بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه الزهرا (س)

دانشکده علوم پایه

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

عنوان

بررسی پدیده شناسی نظریه وحدت بزرگ

استاد راهنما

دکتر کامران کاویانی

دانشجو

سحر عرب زاده

تیرماه سال ۱۳۹۰

فهرست:

مقدمه ای بر وحدت بزرگ	۱
فصل 1:	
مقدمه‌ای بر مدل استاندارد	۳
لاگرانژی مدل استاندارد	۱۴
نظریه الکترو ضعیف و میدان هیگز	۱۵
شکست خود به خودی تقارن	۲۰
اختلاط طعم کوارکی و لپتونی	۲۷
فصل 2:	
باز بهنجارش	۳۱
ناهنجاری‌ها (Anomalies)	۳۹
فصل ۳ :	
ورای مدل استاندارد	۵۰
نظریه‌های وحدت بزرگ	۵۳
محاسبه M_X	۵۶
نتایج جدید در GUT	۶۴
خواص گروه معرف وحدت بزرگ	۶۶
فصل ۴ :	
$SU(5)$ متحد شده	۷۲
نمایش $\overline{5}$	۷۷

نمایش 10	۸۲
شکست خود به خودی تقارن	۸۵
مشکل سلسله مراتبی	۹۴
جرم فرمیون‌ها	۱۰۰
بقای $B-L$ در $SU(5)$	۱۰۳
جرم نوترینوها در $SU(5)$	۱۰۵
جمع بندی	۱۰۹
پیوست	۱۱۰
منابع۱۱۳	

چکیده :

مدل استاندارد مدلی موفق در توصیف اندرکنش های ذرات مادی است. با وجود موفقیت های فراوان این مدل دارای نقایصی نیز هست به عنوان مثال عدم توجیه کوانتیزه بودن بار الکتریکی ، صفر بودن جرم نوترینو ، تعداد نسل ها ، زیاد بودن پارامترهای آزاد و..

در سال ۱۹۶۷ واینبرگ و تقریبا همزمان با وی عبدالسلام نشان دادند که نظریات پیمانه ای در صورتی می توانند توصیفگر جهان واقعی باشند که آثار شکسته شدن خود به خودی تقارن در نظر گرفته شود نتیجه نهایی این نظریه این است که دیگر لزومی برای متمایز تلقی کردن نیروهای الکترومغناطیسی و
ضعیف هسته ای وجود ندارد.
تایید نظریه واینبرگ و سلام به مطرح شدن این سوال انجامید که آیا می توان برهمکنش قوی را نیز با نیروی الکتروضعیف وحدت بخشید؟

به نظریه هایی که در آن ها سه نیروی الکترومغناطیس،ضعیف و قوی هسته ای متحد شده باشند نظریه های وحدت بزرگ گفته میشود.

در این پایان نامه به پدیده شناسی نظریه های وحدت بزرگ پرداخته شده است و از میان مدل های متعدد مدل SU(5) به تفصیل مورد مطالعه قرار گرفته است

مقدمه ای بر وحدت بزرگ

در دهه ۱۹۵۰ فیزیک نظری در آستانه تحولی بزرگ بود احتمال می رفت نوعی ارتباط عمیق بین

برهم کنش های الکترومغناطیسی و ضعیف وجود داشته باشد ، عمدتاً به این دلیل که در هر دو نظریه ، تبادل ذراتی با اسپین یک صورت می گیرد.در سال ۱۹۶۷ واینبرگ و تقریباً همزمان با وی عبدالسلام نشان دادند که نظریات پیمانه ای در صورتی می توانند جهان واقعی را توصیف کنند که آثار شکسته شدن خود بخودی تقارن در نظر گرفته شود. این نظریه پیشگویی می کند که جهت حفظ تقارن لاگرانژی ، چهار ذره مبادله شده برای تولید این نیرو باید بدون جرم باشند. اما واینبرگ و عبدالسلام نشان دادند که در انرژی های پائین، تقارن بطور خود بخودی شکسته شده و سه ذره از چهار ذره ی تبادلی مذکور جرم دار خواهند شد ، در حالیکه ذره چهارم بدون جرم باقی خواهد ماند . با این دیدگاه به یکی از ایرادهای مهم نظریه ی پیمانه ای پاسخ داده شد. نظریه جدید بر خلاف نظریه قبلی وجود چهار ذره بدون جرم با اسپین یک را در انرژی ها و دماهای طبیعی پیشگویی نمی کند . نتیجه نهایی نظریه واینبرگ-عبدالسلام این است که لازم نیست نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی را متمایز و مجزا تلقی کنیم. زیرا اینک می دانیم که این نیروها به تبادل یک خانواده از ذرات وابسته اند و تفاوت های آشکار بین آنها، نتیجه ی شکسته شدن خودبخودی تقارن است. لذا تعداد نیروهای بنیادی را می توان از چهار به سه تقلیل داد. نیروی جدیدی که ناشی از تبادل ذرات با اسپین یک می باشد را برهم کنش الکتروضعیف می نامند و جرم آنها در حدود ۸۰ تا ۱۰۰ گیگا الکترون ولت است. تا چند سال بعد از انتشار مقالات واینبرگ و عبدالسلام این نظریات نادیده گرفته می شدند .

نشریه"فهرست نقل های قول علمی"(نشریه ای که تعداد دفعاتی را که محققان به مقاله معینی ارجاع می دهند، شمارش می کند)نشان می دهد که در سالهای بین ۱۹۶۷ تا ۱۹۷۱ کلاً پنج بار به این مقالات استناد شد. ولی از سال ۱۹۷۱ به بعد تایید های این نظریه به طور چشمگیری افزایش یافت . پس از تایید نظریه الکترو ضعیف و کاهش تعداد نیروهای اساسی از چهار به سه، از اوائل دهه ۱۹۷۰ نظریه پردازان این سئوال را مطرح کردند که آیا با استفاده از همین روش می توان تعداد نیروها را به دو یا یک کاهش داد؟

نیروی قوی بین کوارکها عمل می کند و کوارک ها علاوه بر بار الکتریکی ،نوع دیگری بار را حمل می کنند که آنرا باررنگ (بار قوی) می نامند .نظریه ای به منظور توصیف برهم کنش قوی، بر اساس برهم کنش بار رنگی کوارک ها پایه ریزی شده است که آنرا کرومودینامیک کوانتومیمی نامند.

پرسشی که اکنون می توان مطرح کرد این است که آیا می توان برهم کنش قوی را با نیروی الکتروضعیفوحدت بخشید؟

برهم کنش در بر گیرنده ی هر سه نیرو (قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف) یک تقارن پیمانه ای به نمایش می گذارد. از آنجا که از ترکیب برهم کنش های ضعیف و قوی سخن می گوییم، الزاماً باید این تقارن را تعمیم دهیم و این امکان را فراهم آوریم که تبدیل کوارک ها به لپتونها به روش مشابهی صورت می گیرد. در سیمای متقارن نظریه، کلیه ذرات تبادلی بدون جرمند. ولی به دلیل پدیده ی شکسته شدن خود بخودی تقارن، بعضی از این ذرات تبادلی در واقع جرم دار می شوند. همانگونه که بوزون های برداری در وحدت نیروهای الکترومغناطیسی و ضعیف چنین بودند .

مطالب فوق در بخش های آتی به تفصیل توضیح داده خواهد شد. جهت مطالعه پدیده وحدت بزرگ مفید است که ابتدا مروری بر مدل استاندارد داشته باشیم.

فصل 1 :

مقدمه‌ای بر مدل استاندارد

در این بخش هدف ما این است مبانی کلی مدل استاندارد و اصول آن را بیان کنیم. مدل استاندارد بر پایه گروه تقارنی $SU_C(3)\times SU_L(2)\times U_Y(1)$ بنا شده است و این تقارن در مقیاس انرژی حدود

جرم ذره W به گروه تقارنی $SU_C(3) \times U_{em}(1)$ شکسته می‌شود که هر کدام از این گفته‌ها توضیح داده خواهد شد.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های مدل استاندارد «پیمانه‌ای» بودن این نظریه است.

لاگرانژی آزاد یعنی شرایطی که هیچ اندرکنشی بین ذرات وجود ندارد و هیچ نیرویی بر آن‌ها وارد نمی‌شود تحت تبدیلاتی سراسری ناورداست. که در زیر این تبدیلات تقارن لاگرانژی را به طور کلی نشان می‌دهند.

G : گروه تقارنی لاگرانژی $g \in G$

اگر ψ میدان معرف ذرات باشد آنگاه

$$\Psi \longrightarrow \Psi' = g\Psi \qquad L \longrightarrow L' = L \qquad (1-1)$$

گروه‌های تقارنی در مدل استاندارد گروه لی هستند. تبدیل سراسری به این معنی است که پارامتر پیوسته گروه تابع مختصات مکانی نباشد.

هر گاه این تبدیلات از حالت سراسری به حالت موضعی تبدیل شوند لاگرانژی آزاد دیگر تحت این تبدیلات جدید ناوردا نیست بلکه باید برای حفظ ناوردایی آن جملاتی به لاگرانژی اضافه کرد در این صورت لاگرانژی دیگر آزاد نیست و این لاگرانژی اندرکنش‌دار است که تحت تبدیلات موضعی ناورداست.

لاگرانژی آزاد مدل استاندارد لاگرانژدیراک آزاد است. این لاگرانژی برای توصیف ذرات با اسپین ۱/۲ به کار می‌رود و فرض مدل استاندارد بر این است که ذرات مادی تشکیل‌دهنده جهان فرمیون‌ها با اسپین ۱/۲و ذراتی که نقش انتقال نیرو را دارند بوزنهای پیمانه ای هستند.

سه تقارن بر این لاگرانژی حاکماست که با تبدیل شدن به تقارن موضعی سه اندرکنش الکترومغناطیس، ضعیف و قوی هسته‌ای را به لاگرانژی آزاد اضافه می‌کنند.

۱- تقارن $U(1)$: که از دسته تقارن‌های جابه‌جایی است زیرا تنها یک مولد دارد. این تبدیل در حالت سراسری چیزی بیش از تبدیل یک فاز نیست.

$$L_D^0 = \bar{\psi}\,(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$$ ۱-۲

قابل ذکر است که γ ها ماتریس دیراک اند که بر حسب ماتریس های پائولی می توان آنها را به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1_{2\times2} & 0 \\ 0 & -1_{2\times2} \end{pmatrix} \qquad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\tau} \\ -\vec{\tau} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_\mu = (\gamma^0, -\vec{\gamma}) \qquad \gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma})$$

۱-۳

τ_i ها نیز ماتریس‌های پائولی دو در دو هستند.

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$ ۱-۴

تبدیل $U(1)$ سراسری روی لاگرانژی به شکل زیر است.

$$\psi \to \psi' = e^{i\alpha}\,\psi \qquad \Rightarrow \quad L_D^0 \to L_D'^0 = L_D^0$$ ۱-۵

با تغییر یافتن به حالت موضعی:

$$\psi \to \psi' = e^{i\alpha(x)}\,\psi$$ ۱-۶

دیگر لاگرانژی آزاد تحت این تبدیل ناوردا نیست بلکه باید جمله‌ای به شکل زیر به آن اضافه شود.

$$L = \underbrace{\bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi}_{L^0} - ie\bar{\psi}\gamma^\mu B_\mu \psi$$

۱-۷

این جمله اندرکنش الکترومغناطیس را نشان می‌دهد. اگر لاگرانژی را به شکل زیر بنویسیم.

$$L = \bar{\psi}\left(i\gamma^\mu(\partial_\mu - ieB_\mu) - m\right)\psi$$ ۱-۸

که در آن D مشتق هم وردا نام دارد و به صورت زیر تعرف می شود.

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ieB_\mu$$

اکنون می‌توان دید این تبدیل در لاگرانژی باعث می شود تامعادلات حرکت به همان معادلات حرکت ذرات باردار در میدان الکترو مغناطیسی تبدیل شود.

$$\begin{aligned} p_\mu &\longrightarrow p_\mu - eA_\mu \\ \partial_\mu &\longrightarrow \partial_\mu + ieA_\mu \end{aligned} \qquad ۱-۹$$

به همین دلیل تبدیل ∂_μ به D_μ را نشانه حضور نیروی الکترومغناطیسی می‌دانیم به گونه‌ای که هم‌زمان با تبدیل α از حالت سراسری به موضعی $\alpha(x)$ و ψ به ψ'برای ناوردایی لاگرانژی باید تبدیلات زیر را نیز همزمان انجام دهیم.

$$\begin{aligned} \partial_\mu &\longrightarrow \partial_\mu + ieB_\mu \\ B_\mu &\longrightarrow B_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu X(x) \end{aligned} \qquad ۱-۱۰$$

در مدل استاندارد B_μ هنوز دقیقاً نشان‌دهنده میدان الکترومغناطیسی نیست. جلوتر خواهیم دید B_μ ویژه حالت جرم نیست. (از این پس هر جا عبارت ذره یا میدان فیزیکی به کار می‌رود به معنای ویژه حالت جرم بودن است).

مولد این تبدیل را با $\frac{Y}{2}$ نشان می‌دهیم که Y یک عدد است و خاصیت جابه‌جایی را داراست و عنصر تبدیل $U(1)$ را به شکل $e^{iY/2}$ نشان می‌دهیم.

در مدل استاندارد به جای $U(1)$ از $U_Y(1)$ استفاده می‌کنیم. دلیل این نمادگذاری این است که $U_Y(1)$تنها تقارن $U(1)$ مدل استاندارد نیست. اندیس Yدر مدل استاندارد برای ابر بار [1] به کار می رود که با بار الکتریکی متفاوت است.

در گروه $U(1)$ در نمایش‌های بُعد بالاتر از یک, ماتریس‌های قطری متناسب با واحد مولد گروه هستند و بنابراین هم‌چنان خاصیت جابه‌جایی را دارا هستند.

۱-Hypercharge

اگر لاگرانژی را تنها به شکل بالا بنویسیم خواهیم دید B_μها دارای دینامیک نیستند یعنی تغییرات فضا-زمانی آن‌ها در نظرگرفته نشده است، بنابراین جمله زیر نیز بر لاگرانژی بالا اضافه می‌شود.

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}\,F^{\mu\nu} \qquad ; \qquad F_{\mu\nu}=\partial_\mu\beta_\nu-\partial_\nu\beta_\mu \qquad \text{۱-۱۱}$$

۲- تقارن $SU(2)$: این تقارن از دسته تقارن‌های ناجابه‌جایی است زیرا مولد آن در کمترین بُعد نمایش ماتریس‌های 2×2 است که همگی به‌طور هم‌زمان قطری نمی‌شوند بلکه جبر این گروه به صورت زیر است.

$$\left[T_i\,,\,T_j\right]=\varepsilon_{ijk}T_k \qquad \text{۱-۱۲}$$

در نمایش بنیادین گروه $T_i=\frac{\tau_i}{2}$ مولد های گروه $SU(2)$ هستند که τ_i همان ماتریس‌های پائولی معرفی شده در رابطه ۴-۱ هستند. این تقارن می‌تواند نشانگر تقارن آیزواسپین ضعیف باشد.

اهمیت تقارن $SU(2)$ در نظریه هنگامی بارز می‌شود که آن را از حالت سراسری به موضعی تبدیل کنیم و به جای دوتایی پروتون نوترون $\begin{pmatrix}p\\n\end{pmatrix}$دوتایی کوارکی $\begin{pmatrix}u\\d\end{pmatrix}$ را بررسی کنیم. p و n خود حالت‌های ترکیبی از کوارک‌ها هستند و ما اگر به‌دنبال لاگرانژی‌ای هستیم که ذرات بنیادین طبیعت و اندرکنش‌های آنان را توصیف کند توجه خود را بیشتر معطوف کوارک‌ها که فاکتورهای سازنده ی هادرون‌ها هستند می‌کنیم.

$SU(2)$ موضعی تقارن موجود در نیروی ضعیف هسته‌ای را توصیف می‌کند از دید این نیرو عناصر بالا و پایین دوتایی‌های زیر مشابه هستند.

$$\begin{pmatrix}u\\d\end{pmatrix}_L \qquad , \qquad \begin{pmatrix}\bar{e}\\\bar{\nu}_e\end{pmatrix}_L$$

این ذرات نیز فعلاً پیش از تعریف اختلاط، فیزیکی نیستند.

اندیس L علامت چپ دست بودن است.

ذرات جرم‌دار هیچ‌گاه کاملاً کایرال نمی‌شوند، یعنی چپ دست یا راست دست خالص، بلکه با احتمالی چپ دست و با احتمالی راست دست هستند. تابع حالت یک فرمیون تنها هنگامی که جرم آن صفر باشد به صورت کایرال در می‌آید.[۱]

کایرالیتی در نمایش وایل به صورت زیر تعریف می‌شود.اگر میدان چهار مولفه ای اسپینوری را به شکل زیر در نظر بگیریم

آنگاه تعریف اسپینور چپ دست و راست دست به صورت زیر است

$\psi = \binom{\psi_L}{0}$ اسپینور چپ دست

$\psi = \binom{0}{\psi_R}$ اسپینور راست دست

حال با تعریف زیر:

$$\gamma^5 = \gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{۱-۱۳}$$

میتوان دید $\frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$ یک عملگر مصور است.

باید توجه داشت که در رفتار طبیعت با ذرات چپ دست و راست دست تفاوتی مشاهده می‌شود.

نیروی ضعیف تنها بر ذرات چپ دست اثر می‌کند بنابراین ψ که در لاگرانژی قرار دارد برای ذرات چپ دست یک دوتایی است برخلاف ذرات راست دست که به صورت تکتایی e_R^- و ν_R و d و u راست دست هستند (ν_R در طبیعت مشاهده نشده است).

تبدیل موضعی $SU(2)$برای دوتایی چپ دست نسل اول کوارک ها به این شکل می‌باشد:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = e^{i\frac{\tau_i}{2}\theta_i(x)} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

$$\psi_L \longrightarrow \psi'_L = e^{i\tau_i\frac{\theta_i}{2}(x)}\psi_L \qquad \text{۱-۱۴}$$

و در چنین شرایطی لاگرانژی آزاد تحت تبدیلات فوق ناوردا نیست مگر در حالتی که جمله اندرکنش زیر بدان اضافه گردد

$$L = \bar{\psi}_L (i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi_L - i g' \overline{\psi_L} \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} w^i_\mu \qquad ۱-۱۵$$

همانند اندرکنش الکترومغناطیسی در اینجا نیز می‌توان ∂_μ را به D_μ بدل کرد.

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2} i g' \tau_i w i_\mu$$

$$\text{همزمان} \quad w^i_\mu \to w^i_\mu - \frac{1}{g'}\partial_\mu \theta^i - \varepsilon_{ijk}\theta^j w^k_\mu \qquad ۱-۱۶$$

و همان‌گونه که مشاهده می‌شود میدان‌های W دینامیک ندارند بنابراین جمله زیر نیز برای توصیف دینامیک Wها به لاگرانژی اضافه می‌شود.

$$-\frac{1}{4}\left[\sum_i (\partial_\mu w^i_\nu - \partial_\nu w^i_\mu) - g\sum_{j,k}(w^j_\mu\ w^k_\nu) + \mu \rightleftharpoons \nu\right] \qquad ۱-۱۷$$

در فیزیک به نظریه هایی مانند این که گروه تقارن پیمانه ای آنها جابه جایی نیست نظریه پیمانه‌ای یانگ– میلز می‌گویند[1].

ذرات راست دست و چپ دست از دید نیروی ضعیف هسته‌ای با عامل یکسان تبدیل نمی‌شوند بلکه ψ_L با عناصر گروه $SU(2)$ و ψ_R با گروه $U(1)$ تبدیل می‌شوند این امر منجر می‌شود جمله جرمی دیراک ناوردا نماند (در لاگرانژی دیراک جمله $-m\bar{\psi}\psi$ جمله جرمی است و هرگاه جمله‌ای به این شکل در لاگرانژی ظاهر شود به آن جمله جرمی دیراک می‌گویند. جملات جرمی از نوع دیگر هم وجود دارند که در مباحث آتی به آن خواهیم پرداخت). در واقع می توان دید که:

$$\begin{aligned} m\bar{\psi}\psi &= m\bar{\psi}\left(\frac{1}{2}(1+\gamma^5) + \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\right)\psi \\ &= m\bar{\psi}_L\psi_R + m\bar{\psi}_R\psi_L \end{aligned} \qquad ۱-۱۸$$

۱-Yang-Miles Theory

اگر عامل تبدیل $SU_L(2)$ را روی این قسمت از لاگرانژی اثر دهیم خواهیم دید:

$$\begin{aligned} &\bar{\psi}_L \longrightarrow \bar{\psi}_L e^{-i\frac{\tau^i}{2}\theta_i(x)} \qquad\qquad \bar{\psi}_R \to \bar{\psi}_R \\ &\psi_L \longrightarrow e^{i\frac{\tau^i}{2}\theta_i(x)}\psi \qquad\qquad \psi_R \to \psi_R \\ &\Rightarrow m\bar{\psi}\psi \longrightarrow m\left(\bar{\psi}_L e^{-i\frac{\tau^i}{2}\theta_i(x)}\psi_R + \bar{\psi}_R e^{\frac{i\frac{\tau^i}{2}\theta_i(x)}{2}}\psi_L\right) \neq m\bar{\psi}\psi \end{aligned} \qquad ۱-۱۹$$

بنابراین جمله جرمی دیراک در این شرایط تحت تبدیلات پیمانه‌ای ناوردا نیست و چون لاگرانژی مدل استاندارد تحت تبدیلات پیمانه‌ای باید ناوردا بماند پس لاجرم جمله $m\bar{\psi}\psi$ را از لاگرانژی حذف می‌کنیم.

اما این کار معادل این است که در لاگرانژی جرم را مساوی صفر قرار داده باشیم، این کار با مشاهدات ما تناقض دارد به جز نوترینو که در فرض‌های اولیه مدل استاندارد بدون جرم در نظر گرفته می‌شود باقی فرمیون‌ها جرم‌دار هستند. بنابراین برای حضور جمله جرمی از روش‌های دیگری مانند مکانیزم هیگز و Technicolor استفاده می‌شود.

ما در اینجا تنها مکانیزم هیگز را هم برای مدل استاندارد و هم برای GUT بررسی خواهیم کرد.

به تبدیل زیر توجه کنیم.

$$\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu = (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)\gamma_\mu(\psi_L + \psi_R)A^\mu \qquad ۱-۲۰$$

$$= \bar{\psi}_L\gamma_\mu\psi_L A^\mu + \bar{\psi}_R\gamma_\mu\psi_R A^\mu + \underbrace{\bar{\psi}_L\gamma_\mu\psi_R A^\mu}_{0} + \underbrace{\bar{\psi}_R\gamma_\mu\psi_L A^\mu}_{0}$$

دو جمله آخر به دلیل تأثیر γ^5 در ψ_R و ψ_L رابطه جابه‌جایی $\left[\gamma^\mu, \gamma^5\right] = 0$ صفر خواهد شد.

بنابراین اگر تبدیلات رابطه ۱-۱۹ را روی جمله بالا اثر دهیم خواهیم دید تحت این تبدیلات ناوردا باقی خواهد ماند.

اکنون که تمایز قائل شدن بین ذرات چپ دست و راست دست به دلیل حضور نیروی ضعیف اهمیت پیدا کرده است بررسی زیر برای ادامه مبحث مفید خواهد بود.

در اینجا میخواهیم رابطه ذرات چپ دست و نوشته شود برای این کار به جای ذرات راست دست در لاگرانژی از ضد ذرات چپ دست استفاده می‌کنیم. اثبات این امر به صورت زیر است:

حل معادله اویلر لاگرانژ برای لاگرانژی دیراک در حضور میدان الکترومغناطیسی به شکل زیر است.

۱-۲۱ $$\gamma^{\mu}(i\partial_{\mu}-eB_{\mu})\psi-m\psi=0$$

اگر بخواهیم معادله حرکت را برای ضد ذرات بنویسیم چون می‌دانیم کمیات جمع‌پذیر برای ضد ذرات منفی ذرات است (عدد باریونی، لپتونی، بار الکتریکی و ...) در لاگرانژی e به $-e$ باید تبدیل گردد.اینک اگر میدان ψ^{c}معرف تابع حالت ضد ذره باشد معادله دیراک برای آن چنین است.

۱-۲۲ $$\gamma^{\mu}(i\partial_{\mu}+eB_{\mu})\psi^{c}-m\psi^{c}=0$$

حال اگر تغییرات زیر را بر روی معادله ۲۲-۱ انجام دهیم می توانیم به شکل معادله ۲۱-۱ برسیم.ابتدا مزدوج مختلط معادله ۲۱-۱ را می نویسیم.

۱-۲۳ $$\gamma^{\mu\star}(-i\partial_{\mu}-eB_{\mu})\psi^{\star}-m\psi^{\star}=0$$

$$-\gamma_0^{T}\gamma^{\mu\star}(i\partial_{\mu}+eB_{\mu})\psi^{\star}-m\gamma_0^{T}\psi^{\star}=0$$

$$-\gamma_0^{T}\gamma^{\mu\star}\gamma_0^{T}(i\partial_{\mu}+eB_{\mu})\gamma_0^{T}\psi^{\star}-m\gamma_0^{T}\psi^{\star}=0$$

$$\left.\begin{array}{l}\gamma_0\psi=\psi\\ \gamma_0^{T}\gamma^{\mu\star}\gamma_0^{T}=\gamma^{\mu T}\end{array}\right\}\Rightarrow-\gamma^{\mu T}(i\partial_{\mu}+eB_{\mu})\overline{\psi}^{T}-m\overline{\psi}^{T}=0$$

اکنون برای رسیدن به شکل رابطه ۲۱-۱ به عملگری مانند C نیاز داریم که خاصیت زیر را دارا باشد.

$$C^{-1}\gamma_{\mu}C=-\gamma_{\mu}^{T}$$

$$C(-\gamma_{\mu}^{T})C^{-1}(i\partial_{\mu}+B_{\mu})C\overline{\psi}^{T}-mC\overline{\psi}^{T}=0$$

۱-۲۴ $$\psi^{c}\equiv C\overline{\psi}^{T}\qquad\gamma_{\mu}(i\partial_{\mu}+eB_{\mu})\psi^{e}-m\psi^{c}=0$$

بنابراین بردار حالتی که ضد ذرات را توصیف کند باید توسط عملگر C به دست آید.

عملگری که رابطه ۲۳-۱ را ارضا کند می‌تواند از ترکیب گاما هابه شکل زیر ساخته شود.و خواص زیر را دارا است.

$$C^T = C^+ = C^{-1} = -C\ C = I\,\gamma^2\gamma^0$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

اکنون باید نشان دهیم تابع حالت ضد ذره چپ دست متناسب با تابع حالت ذره راست دست است (و بالعکس)

$$\psi_L^c \equiv P_L\psi^c = P_L C\bar{\psi}^T = C(\bar{\psi}P_L)T = C\gamma_0^T\psi_R^\star$$

۲۵-۱ $\psi_L^C = \begin{pmatrix} 0 \\ -i\sigma_2\psi_R^\star \end{pmatrix}$ $\gamma_0^T = \gamma_0$ در نمایش وایل

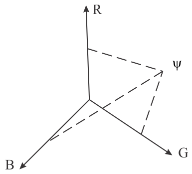
و این همان مفهوم را می‌رساند که ضد ذره چپ گرد یک اسپینور راست گرد است. در نتیجه مرسوم است گاهی در نوشتن لاگرانژی تمام جملات بر حسب ذرات چپ دست نوشته شود به این طریق که به جای ذرات راست دست از ضد ذرات چپ دست استفاده می‌کنیم.

۳- SU(3): تقارن SU(3) موضعی توصیف‌کننده نیروی قوی هسته‌ای است. کوارک‌ها خاصیتی سه‌گانه به نام رنگ دارند که آن را با حروف R، G و B(Red,Green,Blue)مشخص می‌کنند.

در بخش anomalies نشان خواهیم داد وجود ۳ رنگ برای نداشتن ناهنجاری (anomaly) ضروری است و همین مسأله باعث خواهد شد که مدل استاندارد نظریه‌ای باز بهنجارش‌پذیر باشد.

اگر ψ بردار حالت ذره باشد با بار رنگ ندارد (مانند لپتون ها) که در نتیجه در فضای رنگ همانند بردار صفر است (null vector) و یا بار رنگ دارد که در نتیجه با یک بردار غیر صفر در این فضا

مشخص می‌شود. این بردار در اثر تصویر به روی پایه‌های R، G و B نشان می‌دهد دامنه احتمال اینکه بار رنگ ذره هر یک از این سه مقدار باشد چه‌قدر است.



نیروی قوی نسبت به چرخش بردار حالت ذره در فضای رنگ ناورداست. و در نتیجه تقارن SU(3) دارد. (دوران).[۲]

این تبدیل به شکل زیر نمایش داده می‌شود.

$$\psi(x) \longrightarrow \psi'(x) = e^{i\frac{\lambda_i}{2}\alpha_i(x)}\psi(x) \qquad i = 1,\dots,8 \qquad (۱-۲۶)$$

$\psi(x)$ در اینجا سه‌تایی رنگ است.

$$\psi = \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

و به طور هم‌زمان با تبدیل $\psi(x) \rightarrow \psi'(x)$

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2} i\, g_s \lambda_i\, G^i_\mu$$

$$G_{i\mu}(x) \rightarrow G_{i\mu}(x) - \frac{1}{g_s}\partial_\mu \alpha_i(x) - f_{ijk}\alpha_j(x) G_{k\mu}(x) \qquad (۱-۲۷)$$

$\lambda i/_2$ها مولد SU(3) هستند که در جبر زیر صدق می‌کنند[۱]

$$\left[\frac{\lambda_i}{2}, \frac{\lambda_j}{2}\right] = i\, f_{ijk}\frac{\lambda_k}{2} \qquad (۱-۲۸)$$

$\lambda i/_2$ در نمایش بنیادین گروه SU(3)ماتریس‌های 3×3 گلمان هستند.

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad (۱-۲۹)$$

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

به نظریه‌ای که در آن تقارن $SU_C(3)$ و نیروی قوی بررسی می‌شود QCD[1] گفته می‌شود ، اندیس c به معنای color یعنی رنگ است. ضمناً همانند نیروی الکترومغناطیس و ضعیف هسته‌ای دراین بخش نیز به دلیل اینکه $G_{i\mu}$ به همراه $\partial_\mu G_i^\mu$ در لاگرانژی ظاهر نشده و بنابراین $G_{i\mu}$ دینامیک ندارد.

جمله زیر نیز به لاگرانژی اضافه می‌شود.

$$-\frac{1}{4}\sum_{\alpha=1}^{3} G_{\mu\nu}^{\alpha}\, G^{\mu\nu\alpha}$$

$$G_{\mu\nu}^{\alpha} \equiv \partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha - g\sum_{j,k} f_{jk}^{\alpha}\, G_\mu^j\, G_\nu^k \qquad ۱-۳۰$$

۱-Quantum Chromo Dynamic

لاگرانژی مدل استاندارد

لاگرانژی مدل استاندارد از چند بخش تشکیل شده است.

۱- بخش فرمیونی: اندرکنش فرمیون‌ها را با یکدیگر و با بوزون‌های واسطه نشان می‌دهد.

$$L_f = \sum_f \bar{f}\, i\gamma^\mu D^\mu f$$

$$f \equiv \begin{cases} L = \begin{pmatrix} \bar{\nu}e \\ \bar{e} \end{pmatrix}_L \quad , \quad \begin{pmatrix} u_\alpha \\ d_\alpha \end{pmatrix}_L \qquad R = e_R, u_R,\ d_R \\ \alpha = 1,\ 2,\ 3 \end{cases} \qquad \text{۱-۳۱}$$

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} g' Y B_\mu + \frac{1}{2} i\, g' \tau_i G_\mu^i + \frac{1}{2} i g_s'\, \lambda_i G_\mu^i$$

۲- بخش بوزون‌های پیمانه‌ای: جمله‌ای که دینامیک میدان‌های پیمانه‌ای را نشان می‌دهد.

$$L_G = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}\, F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i\, W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^\alpha\, G^{\alpha\mu\nu} \qquad \text{۱-۳۲}$$

۳- پتانسیل اسکالر هیگز: که در بخش بعدی معرفی خواهد شد. L_S

۴- پتانسیل یوکاوا: اندرکنش فرمیون‌ها را با پتانسیل هیگز نشان خواهد داد. L_Y

در بخش آتی با معرفی میدان هیگز، L_S، L_Y را معرفی خواهیم کرد.

$$L_{SM} = L_f + L_G + L_s + L_Y \qquad \text{۱-۳۳}$$

نظریه الکتروضعیف و میدان هیگز

نظریه الکتروضعیف در بر گیرنده دو نظریه الکترومغناطیس با گروه تقارن پیمانه ای $U(1)$ و یانگ میلز ضعیف هسته ای است.در این نظریهمکانیسم هیگز برای جرم دادن به ذرات نقش مرکزی را بازی می کند.

مکانیزم هیگز یک مکانیزم مستقل از نظریه است و بر مبنای شکست خود به خودی تقارن می‌باشد.

در اینجا بر روی استفاده از این روش برای شکست خود به خودی تقارن در الکتروضعیف تمرکز خواهیم داشت اما توجه داشته باشیم که مبنای این روش چنانکه گفته شد مستقل از الکتروضعیف است و برای نظریه‌های گوناگون قابل استفاده می‌باشد.

نظریه الکتروضعیف از چند جنبه برای ما حائز اهمیت است، الکتروضعیف گرچه ذاتاً یک نظریه متحد شده نیست، زیرا خواهیم دید که هنوز دو ثابت جفت‌شدگی دارد، اما اولین گام در متحد کردن نیروها و یکپارچه‌سازی در فیزیک ذرات است. در این نظریه برای اولین بار به صورت کاربردی در مدل استاندارد از مکانیزم هیگز استفاده شده است که ذرات و میدان‌های بدون جرم را در مدل استاندارد به ذرات و میدان‌های جرم‌دار تبدیل می‌کند و هم‌زمان با مشخص شدن جملات جرمی امکان تبدیل میدان‌های w_μ^i و B_μ معرفی شده در بخش قبل را که فیزیکی نبودند به میدان‌های فیزیکی با جرم مشخص فراهم می‌کند.

گروه تقارنی لاگرانژی را (فعلاً در غیاب نیروی قوی) $SU_L(2)\times U_Y(1)$ در نظر می‌گیریم. این گروه جدید چهار مولد دارد.

اگر g_1 یکی از اعضای گروه $SU_L(2)$ و g_L یکی از اعضای گروه $U_Y(1)$ باشد.

$$g_1 = \exp\left(i\,\frac{\tau_i}{2}\,\alpha_i\right) \qquad ; \qquad g_2 = \exp\left(i\,\frac{Y}{2}\,\alpha\right) \tag{1-34}$$

اکنون $g_1 \otimes g_2$ یکی از اعضای $SU_L(2)\otimes U_Y(1)$ است.