بسم الله الرحمن الرحیم

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و
نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه
متعلق به دانشگاه رازی است.

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد فیزیک

گرایش نظری

عنوان :

سالیتون ها در ارتباطات نوری

استاد راهنما:

دکتر کیومرث منصوری

نگارش:

سوسن حیدری

دی ماه ۱۳۹۰

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشدفیزیک

گرایش نظری

توسط:

سوسن حیدری

تحت عنوان:

سالیتون ها در ارتباطات نوری

در تاریخ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه به تصویب نهایی رسید.

۱- آقای دکتر کیومرث منصوری (استاد راهنما).....(استادیار)

۲- آقای دکتر اردشیر رابعی(داور داخلی).....(استادیار)

۳- آقای دکتر سلیمی (داور خارجی).....(استادیار)

چکیده:

سالیتون ها ، از جمله موضوعاتی هستند که چه ازجنبه نظری و چه از جنبه کاربردی ،در چند دهه اخیر ، شدیدا مورد توجه قرار گرفته اند.

به طور کلی ، امواج منفرد در محیط هایی که اثرات غیرخطی ، اثر پاشندگی را خنثی می کنند ، ایجاد می شود .

از آنجا که قطبش محیط تابعی از میدان الکتریکی اعمال شده می باشد ، با افزایش شدت میدان ، اثرات غیرخطی در قطبش ظاهر شده که با استفاده از بسط عدد موج حول فرکانس حامل ، منجر به معادله غیرخطی شرودینگر می شود ؛ هدف ما در این پایان نامه ، حل معادله غیرخطی حاکم بر انتشار امواج در درون تار (فیبر) نوری و پاسخ سالیتونی آن می باشد . معادله حاکم بر انتشار امواج در درون تار ، با در نظر گرفتن جمله مرتبه پنجم در بسط قطبش بر حسب میدان الکتریکی (با فرض همسانگرد بودن محیط) ، معادله غیرخطی شرودینگر مرتبه پنجم می باشد . این معادله دارای پاسخ سالیتونی بوده و قابل حل می باشد .

در فصل اول این پایان نامه ، با ذکر تاریخچه ای از کشف سالیتون ها به توضیح چند مفهوم اصلی می پردازیم.

در فصل دوم ، با تعریف سالیتون ، به بررسی معادلات غیرخطی پرداخته و جواب های سالیتونی چند معادله غیرخطی از جمله پاسخ سالیتونی معادله kdv و معادله ساین _ گوردون را بدست می آوریم.

در فصل سوم ، با اشاره به مقدمه ای از مخابرات نوری ، تار نوری و ساختمان آن را معرفی کرده و انواع تار را از لحاظ، ترکیب مواد مربوط به هسته و نیز اشعه ای که از میان آنها عبور می کند ، بیان می کنیم.در نهایت با معرفی مشخصه های تار نوری ، دو عامل مهم در ارزیابی سیستم های مخابراتی ، یعنی اتلاف یا تضعیف در سیگنال نوری و پهنای باند رامورد بررسی قرار می دهیم.

در فصل چهارم ، ابتدا سالیتون های اپتیکی را تعریف کرده و سپس به بررسی دو اثر غیرخطی حاکم بر انتشار تار ، یعنی اثر کر غیرخطی و اثر خود-مدولاسیون فاز می پردازیم. می بینیم که سالیتون ها ، نتیجه توازن بین اثر پاشندگی و اثر خود- مدولاسیون فاز می باشند. حضور این دو اثر در معادله شرودینگر غیرخطی ، سبب جواب سالیتونی این معادله می شود . در این فصل چگونگی بدست آمدن معادله اصلی انتقال اطلاعات در تار که معادله شرودینگر غیرخطی نرمالیز شده می باشد و حل دقیق آن به طور کامل بیان می شود.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول : مقدمه

۱-۱- چشم انداز تاریخی..... ۲
۱-۲- موج چیست ۴
۱-۳ - راز پایدار بودن موج منفرد..... ۵
۱-۳-۱-پاشندگی ۵
۱-۳-۲- غیرخطی ۵
۱-۴-معادلات ماکسول و معادله موج..... ۸
۱-۵- پلاریزاسیون ۱۰
۱-۶- محیط های دی الکتریک..... ۱۰
۱-۷- ضریب شکست در دی الکتریک ها ۱۱

فصل دوم : سالیتون ها، معادلات غیرخطی و جواب های سالیتونی آنها

۲-۱- مقدمه..... ۱۵
۲-۲- سالیتون ها..... ۱۶
۲-۳- مروری بر نسبیت خاص..... ۱۷
۲-۴- معادلات غیرخطی..... ۱۹
۲-۵- معادله کلاین- گوردون..... ۲۱
۲-۶- معادله ساین- گوردون..... ۲۳
۲-۷- حل معادله ساین – گوردون و جواب سالیتونی آن..... ۲۴
۲-۸- منشاء معادله kdv ۲۷
۲-۹- حل معادله kdv و جواب سالیتونی آن..... ۳۱

فصل سوم : مخابرات نوری

۳-۱- مقدمه ای بر مخابرات نوری..... ۳۷
۳-۱-۱- تاریخچه..... ۳۷
۳-۱-۲- تار نوری در ایران..... ۳۹
۳-۲- تعاریف و قوانین نوری..... ۴۰
۳-۲-۱- ضریب شکست..... ۴۰
۳-۲-۲- زاویه پذیرش در تار نوری..... ۴۰
۳-۲-۳-مخروط پذیرش نور..... ۴۱
۳-۲-۴- روزنه عددی..... ۴۱
۳-۳- موجبر دی الکتریک..... ۴۲
۳-۴- تار نوری و ساختمان آن..... ۴۳
۳-۵- انواع تار نوری ۴۴
۳-۶- انعکاس در تار نوری..... ۴۹
۳-۷- سیستم ارتباط در تار نوری ۴۹
۳-۸- پارامترهای مشخصه تار نوری ۵۰
۳-۹- مشخصات انتقال تار نوری..... ۵۰
۳-۹-۱-تلفات انتقال تار نوری..... ۵۰
۳-۹-۲-پهنای باند..... ۵۱
۳-۹-۲-۱- پاشندگی رنگ ۵۱
۳-۹-۲-۲- پاشندگی سرعت گروه ۵۲

فصل چهارم : معادله غیرخطی شرودینگر و شکل سالیتونی امواج نوری در تارها

۴-۱- مقدمه..... ۵۶
۴-۲- سالیتون های اپتیکی ۵۸
۴-۳- معادله شرودینگر غیرخطی..... ۵۸
۴-۴- مدولاسیون در تار نوری ۵۹
۴-۵-پاشندگی سرعت گروه ۶۰
۴-۶- اثر غیرخطی..... ۶۲
۴-۶-۱-اثر کر ۶۲

۴-۶-۲- خود- مدولاسیون فاز ۶۳
۴-۷- معادله اصلی انتقال اطلاعات در تار..... ۶۶
۴-۸- تحول بسته موج در اثر پاشندگی سرعت گروه ۷۳
۴-۹- تحول بسته موج در اثر غیرخطی ۷۷
۴-۱۰- حل معادله شرودینگر غیرخطی مرتبه پنجم و پاسخ سالیتونی آن..... ۸۰

فصل (۱)

مقدمه

۱-۱) چشم انداز تاریخی

حرکت موجی یکی از مباحث متعارف در فیزیک پایه است.امواج در محیط های گوناگون از جمله امواج صوتی ،امواج الکترومغناطیسی و ... همگی از قوانین حرکت بنیادی واحدی پیروی می کنند.

امواج نقش فراگیر در طبیعت دارند.اکثر امواج تناوبی یا تکرار شونده اند.یعنی برآمدگی ها و فرورفتگی ها بصورت قطاری بی پایان یکدیگر را تعقیب می کنند.نوع دیگری از امواج ،امواج منفرد[۱] هستندکه همانطور که از نامشان پیداست فقط شامل یک برآمدگی و یا فرورفتگی است که بصورت انفرادی حرکت می کند.

مشاهده این موج نخستین بار توسط یک مهندس راه و ساختمان انگلیسی در اواسط قرن نوزدهم صورت گرفت.

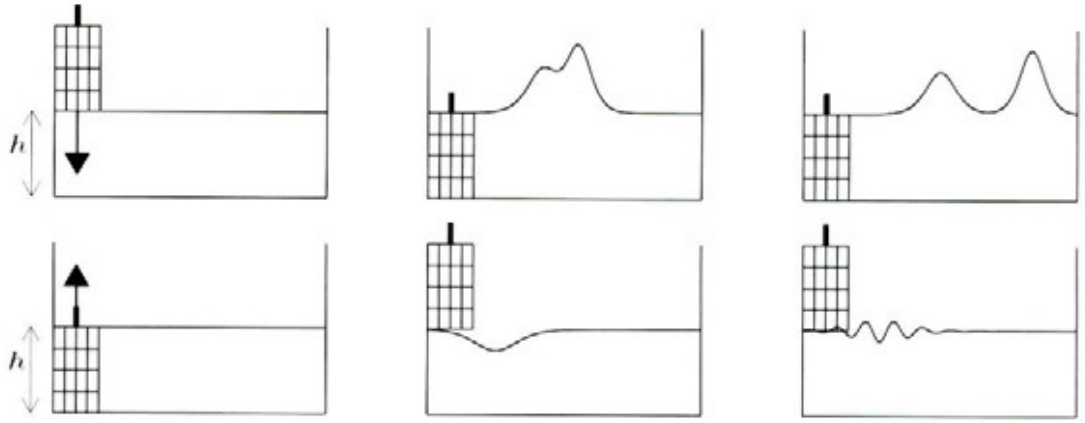
اسکات راسل[۲] در سال ۱۹۳۴با مشاهده ی حرکت قایقی در کانال یونیون در نزدیکی ادینبورد[۳] در گزارشی چنین نوشت:"قایقی را مشاهده کردم که دو اسب آنرا در در کانال باریکی به سرعت می کشیدند که ناگهان قایق متوقف شد اما توده ای آبی که قایق در کانال به حرکت در آورده بود متوقف نشد، بلکه در حالتی متلاطم اطراف دماغه ی قایق انباشته شد،سپس قایق را پشت سر گذاشت و با سرعت زیادی جلو رفت و به شکل یک برآمدگی بزرگ منفرد درآمد وبه شکل توده ای مشخص ،گرد و هموار از آب به راه خود در کانال ادامه داد.بدون اینکه شکل یا سرعت خود را از دست دهد.سوار بر اسب ،آنرا دنبال کردم و از آنکه هنوز با سرعتی حدود ۸ یا ۹ مایل به پیش می رفت و شکل اولیه اش را به طول سی فوت و ارتفاع یک تا یک و نیم فوت حفظ کرده بود ،جلو زدم.ارتفاع آن به تدریج کم می شد و پس از یک یا دو مایل تعقیب ،آنرا در پیچ و خم کانال گم کردم."

راسل پس از این جریان در آزمایشگاه با فروبردن وزنه ای به داخل آب یک تشتک طویل و مستطیل شکل ، امواجی مشابه با امواج آب داخل کانال به وجود آورد و توانست وجود امواج منفرد را به طور قطعی تایید کند.تصویری از ابزاری که راسل برای آزمایش خود مورد استفاده قرار داد، در شکل (۱-۱) نمایش داده شده است.

او دریافت سرعت چنین امواجی دقیقاً به دامنه آن موج و عمق آب بستگی دارد و امواج مرتفعتر سریعتر از امواج تخت تر حرکت می کند.نیم قرن گذشت تا تکنیک های نظری مناسبی تدوین شدند و امکان پژوهش

۱.Singlet wave
۲.Scout Russell
۳.Edinburgh

در باره ی این امواج را فراهم آوردند.



شکل (۱ ۱) : امواج با حرکت یک پیستون در انتهای کانال به وجود می آیند و بسته به دامنه آن ، اختلال اولیه میتواند یک یا چند موج سالیتوری به وجود آورد.

تا دهه ۱۹۶۰ به نظر می رسید چیز عجیب و غریب دیگری در مورد امواج منفردوجود ندارد تا اینکه کشف کاملاً غیرمنتظره ای رخ داد.نورمن و زابوسکی[۱] از آزمایشگاه های بل و مارتین کروسکال[۲] از دانشگاه پرینستون مشغول مطالعه ی تغییرات این امواج از طریق شبه سازی های کامپیوتری حرکت آنها بودند و به این نتیجه رسیدند که در برخورد دو موج منفرد با یکدیگر ، این امواج از میان یکدیگر عبور کرده و با همان شکل و هویت قبلی خود سالم از طرف دیگر در می آیند.امواج منفرد چنان همدوسی و پایداری چشمگیری را به نمایش گذاشتند که به نظر می رسید بیشتر شبیه به ذرات ماده باشند تا شبیه به موج.به همین مناسبت ،زابوسکی و کروسکال ،به پیروی از این رسم که ذرات بنیادی در فیزیک با کلمات مختوم به«ون » نامگذاری می شوند،این امواج را سالیتون[۳] نامیدند.

روش های جدید و قدرتمندی برای توصیف این امواج به زبان ریاضی ابداع شده و بیش از یکصد معادله به دست آمده است که امواج منفرد میتوانند جواب های آنها باشند.

سالیتون ها در حوزه های طبیعی گوناگون مثل جو، اقیانوس ها ، فیزیک پلاسما ، و احتمالا در دستگاه های عصبی موجودات زنده ، مشاهده شده اند.سالیتون ها نقش مهمی در ارتباطات راه دور بر عهده دارند و

۱.Norman and Zabusky
۲.Kruskal
۳.Soliton

پایداری شکل و مصونیت این امواج در برابر اعوجاج ،آنها را حامل های ایده آلی برای سیگنال های راه دور ساخته است.[۲۱]

۱- ۲) موج چیست؟

وقتی که صحبت از موج به میان میآید، بلافاصله به یاد امواج خروشان دریا می افتیم که به طرف ساحل می آیند.و خود را به صخره ها می کوبند.اما در واقع موج فقط به همین نوع خاص محدود نمی شود،بلکه امواج مختلفی را می توان نام برد که در زندگی روزمره با آنها مواجه می شویم و به سادگی از کنارشان عبور می کنیم.به عنوان نمونه می توان به حرکت برگ های درختان که در پاییز آرام آرام به زمین می افتد،تکه سنگی که به داخل آب می افتد و موجی را بر روی آب ایجاد می کند،امواج صوتی و ... اشاره کرد

در واقع ، موج یک آشفتگی ست که از نقطه ای به نقطه بعدی منتشر می شود بدون آنکه محیط انتشارش انتقال خالصی داشته باشد.

اگر به ساحل دریا بروید در داخل آب ،در فاصله کافی از ساحل - جایی که امواج نمی شکنند -بایستید می توانید خواص مکانی و زمانی امواج را اندازه بگیرید.فاصله بین ماکزیمم ارتفاع آب روی بدن و متوسط ارتفاع آن ،دامنه موج است.فاصله افقی یک برآمدگی تا برآمدگی بعدی یا از یک فرورفتگی تا فرورفتگی بعدی ،طول موج می گویند.به همین ترتیب فاصله زمانی بین لحظه عبور یک برآمدگی تا عبور برآمدگی بعدی دوره ی تناوب موج می گویند.

ساده ترین موج ها سینوسی اند. امواجی که شکلشان شبیه به نمودار تابع مثلثاتی سینوس است.در دنیایی که اصطکاک،چسپندگی،یا سایر اثرهای اتلافی در کار نباشد ،موج سینوسی می تواند بی هیچ تغییری در دامنه،بسامد یا شکل اش تا ابد منتشر شود.ولی در دنیای واقعی از این اثرات گریزی نیست و امواج سینوسی می توانند تا بی نهایت به انتشار خود ادامه دهند.

امواج غیر سینوسی امواج مرکب نامیده می شوند و در حین انتشار الزاماً شکل خود را حفظ نمی کنند و معادلات توصیف کننده این امواج باید وابستگی آنها به زمان و مکان را صراحتاً نشان دهند.امواج مرکب را از ترکیب رشته امواج سینوسی ساده با دامنه ها و بسامدهای گوناگون می توان ساخت. دو ایده اساسی در تشکیل این امواج از امواج ساده تر مؤثر بوده اند.اولی ایده توماس یانگ[1] ، فیزیکدان انگلیسی(قرن هیجدهم) است که نظریه موجی نور را بنیان گذاشت و اصل برهم نهی را اعلام کرد.

1.thomas young

طبق این اصل :"اگر دو موج از چشمه های مختلف به طور کامل یا تقریبا کامل بریکدیگر منطبق شوند،اثر مشترک آنها عبارتست از ترکیب حرکت های متعلق به هر کدام". بنابراین پدیده تداخل که مشخصه بسیار مهم و بارز امواج است ،از همین نوع برهم نهی امواج ناشی می شود.

ایه دوم ،از آن ژزف فوریه[1] ، فیزیکدان و ریاضیدان (اوایل قرن نوزدهم) است.او در طی تحقیقاتش روشی را ابداع کرد که به آنالیز فوریه معروف است.بر اساس این روش ،هر تابع تناوبی را می توان به صورت مجموعی از توابع سینوسی و کسینوسی بیان کرد.این امواج سینوسی را مجددا میتوان با هم جمع کرده و موج مرکب جدیدی بوجود آورد که این فرایند ، مکمل آنالیز فوریه ،سنتز فوریه نامیده می شود.[۲۱]

۱-۳) راز پایدار بودن موج منفرد

مشخصه اصلی موج منفرد ، پایندگی آن است.راز وجود چنین موجی چیست؟

۱-۳-۱) پاشندگی

یکی از خواص مهم امواج مرکب ، که به کمک آنالیز فوریه آنرا به آسانی می توان فهمید؛ پاشندگی[2] است . پاشندگی ،گرایش موج به پخش شدن در فضاست که به اتلاف آن می انجامد و دلیل اصلی اش اینست که امواج دارای بسامدهای گوناگون ،در بیشتر محیط ها با سرعت هایی حرکت می کنند که اندکی متفاوتند؛ قاعدتا هرچه بسامد بیشتر باشد حرکت موج آهسته تر است،یعنی موجی که بسامدش بیشتر باشد، دائما عقب می ماند.وقتی تعداد امواج زیاد باشد،موجی که در شروع دارای قله ای بلند و باریک است با جدا شدن مولفه های بسامدی مختلف به تدریج پهن می شود و دامنه اش کاهش می یابد.سرانجام دامنه چنان کوچک می شود که نمی توان آنرا آشکار کرد و موج ناپدید می شود.پس پاشندگی می تواند موج را در شرایط ایده آل که هیچ گونه تضعیف ناشی از اصطکاک یا اثرهای مرتبط با آن وجود ندارد،منهدم کند.

هر موج منفرد ،ضرورتا یک موج مرکب است. پس هر موج منفرد باید در معرض پاشندگی قرار بگیرد.

۱-۳-۲)خصوصیت غیرخطی

قانون پاشندگی در مورد امواج منفرد لغو نمی شود ،اما اثر جبران کننده ای در کار است که دقیقا با پاشندگی موازنه می کند.همانطور که توضیح دادیم پاشندگی حاصل جفت شدگی بسامد موج با سرعت انتشار موج

---

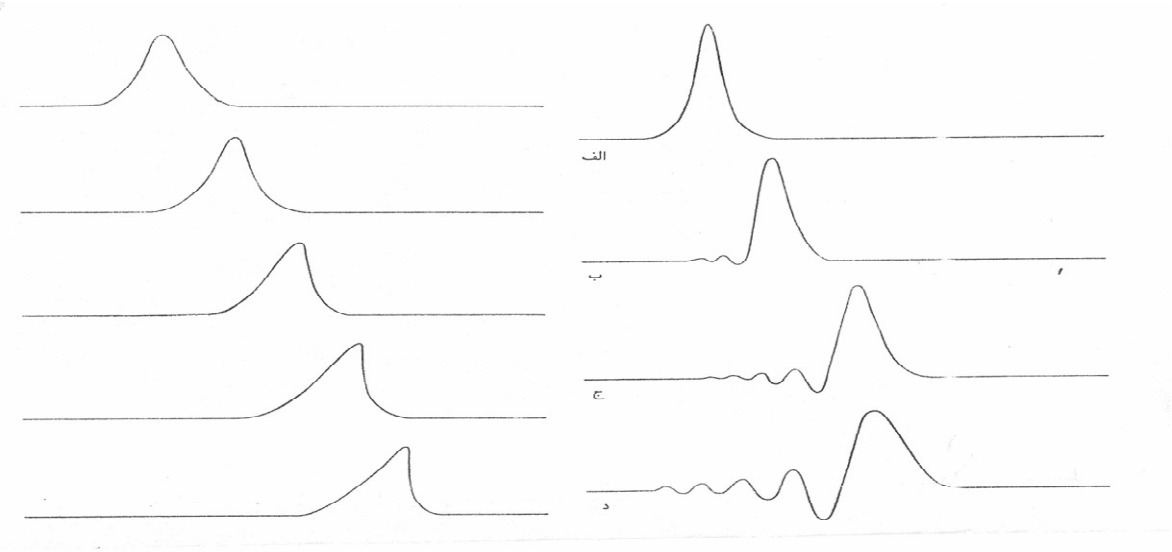
۱. Joseph fourier
۲.Dispersion

است.اثر جبران کننده در امواج منفرد عبارتست از جفت شدگی دامنه با سرعت موج . در محیط های گوناگونی که حامل موج منفردند؛ امواج مرتفعتر ،سریعتر حرکت می کنند.همین جفت شدگی است که موج منفرد را پایدار می سازد.

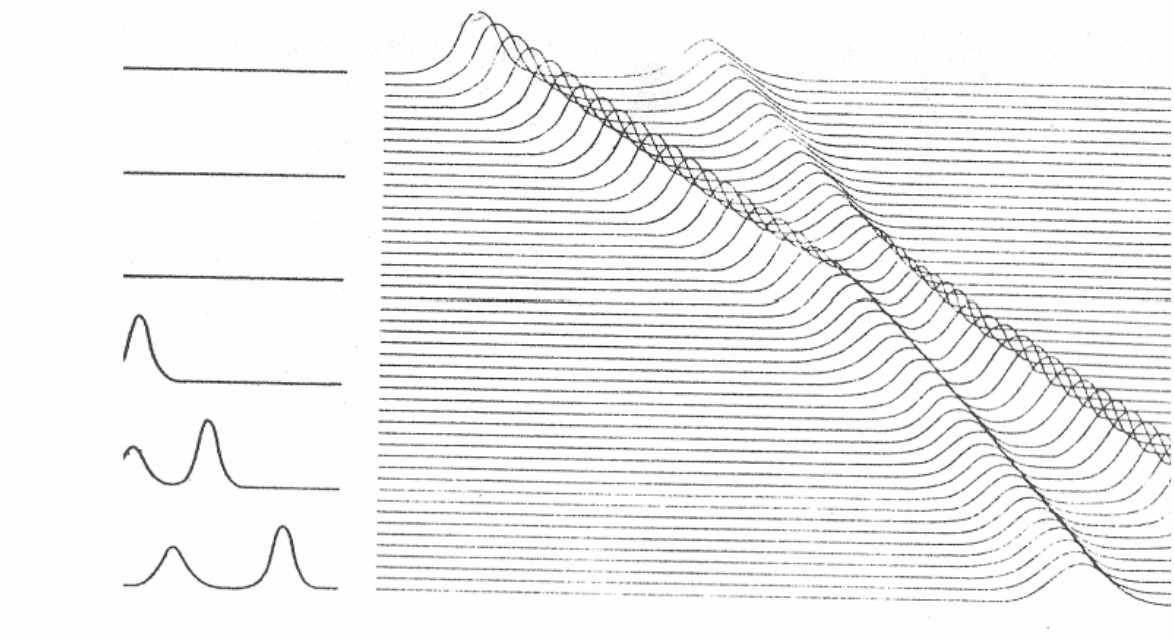
با پاشیده شدن موج منفرد ، مولفه های دارای بسامد بیشتر از مولفه های دارای سرعت کمتر عقب می مانند و در نتیجه کل موج تخت تر می شودو دامنه اش کاهش می یابد.اما مولفه های کم دامنه تر آهسته حرکت می کنند و این یعنی که قله موج کم کم از لبه ی پیش رونده که دامنه کمتری دارد سبقت می گیرد، اثر دامنه شیب موج را تیز تر کرده و معادل با وارد کردن مولفه های با بسامد بیشتر است.این دو پدیده رقیب – پهن شدن ناشی از وابستگی بسامد به سرعت و تیز شدن شیب به علت وابستگی دامنه به سرعت که به صورت غیرخطی بودن در معادلات موج ظاهر می شود - به یک تعادل پایدار رسیده و شکل موج ثابت می ماند.

یکی از پیامدهای غیرخطی بودن اینست که اصل بر هم نهش دیگر صادق نیست:یک موج بزرگ با مجموع دو موج کوچکتر معادل نیست.

اثرهای غیرخطی در بسیاری از انواع موج ها تحت شرایط حدی مشاهده می شوند و برای تشکیل امواج منفرد و سالیتون ها بسیار اساسی اند.امواج آب در آب های کم عمق به نحو آشکاری غیرخطی می شوند.مولفه های پردامنه از مولفه های کم دامنه رد می شوند و موج می شکند.آثار غیرخطی نور شدید هم می تواند ضریب شکست ماده را تغییر دهد



شکل(۱-۲):در شکل سمت راست مشخصه پاشندگی را در امواج به نمایش می گذارد و شکل سمت چپ اثر مشخصه های غیر خطی انتشار موج را نشان میدهد.



شکل (۱ ۳) : سالیتون ها ، امواج منفردی هستند که با همان شکل ، سرعت و ابعاد اولیه خود ، از یک برخورد بیرون می آیند. اگر دو سالیتون با دامنه های مختلف در یک جهت حرکت کنند ، موج بلندتر سریعتر حرکت می کند و سرانجام از موج کوتاهتر سبقت می گیرد. اما پس از برخورد ، دو سالیتون ، درست مانند پیش از برهمکنش ظاهر می شوند و فقط فاز نسبی این دو موج تغییر می کند.موج بلندتر که سریعتر است اندکی به پیش رانده می شود و موج کوتاهتر که کندتر است اندکی عقب می افتد.

۱-٤) معادلات ماکسول و معادله موج

امواج الکترومغناطیسی، نوعی موج عرضی پیش رونده هستندکه از میدان های الکتریکی و مغناطیسی ساخته شده اند و نور یک موج الکترومغناطیسی است.معادلات ماکسول نقش اساسی در بررسی این امواج ایفا می کنند. ما با شروع از معادلات ماکسول به معادله های موج برای میدان های الکتریکی و مغناطیسی رسیده و می بینیم که جواب این معادله ها ،انتشار امواج الکترومغناطیسی را به دست می دهند .

معادلات ماکسول به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad (۱-۴-۱)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad (۲-۴-۱)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{D}=\rho \qquad (۳-۴-۱)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad (۴-۴-۱)$$

$\vec{D}$ بردار جابجایی الکتریکی[۱] ، $\vec{P}$ بردار قطبش[۲] الکتریکی و $\vec{M}$ بردار مغناطش[۳] بصورت زیر تعریف می شوند ؛

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P} \qquad (۵-۴-۱)$$

$$\vec{B}=\mu_0\left(\vec{H}+\vec{M}\right)$$

پاسخ الکترون های رسانشی به میدان با معادله جریان (قانون اهم) بصورت زیر نوشته می شود:

$$\vec{J}=\delta\vec{E} \qquad (۶-۴-۱)$$

که δ رسانندگی الکتریکی است. و همچنین خواهیم داشت :

$$\vec{P}=\varepsilon_0\chi\vec{E}=\left(\varepsilon-\varepsilon_0\right)\vec{E}$$

$$\mu=\mu_0\left(1+\chi_M\right) \qquad (۷-۴-۱)$$

۱.Electric displacement.

۲. Polarization

۳.Magnetization

پذیرفتاری الکتریکی در بررسی اپتیکی ماده ،مهمترین پارامتر است.

در بررسی های اپتیکی مواد جامد ، تنها با محیط های غیرمغناطیسی سروکار داریم که این محیط ها از لحاظ الکتریکی خنثی هستند.بنابر این ρ و Mهردو صفر بوده و با توجه به معادلات (۱-۴ ۵) معادلات ماکسول به صورت زیر ساده می شوند.

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \qquad (۱-۴-۸)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{E}=-\frac{1}{\varepsilon_0}\vec{\nabla}.\vec{P}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0$$

اکنون معادله کلی موج را بدست می آوریم.از معادله (۱-۴-۸) تاو گرفته و بین آن و معادله(۱-۴-۹) $\vec{H}$را حذف می کنیم لذا داریم:

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)+\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=-\mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}-\frac{\partial\vec{J}}{\partial t} \qquad (۱-۴-۱۴)$$

دو جمله سمت راست معادله(۱-۴ ۱۴) جملات مربوط به چشمه هستند، که به ترتیب در اثر وجود بارهای قطبشی و بارهای رسانشی در محیط ناشی می شوند.

در فضای آزاد هیچگونه باری وجود ندارد $\rho=0$ و $\vec{J}=0$ است در نتیجه $\vec{\nabla}.\vec{E}=0$خواهد بود. با بکارگیری اتحاد برداری

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times V\right)=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot V\right)-\nabla^2V \qquad (۱-۴-۱۵)$$

در اینجا V هر تابع برداری در فضاست، که معادله را به معادله موج تبدیل میکند.

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (۱۶\text{-}۴\text{-}۱)$$

و به طور مشابه

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad (۱۷\text{-}۴\text{-}۱)$$

اینها معادلات موج همگن هستند که در آنها $V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ سرعت انتشار موج در محیط و $C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ سرعت آن در فضای تهی است .

۱-۵)پلاریزاسیون

وقتی یک موج الکترومغناطیسی در یک محیط اپتیکی منتشر می شود ، میدان الکترومغناطیسی نوسان کننده ، یک نیروی قطبی کننده بر تمام الکترون های محیط وارد می کند اما چون الکترون های داخل اتم ، سخت دربند هسته هستند، قسمت اعظم اثر قطبی کننده ،روی الکترون های خارجی یا والانس وارد می شود . چون میدان های تشعشعی چشمه های معمولی نور ، خیلی کوچکتر از میدان هایی هستند که الکترون ها را به اتم مقید می کنند از اینرو ،این میدان های تشعشعی ،تنها به صورت یک اختلال کوچک عمل می کنند و تنها باعث پریشیدگی خفیفی می شوند و قطبیدگی یی بوجود می آورد که با میدان الکتریکی هم جهت و متناسب با آن است.

در یک محیط همسانگرد[1] ، چون قطبیدگی و میدان الکتریکی یکسان است ، پس رابطه کلی بین قطبیدگی $\vec{p}$ و میدان الکتریکی $\vec{E}$ به صورت یک رشته ساده که تنها شامل بزرگی این کمیت هاست ، بیان می شود

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \left(\chi \vec{E} + \chi^{(3)} \left|\vec{E}\right|^2 \vec{E} + \chi^{(5)} \left|\vec{E}\right|^4 \vec{E} + \ldots \right)$$

در این رابطه تانسور پذیرفتاری الکتریکی χ^j و $j = 1,3,5,\ldots$ و ...تانسورهای پذیرفتاری الکتریکی مراتب بالاترند.[۲۰]

1.Isotropic

۱-۶) محیط های دی الکتریک

ماده دی الکتریک ایده آل به ماده ای اطلاق می شود که بار آزاد نداشته باشد . مولکول های دی الکتریک وقتی تحت تاثیر میدان های الکتریکی قرار می گیرند در اثر نیروی الکتریکی ،ذرات با بار مثبت در جهت میدان و ذرات با بارمنفی ، در خلاف جهت آن حرکت می کنند بگونه ای که قسمت های مثبت و منفی هر مولکول از وضع تعادل خود، خارج و در دو جهت مخالف جابجا می شوند.اما مقدار این جابجایی محدود است و در بیشتر موارد از کسر کوچکی از قطر مولکول تجاوز نمی کند. لذا بارهای مولکولی نمی توانند خیلی دور بروند یا از جسم دی الکتریک جدا شوند.در مقیاس ماکروسکوپی می توان این طور تجسم کرد که تمامی بارهای منفی دی الکتریک نسبت به بار مثبت آن جابجا شده است ، در اینصورت گفته می شود که دی الکتریک قطبیده شده است . با وجود اینکه دی الکتریک قطبیده ، از لحاظ الکتریکی خنثی است اما درنقاط داخل و خارج دی الکتریک ، میدان الکتریکی ایجاد می شود.

۱-۷) ضریب شکست در دی الکتریک ها

رابطه بین گذردهی دی الکتریک ، ε، و ضریب شکست محیط ، n،را به صورت $n \equiv \varepsilon^{1/2}$ تعریف می کنیم [۱۴] .می خواهیم ببینیم که اثرات غیرخطی محیط چگونه در ضریب شکست وارد می شود؟ برای این منظور ابتدا لازم است که روابط ساختمندی را ذکر کنیم .

از آنجا که واکنش محیط نسبت به میدان اعمالی با تاخیر همراه است ، $\vec{P}$ در زمان t وابسته به $\vec{E}$ در زمانی قبل از t خواهد بود[۱۴و۶]. به عنوان مثال برای اثرات خطی ،

$$\vec{P}(r,t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{t} \chi(t-t')\vec{E}(r,t')\,dt' \qquad (۱-۷-۱)$$

با استفاده از رابطه (۱-۷-۱) و استفاده از تبدیلات معکوس و مستقیم فوریه در نهایت به رابطه زیر می رسیم

$$\vec{P}(r,\omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega)\vec{E}(r,\omega) \qquad (۲-۷-۱)$$