بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فنی مهندسی

بخش برق

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق

گرایش کنترل

تحلیل و کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته خطی و غیر خطی متغیر با زمان با استفاده از چند جمله ای های متعامد گسسته چبیشف و والش

مولف :

محمد امین آزادی

اساتید راهنما :

دکتر محمود سموات

دکتر محمدعلی ولی

آذر ۱۳۹۲

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط درجه کارشناسی ارشد

بخش مهندسی برق

دانشکده فنی و مهندسی

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو : محمدامین آزادی

اساتید راهنما : دکتر محمود سموات و دکتر محمد علی ولی

داور ۱ : دکتر علی اکبر قره ویسی

داور۲ : دکتر مجتبی برخورداری

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشکده در جلسه دفاع : دکتر سعید رضا صید نژاد

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده : دکتر مریم احتشام زاده

تقدیم به :

پدر بزرگوارم و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی :

سرحکمت وسرآغازدانش دوری گزیدن ازنیرنگ‌هاست. (مولاعلی علیه السلام)

اکنون که این پژوهش به پایان رسیده است، برخود لازم می‌دانم که از زحمات تمامی کسانی که دراین راه مرا یاری نمودند کمال تشکر را داشته باشم.

- اساتید بزرگوارم، جناب آقای دکتر محمود سموات و جناب آقای دکترمحمد علی ولی اساتید راهنما این پایان نامه که با پشتکار فراوان و خلاقیتشان در تمامی مراحل حامی اینجانب بودند.
- اساتید ارجمند جناب آقای دکتر علی اکبر قره ویسی و جناب آقای دکتر مجتبی بر خورداری که دعوت داوری این پایان نامه را پذیرفتند نیز سپاسگزارم.
- و از تمامی دوستانی که در این فرصت کوتاه مجالی برای بردن نامشان نبوده است.
- و درنهایت پدر و مادر بزرگوارم که وجود پرمهرشان زیباترین دلیل و بهانه‌ای برای تلاش هایم بود و در به سرانجام رساندن این رساله بسیار رنج کشیدند. به پاس آن همه لطف و صفا رساله حاضر را به آن‌ها تقدیم می‌کنم.

چکیده:

در سال های اخیر، توابع و چند جمله ای های متعامد در حل مسائلی مانند کنترل بهینه، تجزیه و تحلیل سیستم ها، شناسایی سیستم ها و ... مورد توجه قرار زیادی گرفته اند. در این پایان نامه، روشی منظم مبتنی بر ماتریس های عملیاتی از چند جمله ای های متعامد گسسته چبیشف و والش به منظور تحلیل و یافتن کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته خطی و غیر خطی متغیر با زمان بکار گرفته شده است. روش فوق حل معادلات تفاضلی را به حل یک دستگاه از معادلات جبری کاهش می دهد. پس از جبری سازی، مسئله بهینه سازی با استفاده از ضرب کننده های لاگرانژ حل می شود و بردار های ضرایب چند جمله ای های متعامد گسسته را می توان با استفاده از روش نیوتن-رافسون یافت. موفقیت این روش با مثال های عددی نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم های مقیاس دار گسسته متغیر با زمان ، چند جمله ای های متعامد گسسته، ماتریس مقیاس، ماتریس انتقال شیفت، ماتریس عملگر حاصلضرب، تحلیل، کنترل بهینه

فهرست مطالب

فصل سوم

تحلیل سیستم های مقیاس دار گسسته متغیر با زمان

فصل چهارم

کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته خطی متغیر با زمان

فصل پنجم

کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته غیر خطی متغیر با زمان

فصل ششم

جمع بندی و پیشنهادات

مراجع

فهرست اشکال

عنوان **صفحه**

فهرست جداول

عنوان **صفحه**

فصل دوم

فصل سوم

فصل چهارم

فصل پنجم

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

مسئله کنترل بهینه[1] سیستم های خطی[2] و غیر خطی[3] یکی از مسائل بروز و فعال در تئوری کنترل می باشد که طی چند دهه ی اخیر موضوع بسیاری از مقالات را به خود اختصاص داده است. روش های متنوعی برای بهینه سازی[4] سیستم های فوق ارائه شده است [۱-۶]. جستجو برای یافتن کنترلی که معیارهای مورد نظر سیستم ها را بیشینه یا کمینه کند، مسئله اساسی نظریه بهینه سازی است. برای مدل سازی یک مسئله بهینه سازی، ابتدا باید تعریف درستی از مسئله را در یک عبارت بیان کرده وسپس این تعریف را به صورت یک مدل ریاضی مناسب ارائه نمود. در مسائل کنترل بهینه، متغیرهای کنترل و وضعیت هر دو مجهول هستند. هدف این گونه مسائل تعیین سیگنال های کنترل، به دنبال مسیر متناظر به آنها به گونه ای است که، در محدودیت ها و قیود فیزیکی موجود صدق کرده و در ضمن تابع هزینه[5] مورد نظر را حداقل یا حداکثر نماید.

بهینه سازی ابزاری ریاضی است، که برای یافتن پاسخ بسیاری از پرسش ها در خصوص چگونگی راه حل مسائل مختلف به کار می رود. در بهینه سازی، باید به این نکته مهم توجه شود که ممکن است مسئله بهینه سازی وجود داشته باشد که دارای جواب منحصر به فرد نباشد، زیرا می توان با در نظر گرفتن پارامترهای دیگری که در تابع هزینه منظور شده است انتخاب خود را انجام داد. بنابراین نحوه فرمول بندی مساله نیز بر چگونگی تعریف بهترین جواب تاثیر مستقیم دارد. همان طور که گفته شد برای حل مسائل کنترل بهینه روش های متنوعی مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از روش های موجود، روش مستقیم است که مسئله کنترل بهینه را به یک مسئله بهینه سازی جبری تبدیل می کند و در این پژوهش نیز همین روش بکار گرفته شده است.

سیستم هایی که شامل آرگومان مقیاس[6] در معادلات دیفرانسیل خود باشند را معادلات دیفرانسیل مقیاس دار می گویند که وظیفه مهمی در توصیف دینامیک چنین سیستم هایی را بر عهده دارند. این سیستم ها در

[1] Optimal control
[2] Linear systems
[3] Nonlinear systems
[4] Optimization
[5] Cost function
[6] Scale

علومی مانند شیمی [۷]، اقتصاد، مباحث و معادلات بالانس جمعیتی، مهندسی هسته ای [۸]، راه آهن برقی [۹] مورد استفاده قرار می گیرند. در این فصل تاریخچه ای از چند جمله ای های متعامد گسسته[1] و موارد استفاده از آنها مورد بحث قرار می گیرد. در ادامه به بررسی سیستم های مقیاس دار گسسته[2] و همچنین اشاره به فعالیت های انجام شده بر روی این سیستم ها می پردازیم. و در انتها اهداف پایا ن نامه و مسیر انجام آن بیان می شود.

۱-۲- تاریخچه چند جمله ای های متعامد گسسته

در طی سال های اخیر توابع و چند جمله ای های متعامد به عنوان ابزاری موثر و مناسب برای به دست آوردن راه حل های تقریبی سیستم های دینامیکی توسط بسیاری از محققان مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به مطالعات انجام شده در این زمینه استفاده از چندجمله ای های متعامد برای حل بسیاری از مسائل کنترل مانند شناسایی سیستم[3]، کاهش مرتبه[4]،تجزیه و تحلیل[5] و کنترل بهینه مفید واقع شده است. کاک[6] در سال ۱۹۷۴ از سری گسسته والش[7] برای تسهیل در پردازش تصویر دیجیتال استفاده کرد [۱۰]. در سال ۱۹۷۶ پروو[8] برای طراحی سیستم های نمونه بردار از چند جمله ایهای گسسته چبیشف[9] بهره گرفت [۱۱]. شیه[10] در سال ۱۹۸۴ چند جمله ایهای متعامد چبیشف را برای حل مسئله کاهش مر تبه به کار برد [۱۲]. هورنگ[11] و هو[12] در سال ۱۹۸۵ از چندجمله ای های گسسته چبیشف به منظور بهینه سازی سیستم های دیجیتال و همچنین در همان سال از ماتریس های عملیاتی گسسته والش برای تحلیل و کنترل بهینه سیستم های خطی

---

[1] Discrete orthogonal polynomials
[2] Discrete scale systems
[3] System identification
[4] Model reduction
[5] Analysis
[6] Kak
[7] Discrete Walsh polynomials
[8] Perov
[9] Discrete Chebyshev polynomials
[10] Shih
[11] Horng
[12] Ho

دیجیتال استفاده نموند [۱۴،۱۳]. در سال ۱۹۸۶ هورنگ و کو[1] به بررسی کاهش مرتبه سیستم های دیجیتال با استفاده از سری گسسته والش پرداختند [۱۵]. در سال ۱۹۸۶ تیسی[2] و لی[3] روشی عمومی برای تحلیل سیستم های مقیاس دار گسسته با استفاده از چند جمله ایهای متعامد گسسته ارائه نمودند[۱۱].

۱-۳- تاریخچه سیستم های مقیاس دار گسسته

معادلات دیفرانسیل که شامل جمله هایی با آرگومان مقیاس به فرم زیر می باشند را سیستم مقیاس دار گسسته می نامند [۱۱]:

$$\sum_{i=0}^{l}[A_i x(\lambda_i(k+i)) + B_i x(k+i) + C_i u(k+i)] = 0, \quad l \le N-1 \qquad (۱-۱)$$

که $x(0),\ x(1),\ \ldots,\ x(l-1)$ مشخص هستند و λ_i برابر با iامین ضریب مقیاس آرگومان می باشد. سیستم های مقیاس دار گسسته برای توصیف سیستم های چند نرخی نمونه گیری داده ها که برای کاهش محاسبات و صرفه جویی در حافظه و منابع محدود قابل اشتراک، کاربرد دارند، مناسب می باشند [۱۱]. اولین بار در سال ۱۹۷۱ آکندن[4] و تیلور[5] با توجه به مسائل موجود در سیستم برق رسانی به قطارهای برقی با این نوع معادلات مواجه شدند [۹]. لی و چانگ[6] در سال ۱۹۸۷ به تحلیل سیستم های مقیاس دار متغیر با زمان با استفاده از چند جمله ای های متعامد پرداختند[۱۶]. ونگ[7] در سال ۲۰۰۸ برای بهینه سازی سیستم های مقیاس دار از توابع هیبرید[8] استفاده کرد [۱۷]. درسال ۲۰۰۹ شعبانی و همکارانش با بکارگیری چندجمله ای های لژاندر[9] تحلیل سیستم های مقیاس دار را انجام دادند [۱۸]. همچنین در سال ۲۰۱۲ فاتحی و همکارانش از موجک های[10] چبیشف و لژاندر برای تحلیل و بهینه سازی سیستم های مقیاس دار استفاده کردند [۲۰،۱۹].

---

[1] Chou
[2] Tsay
[3] Lee
[4] Ockendon
[5] Taylor
[6] chang
[7] Wang
[8] Hybrid
[9] Legendre
[10] Wavelets

نکوئی در سال ۱۳۹۰در رساله کارشناسی ارشد خود تحت عنوان بهینه سازی سیستم های مقیاس دار گسسته به بررسی استفاده از توابع متعامد گسسته برای بهینه سازی سیستم های فوق پرداخته است [۷]. اما در بحث تحلیل و کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته متغیر با زمان با روش های پیشنهاد شده تا کنون مطالعاتی صورت نپذیرفته است.

۱-۴- اهداف وساختار پایان‌نامه

هدف، تحلیل و کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته خطی و غیر خطی متغیر با زمان با استفاده از چند جمله ای های متعامد گسسته چبیشف و والش می باشد. برای تحقق این امر با بکار گیری از ماتریس های عملیاتی انتقال شیفت[۱] ، مقیاس[۲] و همچنین ماتریس عملگر حاصلضرب[۳] به جبری سازی معادلات می پردازیم؛ و به دنبال آن تحلیل و بهینه سازی سیستم های ذکر شده انجام می پذیرد. در کل، ساختار فصل های پایان نامه را می توان بدین صورت بیان کرد:

فصل دوم: هدف از این فصل معرفی ابزار مورد استفاده در تحلیل و کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته متغیر با زمان، یعنی چند جمله ای متعامد گسسته چبیشف و والش، می باشد. سپس به محاسبه ماتریس های عملیاتی مقیاس، انتقال شیفت و همچنین ماتریس عملگر حاصلضرب پرداخته شده و در نهایت چگونگی تخمین یک تابع گسسته توسط این توابع بیان می شود. همچنین با ارائه مثال همراه با نتایج شبیه سازی شده، کارایی روش و دقت محاسبات در تخمین توابع گسسته نشان داده می شود.

فصل سوم: در این فصل تحلیل سیستم های مقیاس دار گسسته خطی و غیر خطی متغیر با زمان با بکارگیری چند جمله ای های متعامد گسسته چبیشف و والش و همچنین چگونگی جبری سازی این معادلات مورد بررسی قرار می گیرد. مثال های پایان فصل گویای توانایی روش ارائه شده هستند.

---
[1] Shift transformation matrix
[2] Scale matrix
[3] Product matrix

فصل چهارم: کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته خطی متغیر با زمان و روش حل آن با استفاده از ضرب کننده های لاگرانژ[1] وجبری سازی معادلات حالت[2] سیستم و تابع هزینه در این فصل مد نظر می باشد. و همانند فصل های قبل،در پایان این فصل نیز مثال های عددی آورده شده است.

فصل پنجم: در این فصل روشی مبتنی بر ماتریس های عملیاتی برای کنترل بهینه سیستم های مقیاس دار گسسته غیرخطی متغیر با زمان پیشنهاد شده است. که برای جبری سازی معادلات حالت و تابع هزینه از ابزارهای ارائه شده در فصل دوم استفاده می گردد. در نهایت مثالی برای تائید صحت روش در نظر گرفته شده است.

فصل ششم: در این فصل به نتیجه گیری و ارائه پیشنهادها پرداخته شده است.

---

[1] Lagrange multipliers
[2] State equations

فصل دوم

چند جمله ای های متعامد گسسته

۲-۱- مقدمه

در این فصل به معرفی چند جمله ای های متعامد گسسته چبیشف و والش می پردازیم. در ادامه تخمین توابع گسسته با استفاده از این چند جمله ای ها مورد بررسی قرار می گیرد. به دنبال آن ماتریس های عملیاتی انتقال شیفت، مقیاس و همچنین عملگر حاصلضرب معرفی و نحوه ی محاسبه آن ها ارائه می شود. و در نهایت مثال های پایان فصل گویای توانایی روش ارائه شده هستند.

۲-۲- چند جمله ای های متعامد گسسته چبیشف[1]

چند جمله ای های متعامد کلاسیک مانند چبیشف، لژاندر، لاگر و ... خاصیت تعامد را به شکل زیر برآورده می کنند [۱۱].

$$\sum_{k=0}^{N-1} z_i(k) z_j(k) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}, \quad i, j = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (۲-۱)$$

که δ_{ij} دلتای کرونکر[2] و N تعداد چند جمله ای های متعامد گسسته می باشد و $z_i(k)$ ها نرمالایز شده اند. در ضمن رابطه بازگشتی زیر توسط این نوع چند جمله ای ها ارضاء می شود [۱۱].

$$z_{i+1}(k) = (a_i k + b_i) z_i(k) + c_i z_{i-1}(k) \quad , \; i, k = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (۲-۲)$$

که در رابطه اخیر a_i و b_i و c_i ضرایب بازگشتی هستند [۱۱].

در سال ۱۹۸۵، هورنگ چند جمله ای متعامد گسسته چبیشف را تعریف نمود که رابطه بازگشتی (۲-۲) را نیز ارضا می کند وضرایب آن به شکل زیر تعریف می شوند [۱۱].

$$\begin{cases} a_i = -\dfrac{2B_{i+1}}{i+1} \quad , \quad b_i = \dfrac{(N-1)B_{i+1}}{i+1} \\ c_i = -\dfrac{i}{i+1}\dfrac{B_{i+1}}{B_i} \quad , \quad B_i = \left[\dfrac{(2i-1)(2i+1)}{N^2 - i^2}\right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \qquad (۲-۳)$$

[1] Discrete Chebyshev orthogonal polynomials
[2] Kronecker delta