١١٢٧٥

١١٢٨٦ - ٢٠٠١٩٤٣

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم‌پایه

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد ریاضی(محض)

مروری بر اتوماتای پشته‌ای فازی

توسط

معصومه گل‌محمدیان

استاد راهنما

دکتر محمد مهدی زاهدی

استاد مشاور

دکتر علی ایرانمنش

بهمن‌ماه ۱۳۸۷

۱۳۸۸/۶/۱۶

مرکز اطلاعات و مدارک علمی
تهیه مدارک

۱۱۶۵۶۰

دانشکده علوم پایه

بسمه تعالی

تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد

عضای هیئت داوران نسخهٔ نهایی پایان‌نامه خانم **معصومه گل‌محمدیان** رشته **ریاضی (محض)** تحت عنوان: «**مروری بر اتوماتای پشته‌ای فازی**» از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آنرا برای اخذ درجهٔ کارشناسی‌ارشد مورد تائید قرار دادند.

اعضای هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر محمدمهدی زاهدی	استاد	
۲- استاد مشاور	دکتر علی ایرانمنش	استاد	
۳- استاد ناظر داخلی	دکتر سیداحمد موسوی	دانشیار	
٤- استاد ناظر خارجی	دکتر رضا عامری	استاد	
٥- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر سیداحمد موسوی	دانشیار	

بسمه‌تعالی

آیین‌نامهٔ چاپ پایان‌نامه (رساله)های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرّس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان‌نامه (رساله)های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرّس، مبیّن بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش‌آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می‌شوند:

مادّهٔ ۱ در صورت اقدام به چاپ پایان‌نامه (رساله)ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اطلاع دهد.

مادّهٔ ۲ در صفحهٔ سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند:

«کتاب حاضر، حاصل پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد/رسالهٔ دکتری نگارنده در رشتهٔ ریاضی محض است که در سال ۱۳۸۷ در دانشکدهٔ علوم دانشگاه تربیت مدرّس به راهنمایی سرکار خانم/جناب آقای دکتر محمدمهدی راصدی، مشاورهٔ سرکار خانم/جناب آقای دکتر علی ایرانمنش و مشاورهٔ سرکار خانم/جناب آقای دکتر از آن دفاع شده است.»

مادّهٔ ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه‌های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

مادّهٔ ۴ در صورت عدم رعایت مادّهٔ ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ‌شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرّس، تأدیه کند.

مادّهٔ ۵ دانشجو تعهد و قبول می‌کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در مادّهٔ ۴ را از محلّ توقیف کتابهای عرضه‌شدهٔ نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

مادّهٔ ۶ اینجانب معصومه گل محمدیان دانشجوی رشته ریاضی محض (جبر) مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می‌شوم.

نام و نام‌خانوادگی: معصومه گل محمدیان

تاریخ و امضا: ۸۸/۳/۷

آیین‌نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی

دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه:

با عنایت به سیاست‌های پژوهشی و فناوری دانشگاه در راستای تحقق عدالت وکرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیأت‌علمی، دانشجویان، دانش‌آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد زیر را رعایت نمایند:

ماده ۱- حق نشر و تکثیر پایان‌نامه/رساله و درآمدهای حاصل از آنها متعلق به دانشگاه می‌باشد ولی حقوق معنوی پدیدآورندگان محفوظ خواهد بود.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه / رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و با تایید استاد راهنمای اصلی، یکی از اساتید راهنما، مشاور و یا دانشجوی مسئول مکاتبات مقاله باشد. ولی مسئولیت علمی مقاله مستخرج از پایان‌نامه و رساله به عهده اساتید راهنما و دانشجو می‌باشد.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانش‌آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه/رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب و یا نرم‌افزار و یا آثار ویژه حاصل از نتایج پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی کلیه واحدهای دانشگاه اعم از دانشکده‌ها، مزاکز تحقیقاتی، پژوهشکده‌ها، پارک علم و فناوری و دیگر واحدها باید با مجوز کتبی صادره از معاونت پژوهشی دانشگاه و براساس آئین‌نامه‌های مصوب انجام شود.

ماده ٤- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه یافته‌ها در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه/رساله و تمامی طرح‌های تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق معاونت پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ٥- این آیین‌نامه در ٥ ماده و یک تبصره در تاریخ ۸۷/٤/۱ در شورای پژوهشی و در تاریخ ۸۷/٤/۲۳ در هیأت‌رئیسه دانشگاه به تایید رسید و در جلسه مورخ ۸۷/۷/۱٥ شورای دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب در شورای دانشگاه لازم‌الاجرا است.

این مجموعه تقدیم به پدر و مادر عزیزم که نیکی و منتشان بر من فراوان و نیکی من بر آنان بسیار کم است. کاش بتوانم در آینده با قلبی مهربان و خویی نرم آنچنان که شایسته است، اندکی به جبران محبت‌های ایشان بپردازم.

همچنین این مجموعه تقدیم به همسر مهربانم که همواره با صبر و محبت بی‌اندازه خود مرا در رسیدن به اهدافم یاری نموده‌اند.

تشکر و قدردانی

خداوندا درود فرست برمحمد و آل او و ما را به سوی توبه و بازگشتی که پسند توست سوق ده و از اصرار بر آنچه ناپسند توست بازدار که همانا راه هدایت را به هر که نشان دهی دیگر گمراهی گمراه کنندگان او را به بیراهه نکشاند.

استاد ارجمند جناب آقای دکتر محمد مهدی زاهدی، اکنون که به لطف پروردگار و راهنمایی‌های بی‌دریغ شما موفق به ارائه این مجموعه گردیده‌ام، خالصانه از شما سپاس‌گزارم.

همچنین از اساتید گرانقدر، جناب آقای دکتر ایرانمنش، دکتر موسوی و دکتر عامری که زحمت مطالعه و داوری این پایان‌نامه را تقبل کرده‌اند، تشکر می‌نمایم و از خداوند متعال توفیق روز افزون ایشان را خواستارم.

امید آن دارم که این قطره ناچیز باز هم به حرکت خود ادامه دهد تا به اقیانوس مراجع علم و معرفت بپیوندد و همیشه به یاد داشته باشد که حرکت کردن و پیوستن را چگونه به او آموخته‌اید.

با تشکر

معصومه گل‌محمدیان

چکیده

در این پایان‌نامه ابتدا به بررسی گرامر آزاد از متن، اتوماتای پشته‌ای و ارتباط بین این دو می‌پردازیم. سپس مفهوم گرامر آزاد از متن را به گرامر آزاد از متن فازی و مفهوم اتوماتای پشته‌ای را به اتوماتای پشته‌ای فازی گسترش می‌دهیم. همچنین روش‌هایی مناسب برای به دست آوردن زبان آن‌ها ارائه می‌دهیم. پس از آن به بررسی ارتباط بین گرامر آزاد از متن فازی و اتوماتای پشته‌ای فازی می‌پردازیم. به ویژه نشان می‌دهیم که این دو مفهوم با یکدیگر معادلند. در انتها با در نظر گرفتن یک اتوماتای حالت متناهی قطعی، ابر K- جبرهایی روی مجموعه حالت‌های این اتوماتا و مجموعهٔ همهٔ رده‌های هم‌ارزی حاصل از یک رابطه هم‌ارزی روی حالت‌ها، تعریف می‌کنیم.

کلید واژه‌ها: ابر K- جبر، ابر ساختار، اتوماتا، اتوماتای پشته‌ای، اتوماتای پشته‌ای فازی، اتوماتای حالت متناهی قطعی، گرامر، گرامر آزاد از متن و گرامر آزاد از متن فازی.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

مقدمه ۱

فصل اول ـ اتوماتا و زبان‌ها

۱-۱ مقدمه ٤

۱-۲ اتوماتا ٤

۱-۳ گرامر و زبان ۱۰

۱-٤ اتوماتای پشته‌ای ۱٤

۱-۵ مشبکه‌ها ۲۷

فصل دوم ـ گرامرها و زبان‌های فازی

۲-۱ مقدمه ۳۳

۲-۲ زبان‌های فازی ۳۳

۲-۳ تأثیر عملگرها بر روی زبان‌های فازی ۳٦

۲-٤ گرامر آزاد از متن فازی ۳۹

۲-۵ خانوادهٔ زبان‌های فازی ۵۰

فصل سوم ـ اتوماتای پشته‌ای فازی

۳-۱ مقدمه ۵٦

۳-۲ اتوماتای پشته‌ای فازی ۵٦

۳-۳ زبان یک اتوماتای پشته‌ای فازی ۵۹

۳-٤ معادل بودن گرامر آزاد از متن فازی با اتوماتای پشته‌ای فازی ٦٤

فصل چهارم ـ ابر K- جبرهای تولید شده توسط اتوماتای حالت متناهی

٤-۱ مقدمه ۷۲

٤-۲ ابر K- جبرهای تولید شده توسط اتوماتای حالت متناهی ۷۹

مراجع ۹۷

واژه‌نامهٔ فارسی به انگلیسی ۱۰۰

واژه‌نامهٔ انگلیسی به فارسی ۱۰۳

مقدمه

در این پایان‌نامه ابتدا اندکی با نظریه کلاسیک اتوماتا آشنا می‌شویم. این نظریه انواع گرامر و انواع اتوماتا از جمله اتوماتای حالت متناهی قطعی (غیر قطعی) و اتوماتای پشته‌ای را معرفی کرده و شیوه به دست آوردن زبان آن‌ها را بیان می‌کند. پس از آن ارتباط بین انواع گرامر و انواع اتوماتا را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهد. این نظریه در طراحی ویرایشگرهای متنی و تحلیل‌گرهای لغوی به نحو بسیار موفقیت‌آمیزی مورد استفاده قرار گرفته است.

در سال‌های اخیر، در محاسبات غیر کلاسیک نیز شیوه‌ها و روش‌های دیگری معرفی شده‌اند که از آن جمله می‌توان به اتوماتای حالت متناهی فازی و زبان‌های فازی اشاره کرد. این روش در تجزیه و تحلیل مسائل مهمی مانند شبکه‌های عصبی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در سیستم‌های فازی، یکی از مهمترین مدل‌های محاسباتی بعد از اتوماتای حالت متناهی فازی، اتوماتای پشته‌ای فازی است. در این پایان‌نامه علاوه بر معرفی اتوماتای پشته‌ای فازی، گرامر آزاد از متن فازی را نیز تعریف می‌کنیم و روشی مناسب برای به دست آوردن زبان این اتوماتا و این گرامر ارائه می‌دهیم. همچنین نشان می‌دهیم که اتوماتای پشته‌ای فازی و گرامرهای آزاد از متن فازی با یکدیگر معادلند.

در این‌جا به بررسی بخش‌های مختلفی از این پایان‌نامه می‌پردازیم.

در فصل اول بعد از مقدمه در ۱-۲، ابتدا به معرفی سه اتوماتا می‌پردازیم که عبارتند از:

۱- اتوماتای حالت متناهی قطعی

۲- اتوماتای حالت متناهی غیر قطعی

۳- اتوماتای حالت متناهی غیر قطعی با λ- انتقال

پس از آن روش به دست آوردن زبان این ماشین‌ها را بررسی می‌کنیم. در ۱-۳ گرامرهای حساس به متن، آزاد از متن و منظم را تعریف کرده و مثال‌های مختلفی در این زمینه ارائه می‌دهیم. در ۱-٤، ابتدا اتوماتای پشته‌ای را معرفی کرده و پس از آن شیوه به دست آوردن زبان این اتوماتا را بیان می‌کنیم. همچنین نشان می‌دهیم به ازای هر اتوماتای پشته‌ای مانند P یک گرامر آزاد از متن مانند G موجود است به قسمی که $L(G)=N(P)$ و برعکس. این مطلب هم ارزی بین اتوماتای پشته‌ای و گرامر آزاد از متن را نشان می‌دهد. در ۱-۵ مشبکه را تعریف کرده و برخی از انواع آن را ذکر می‌کنیم.

در فصل دوم، در ۲-۲، زبان‌های فازی و خصوصیات آن‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و در ۲-۳ تأثیر عملگرهای مختلف را بر روی زبان‌های فازی مشاهده می‌کنیم. در ۲-٤ گرامر آزاد از متن فازی را معرفی کرده و روش دیگری برای به دست آوردن زبان یک گرامر آزاد از متن ارائه می‌دهیم و به کمک آن زبان گرامر آزاد از متن فازی را نیز به دست می‌آوریم. سرانجام در ۲-۵ خانواده زبان‌های فازی، K- گرامر آزاد از متن فازی و زبان آن را تعریف می‌کنیم و به بررسی برخی از خصوصیات آن می‌پردازیم.

در فصل سوم، در ۳-۲، اتوماتای حالت متناهی فازی غیر قطعی با λ- انتقال و اتوماتای پشته‌ای فازی را تعریف می‌کنیم. در ۳-۳ شیوه به دست آوردن زبان یک اتوماتای پشته‌ای فازی را به کمک روش حالت نهایی و روش پشته خالی بررسی می‌کنیم و در نهایت در ۳-٤ قضیه مهمی را اثبات می‌کنیم که بیان می‌کند به ازای هر اتوماتای پشته‌ای فازی مانند P_f یک گرامر آزاد از متن فازی مانند G_f موجود است به قسمی که $N(P_f)=L(G_f)$ و برعکس. این مطلب نشان می‌دهد که اتوماتای پشته‌ای فازی و گرامر آزاد از متن فازی با یکدیگر معادلند.

در فصل ٤ که به عنوان یک پژوهش جدید توسط اینجانب و استاد راهنمای خود مطرح می شود، تلاش می‌کنیم تا ارتباطی بین ابر ساختارها و اتوماتای حالت متناهی برقرار کنیم. در ٤-۱ مقدمات و تعاریف اولیه برای ایجاد این ارتباط آورده شده است. در ٤-۲ ابتدا یک ابر K- جبر ارائه می‌دهیم که تولید شده توسط حالت‌های یک اتوماتای حالت متناهی می‌باشد. پس از آن ابر K- ایده‌آل‌های

مختلفی از این ابر $K-$ جبر را معرفی کرده و نشان می‌دهیم که این ابر $K-$ جبر نرمال است ولی ساده نیست. در ادامه ابر $K-$ جبر دیگری بر روی حالت‌های یک اتوماتای حالت متناهی معرفی می‌کنیم که هم ساده و هم نرمال می‌باشد. در انتها نیز به معرفی ابر $K-$ جبری می‌پردازیم که تولید شده توسط مجموعهٔ تمام کلاس‌های هم ارزی حاصل شده از یک رابطه هم ارزی است و نشان می‌دهیم این ابر $K-$ جبر، هم ساده است و هم نرمال. در تدوین این پایان‌نامه مراجع [۲]، [۱۲] و [۲۳] به عنوان مراجع اصلی فصل اول، دوم و سوم و مراجع [۲۰] و [۲۱] به عنوان مراجع اصلی فصل چهارم مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین از این پایان‌نامه مقاله زیر حاصل شده است.

1) M. Golmohamadian, M. M. Zahedi, Hyper K-algebras induced by a deterministic finite automaton, Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, to appear.

فصل اول

اتوماتا و زبان‌ها

۱-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا انواع اتوماتا، گرامر و زبان را معرفی می‌کنیم. پس از آن اتوماتای پشته‌ای را تعریف کرده و ارتباط آن را با گرامر آزاد از متن بررسی می‌کنیم. در انتها نیز انواع مشبکه را تعریف کرده و مثال‌هایی در این زمینه ارائه می‌دهیم. همچنین برای بیان مطالب این فصل از مراجع [۱۰] و [۱۱] استفاده شده است.

۱-۲ اتوماتا

۱-۲-۱ تعریف: یک اتوماتای حالت متناهی قطعی[۱]، یک پنج‌تایی به صورت $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ است که در آن:

۱) Q مجموعه متناهی از حالت‌ها است.

۲) Σ مجموعه متناهی از الفبای ورودی است.

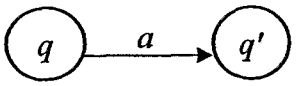
۳) δ یک تابع از $Q\times\Sigma$ به Q است و تابع انتقال نام دارد.

۴) q_0 عضوی از Q است که حالت ابتدایی نام دارد و آن را با $\rightarrow$ (q0) نشان می‌دهیم.

[۱] Deterministic finite automata

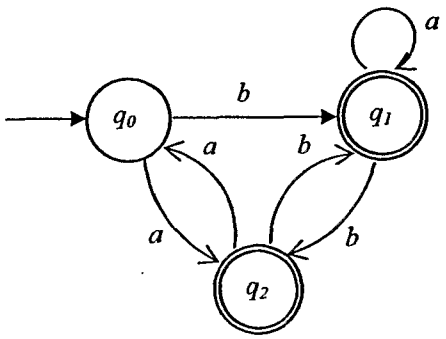
۵) F زیر مجموعه‌ای از Q است و مجموعه حالت‌های نهایی نام دارد.

۱-۲-۲ قرارداد: برای رسم یک ماشین حالت متناهی قطعی، حالت q را با یک دایره کوچک مانند (q) نشان می‌دهیم. همچنین اگر اتوماتا در حالت q قرار گرفته باشد و ورودی a روی آن اثر کند و به حالت q' برود، آن را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:



واگر حالتی مانند q عضوی از F باشد، آن را با $((q))$ نشان می‌دهیم و به آن حالت پذیرشی گوییم.

۱-۲-۳ مثال: اتوماتای حالت متناهی قطعی زیر را در نظر می‌گیریم:



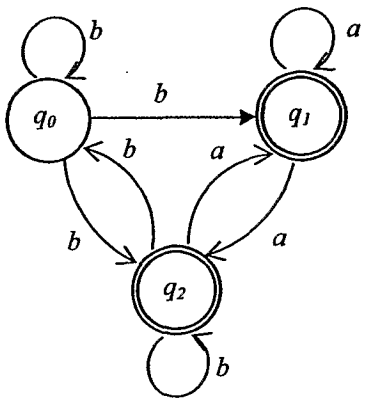
در این اتوماتا $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$، $\Sigma=\{a,b\}$، $F=\{q_1,q_2\}$، $q_0=q_0$ و δ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta(q_0,a)=q_2 \quad \delta(q_1,a)=q_1 \quad \delta(q_2,a)=q_0$$

$$\delta(q_0,b)=q_1 \quad \delta(q_1,b)=q_2 \quad \delta(q_2,b)=q_1$$

۱-۲-٤ تعریف: یک اتوماتای حالت متناهی غیر قطعی[1]، یک پنج‌تایی به صورت $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ است که در آن Q، Σ، q_0 و F مانند قبل تعریف می‌شوند ولی δ یک تابع انتقال از $Q\times\Sigma$ به $P(Q)$ است که در آن $P(Q)$ مجموعه تمام زیر مجموعه‌های Q است.

۱-۲-۵ مثال: اتوماتای حالت متناهی زیر غیر قطعی است.



زیرا، کافی است انتقال‌هایی را که بر روی حالت q_1 صورت گرفته است را در نظر بگیریم. لذا داریم:

$$\delta(q_1,a)=\{q_1,q_2\}$$
$$\delta(q_1,b)=\phi$$

و همینطور $\delta(q_0,b)=\{q_1,q_2\}$.

۱-۲-٦ تعریف: فرض کنیم Σ یک مجموعه غیر تهی باشد. Σ^+ را مجموعه تمام رشته‌های متناهی روی Σ در نظر می‌گیریم. به عبارت دیگر $\Sigma^+=\{a_1,a_1...a_n \mid a_i\in\Sigma,n\in N\}$. حال اگر عنصر تهی یا λ را به Σ^+ اضافه کنیم، Σ^* به دست می‌آید؛ یعنی $\Sigma^*=\Sigma^+\cup\{\lambda\}$. همچنین به هر عضو Σ^* یک کلمه و به λ کلمه تهی می‌گوییم.

[1] Non-deterministic finite automata

۱-۲-۷ تعریف: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q,F)$ یک اتوماتای حالت متناهی باشد و $a=a_1a_2...a_n$ یک کلمه روی Σ باشد.در این صورت گوییم a توسط A پذیرش شده است هرگاه حالت‌های q_0، q_1، ... ، q_n موجود باشند به قسمی که:

۱) $q_0=q$،

۲) $\delta(q_{i-1},a_i)=q_i$ برای هر $1\le i\le n$،

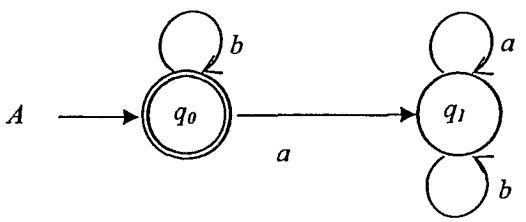
۳) $q_n\in F$.

۱-۲-۸ قرارداد: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک اتوماتای حالت متناهی باشد. در این صورت مجموعه تمام کلمه های پذیرفته شده توسط A را با نماد $Ac(A)$ نشان می دهیم. بدیهی است $Ac(A)$ زیر مجموعه‌ای از Σ^* است.

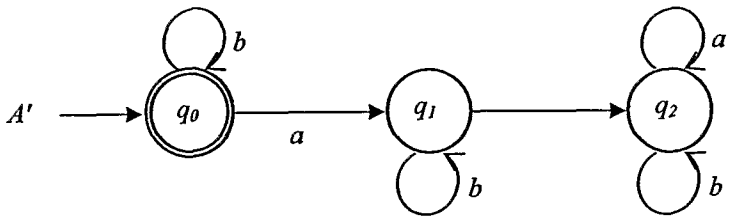
۱-۲-۹ تعریف: دو اتوماتای حالت متناهی A و A' را معادل گویند هرگاه $Ac(A)=Ac(A')$.

۱-۲-۱۰ تعریف: اگر $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک اتوماتای حالت متناهی باشد. در اینصورت به $Ac(A)$ زبان پذیرفته شده توسط A گفته می‌شود و آن را با $L(A)$ نیز نشان می‌دهند.

۱-۲-۱۱ مثال: دو اتوماتای زیر با یکدیگر معادلند. زیرا داریم:



$$Ac(A)=\{b^*\}$$



$Ac(A') = \{ b^* \}$

۱-۲-۱۲ تعریف: یک اتوماتای حالت متناهی غیرقطعی با λ- انتقال[1]، یک پنج‌تایی به صورت $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ است که در آن Q، Σ، q_0 و F همانند قبل تعریف می‌شوند ولی δ یک تابع انتقال از $Q\times(\Sigma\cup\{\lambda\})$ به $P(Q)$ می‌باشد.

۱-۲-۱۳ قرارداد: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک اتوماتای حالت متناهی باشد. در این صورت

۱) اگر A یک اتوماتای حالت متناهی قطعی باشد، آن را با DFA نشان می‌دهیم.

۲) اگر A یک اتوماتای حالت متناهی غیر قطعی باشد، آن را با NFA نشان می‌دهیم.

۳) اگر A یک اتوماتای حالت متناهی غیر قطعی با λ- انتقال باشد، آن را با λ-NFA نشان می‌دهیم.

۱-۲-۱٤ تعریف: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک NFA باشد. در این صورت $\hat{\delta}: Q\times\Sigma^* \to P(Q)$ به شکل زیر تعریف می‌شود و به آن تعمیم یافته تابع δ در NFA گفته می‌شود.

فرض کنیم $w\in\Sigma^+$ و $w=xa$ به طوری که $a\in\Sigma$ و x باقیمانده رشته w باشد. همچنین فرض کنیم $\hat{\delta}(q,x)=\{q_1,q_2,...,q_k\}$ و $\bigcup_{i=1}^{k}\delta(q_i,a)=\{r_1,r_2,...,r_m\}$. حال $\hat{\delta}$ را با استفاده از روش

[1] Non-deterministic finite automata with λ-transition

بازگشتی به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\hat{\delta}(q,w)=\{r_1,r_2,...,r_m\}$$

۱-۲-۱۵ قرارداد: اگر $\delta(q,a)=q'$، آن را با $q\xrightarrow{a}q'$ نشان می‌دهیم و می‌گوییم یک روند از q به q' وجود دارد که با a نشانه‌گذاری شده است. همچنین اگر $\delta(q_1,a_1)=q_2$ و $\delta(q_2,a_2)=q_3$، می‌توانیم آن را به صورت $q_1\xrightarrow{a_1}q_2\xrightarrow{a_2}q_3$ نشان دهیم و می‌گوییم یک روند از q_1 به q_3 وجود دارد که با a_1a_2 نشانه‌گذاری شده است و یا به طور کلی اگر روند زیر موجود باشد، گوییم یک روند از q_1 به q_{n+1} وجود دارد که با $a_1a_2...a_n$ نشانه‌گذاری شده است:

$$q_1\xrightarrow{a_1}q_2\xrightarrow{a_2}q_3\longrightarrow...\xrightarrow{a_n}q_{n+1}$$

۱-۲-۱۶ تعریف: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک $\lambda-NFA$ باشد و q عضوی از Q باشد. در این صورت λ- بستِ[1] (q) به مجموعه‌ای از حالت‌ها گفته می‌شود به قسمی که اگر p عضوی از آن باشد، یک روند از q به p موجود است و با λ^n $(n\geq 1)$ نشانه‌گذاری شده است.

۱-۲-۱۷ تعریف: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک λ-NFA باشد. در این صورت $\hat{\delta}:Q\times\Sigma^*\to P(Q)$ به شکل زیر تعریف می‌شود و به آن تعمیم یافته تابع δ در λ-NFA گفته می‌شود.

فرض کنید $w=xa$ و $a\in\Sigma$. ما $\hat{\delta}(q,w)$ را به ترتیب در طی مراحل زیر محاسبه می‌کنیم.

۱) فرض کنیم $\hat{\delta}(q,x)=\{p_1,p_2,...,p_k\}$ که در آن p_iها برای $1\leq i\leq n$، همهٔ حالت‌هایی هستند که یک روند از q به آنها موجود است و با x نشانه‌گذاری شده است. البته ممکن است در طول این روند

[1] λ-Close

یک یا چند بار λ ظاهر شده باشد.

از آن جا که λ نشان دهنده کلمه تهی است، می‌توان در نشانه‌گذاری یک روند از نوشتن آن خودداری کرد.

۲) فرض کنیم $\bigcup_{i=1}^{k}\delta(p_i,a)=\{r_1,r_2,...,r_n\}$. که r_i ها برای $1\le i\le n$، تمام حالت‌هایی هستند که در طی یک روند از q به آنها رسیده باشیم و این روند با xa نشانه‌گذاری شده باشد.

تا به این مرحله ما تنها روندهایی را در نظر گرفته‌ایم که λ در ابتدا یا در میانِ نشانه‌گذاری این روندها ظاهر شده است. بنابراین به مرحله (۳) می‌رویم تا همه روندهای ممکن را در نظر گرفته باشیم.

۳) کافی است در این مرحله $\hat{\delta}(q,ax)$ را برابر با (λ- بستِ $\bigcup_{i=1}^{n}((r_i)$ قرار دهیم.

۱-۲-۱۸ تعریف: فرض کنیم $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک NFA و $A'=(Q',\Sigma',\delta',q_0',F')$ یک λ-NFA باشد. در این صورت زبان این دو ماشین به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$L(A)=\left\{\ w\in\Sigma^{+}\ \middle|\ \hat{\delta}(q_0,w)\cap F\neq\phi\right\}$$
$$L(A')=\left\{\ w'\in\Sigma^{*}\ \middle|\ \hat{\delta}'(q_0',w')\cap F'\neq\phi\right\}$$

۱-۳ گرامر و زبان

۱-۳-۱ تعریف: گرامر G عبارت است از یک چهارتایی به شکل $G=(N,T,P,s)$ که در آن:

۱) N یک مجموعه متناهی است که به هر عضو آن نماد غیر انتهایی گویند.

۲) T یک مجموعه متناهی است که به هر عضو آن یک نماد انتهایی گفته می‌شود. علاوه بر آن $N\cap T=\phi$.

۳) P یک زیر مجموعه متناهی از $((N\cup T)^{*}-T^{*})\times(N\cup T)^{*}$ است که به هر عضو آن یک

محصول گویند.

٤) $s \in N$ و به آن نماد ابتدایی گفته می‌شود.

۱-۳-۲ تذکر: تعریف گرامر به صورت دیگری نیز بیان شده است که با تعریف قبل معادل است.

یک گرامر مانند G یک چهارتایی به صورت $G=(V,\Sigma,P,s)$ است به قسمی که:

۱) V یک مجموعه متناهی از الفبا است.

۲) Σ یک مجموعه متناهی از عناصر انتهایی است و $\Sigma \subseteq V$.

۳) P یک زیر مجموعه متناهی از $(V^*-\Sigma^*)\times V^*$ است که به هر عضو آن یک محصول گفته می‌شود.

٤) $s \in V-\Sigma$ و به آن نماد ابتدایی گفته می‌شود.

واضح است که در تعریف اخیر $V-\Sigma$، مجموعه عناصر غیر انتهایی را تشکیل می‌دهد.

۱-۳-۳ قرارداد: اگر زوج (z,w) متعلق به مجموعه محصولات یک گرامر باشد، برای کارایی بیشتر آن را به صورت $z \to w$ نشان می‌دهیم.

۱-۳-٤ مثال: فرض کنیم $V=\{a,b,s,S\}$، $\Sigma=\{a,b\}$ ، $P=\{s\to bs, s\to aS, S\to b\}$ و s نماد ابتدایی باشد . در این صورت $G=(V,\Sigma,P,s)$ یک گرامر است.

۱-۳-۵ تعریف: فرض کنیم $G=(V,\Sigma,P,s)$ یک گرامر باشد. اگر $z\to w$ یک محصول باشد و $xzy \in V^*$، آن‌گاه گوییم xwy از xzy قابل اشتقاق است و آن را با نماد $xzy \Rightarrow xwy$ نشان می‌دهیم.

در حالت کلی اگر برای هر $1 \le i < n$، z_{i+1} به کمک یک محصول در P از z_i به دست آید، گوییم z_n از z_1 قابل اشتقاق است یا یک اشتقاق از z_1 به z_n وجود دارد. همچنین آن را به صورت $z_1 \overset{*}{\Rightarrow} z_n$