigma_s\bar{\mu}}{1+3D\Sigma_t\bar{\mu}} \qquad ۱۵-۱$$

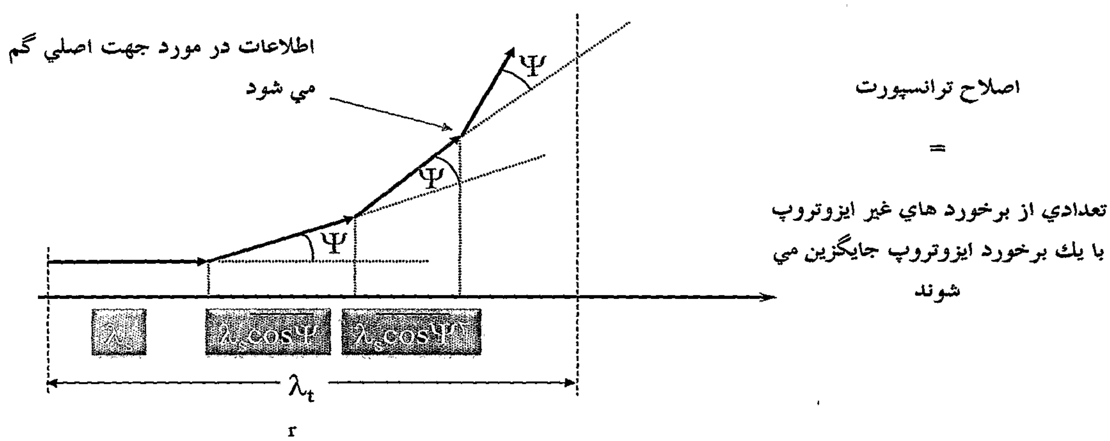
در اینجا $\Sigma_a, \Sigma_s, \Sigma_t$ بترتیب سطح مقطع های ماکروسکوپی کل ، پراکندکی و جذب هستند و $\bar{\mu}$ مقدار متوسط کسینوسی زاویه پراکندگی در دستگاه مختصات آزمایشگاه است. یادآور می شویم که در حالت مهم پراکندگی ایزوتروپ در دستگاه مرکز ثقل $\bar{\mu}$ از رابطه زیر بدست می آید :

$$\bar{\mu}=\frac{2}{3A} \qquad ۱۶-۱$$

که می توان آنرا به شکل زیر نیز نوشت :

$$D = \frac{\lambda_{tr}}{3} \qquad ۱۹-۱$$

که در آن λ_{tr} پویش آزاد متوسط انتقال است .



$$\lambda_{tr} = \lambda_s + \lambda_s \overline{\cos\Psi} + \lambda_s \left(\overline{\cos\Psi}\right)^{۲} + \lambda_s \left(\overline{\cos\Psi}\right)^{۳} \ldots\ldots \lambda_s \left(\overline{\cos\Psi}\right)^{n}$$

$$\lambda_{tr} \equiv \frac{\lambda_s}{۱ - \overline{\cos\Psi}}; \quad \sigma_{tr} \equiv \sigma_s \left(۱ - \overline{\cos\Psi}\right); \quad \Sigma_{tr} \equiv \Sigma_s \left(۱ - \overline{\cos\Psi}\right)$$

۴-۱

ث – در بدست آوردن قانون فیک فلو را طبق سری تیلور فقط برای جمله های درجه اول بسط دادیم ولی می توان به آسانی نشان داد که حتی اگر جمله های درجه دوم نیز صرف نظر نشوند،به مقدار J_z چیزی نخواهد افزود. انتگرال آنها یا مستقیما صفر می شود یا اینکه به مقادیر مساوی به J_{z^+} و J_{z^-} می افزایند بطوری که وقتی :

$$J_z = J_{z^+} - J_{z^-}$$

را حساب کنیم یکدیگر را خنثی خواهند نمود.بنابراین برای اینکه قانون فیک صادق باشد تنها لازم است که عبارات سری تیلور که شامل مشتقات درجه سوم فلو هستند به انتگرال مربوط به J فقط مقدارکمی اضافه کنند.این حالت به نوبه خود به شرطی برقرار خواهد بود که مشتق دوم فلو در طول چند پویش آزاد متوسط

ث – در بدست آوردن قانون فیک فلو را طبق سری تیلور فقط برای جمله های درجه اول بسط دادیم ولی می توان به آسانی نشان داد که حتی اگر جمله های درجه دوم نیز صرف نظر نشوند،به مقدار J_z چیزی نخواهد افزود. انتگرال آنها یا مستقیما صفر می شود یا اینکه به مقادیر مساوی به J_{z^+} و J_{z^-} می افزایند بطوری که وقتی :

$$J_z = J_{z^+} - J_{z^-}$$

را حساب کنیم یکدیگر را خنثی خواهند نمود.بنابراین برای اینکه قانون فیک صادق باشد تنها لازم است که عبارات سری تیلور که شامل مشتقات درجه سوم فلو هستند به انتگرال مربوط به J فقط مقدارکمی اضافه کنند.این حالت به نوبه خود به شرطی برقرار خواهد بود که مشتق دوم فلو در طول چند پویش آزاد متوسط خیلی تغییر نکند.زیرا قسمت عمده انتگرال در طول این فاصله جمع شده است. در این مورد باید متذکر شد که در عمل در محیط های جذب شدید فلو به سرعت نسبت به مکان تغییر می کند.بنابراین لازم است قانون فیک را به سیستم هایی که در آنها $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ باشد محدود کرد.ضمنا هرگاه جذب موجود باشد باید همیشه D را از معادله ۱-۱۵ محاسبه نمود نه از معادله ۱-۱۴ یا ۱-۱۹.

۱-۵ معادله پخش :

قانون فیک رابطه ای بین فلو و جریان بدست می دهد.اکنون با استفاده از معادله پیوستگی که به روش ساده ای میتوان آنرا به فرم زیر معادله ۱-۲۰ بدست آورد ورابطه بدست آمده برای رابطه بین فلاکس نوترون ها و جریان معادله پخش به فرم ساده ۱-۲۱ نوشته می شود:

$$\frac{\partial n(\overline{r},t)}{\partial t} = S(\overline{r},t) - \Sigma_a(\overline{r})\phi(\overline{r},t) - div\, J(\overline{r},t)dV \qquad ۱-۲۰$$

می توان معادله ای همانند زیر بدست آورد که فقط شامل فلوی نوترون باشد.

$$div\, D\, grad\, \phi - \Sigma_a\phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} \qquad ۱-۲۱$$