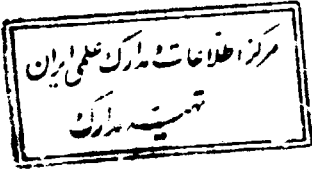


بہ نام خدا

۳۴۴۷۴

۱۳۸۰ / ۴ / ۲۰



دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده فنی - بخش مکانیک

پایان نامه برای تکمیل دوره کارشناسی ارشد

تحت عنوان

# استفاده از روش اجزاء محدود در تحلیل سیستم انتقال حرارت دوفازی

نگارش:

011570

عباس گلپهار

استاد راهنما:

دکتر فرزاد آریانا

شهریور ۱۳۷۹

۳۴۴۱۴

به نام خدا

این پایان نامه

به

بخش مهندسی مکانیک  
دانشکده فنی دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و به عنوان مدرکی برای فراغت از تحصیل در دوره  
مزبور، شناخته نمی شود.

امضاء

عباس گلبهار

دانشجو:

دکتر فرزاد آریانا

استاد راهنما:

دکتر علی سینائی

دوره ۱:

دکتر عبدالحمید موسوی راد

دوره ۲:



تقدیم به :

**مادرم،**

که اوست هر آنچه دارم.

و

**پدرم،**

که هر چه دارم از آن اوست.

## قدردانی و سپاس

پایان نامه حاضر، مرهون همکاری بسیاری از اساتید و دوستان بزرگوار می باشد که اینجانب را در این مورد، مساعدت نمودند. لذا بدینوسیله مراتب تقدیر و تشکر خود را حضور این عزیزان، ابراز می دارم.

از استاد ارجمند، جناب آقای دکتر فرزاد آریانا که در مشکلات، راه گشایی و از کاستیها، اغماض نمود، سپاسگزارم.

از داوران این پایان نامه، آقایان دکتر سینایی و موسوی راد، قدر دانی می نمایم.  
از برادر عزیزم، دکتر بهنام گلپهار که در تهیه مراجع مورد نیاز مجدانه تلاش نمود، تشکر می کنم.

همچنین از دوستان عزیزم آقایان: شهرام اسداللهی، مهدی اسماعیلی، محسن پاکدین، مجید حدادی، محسن حسین زاده، مرتضی رشیدی، ناصر صفی یاری، محسن عباسی، بهمن عبدی، یداله قائم پناه، حجت قربانی، محمدرضا محمدی زاده، خسرو مروجی، رضا مروجی، امیر ملک محمدی، علیرضا میر آخوری، محمد نشاط، سیدرضا نقیبی و دیگر دوستان که همواره در طول مدت تحصیل، اینجانب را مورد لطف و محبت خود قرار دادند، صمیمانه سپاسگزارم.

## چکیده

به منظور حل عددی مسائل انتقال حرارت و مطالعه توزیع دما، محققین، تاکنون از روشهای عددی مختلفی نظیر تکنیکهای تفاضل محدود، استفاده کرده اند. شاخه های متفاوت روش اجزاء محدود، از نظر قابلیت شبکه بندی محیطهایی با مرز نامنظم و همچنین توانایی تحلیل تنش، نسبت به روشهای تفاضل محدود، ترجیح داده میشوند.

در این تحقیق، از روشهای اجزاء محدود استاندارد و ماتریسی اوناکا، جهت مطالعه سیستم دوبعدی انتقال حرارت هدایتی با شرایط تغییر فاز و بدون آن، استفاده شده است. به این منظور، چندین نوع شرط مرزی وابسته به دما با فرمولبندی مختلف و همچنین روشهای اعمال گرمای نهان، بکار رفته و بعلاوه جهت استفاده از تکنیکهای ۳ مرحله ای گام زمانی برای حل معادلات، ترکیبات جدیدی بین دماهای مراحل اول و دوم، مورد آزمایش قرار گرفته است. نتایج حاصل از این روشها، با نتایج حل تحلیلی و همچنین روش تفاضل محدود، مقایسه شده است.

## فهرست مطالب

عنوان صفحه

### فصل اول: مقدمه

- ۱-۱- تعریف انجماد ..... ۲
- ۲-۱- مفهوم گرمای نهان ذوب و انجماد ..... ۳
- ۳-۱- شرح مختصر موضوع تحقیق ..... ۳

### فصل دوم: بررسی مدل‌های عددی انجماد

- ۱-۲- مقدمه ..... ۶
- ۲-۲- تأثیر فشار بر انتقال حرارت در مرز مشترک میان قالب - فلز ..... ۶
- ۱-۲-۲- معرفی موضوع ..... ۶
- ۲-۲-۲- مدل آزمایشگاهی ..... ۷
- ۳-۲-۲- نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی ..... ۸
- ۴-۲-۲- محاسبه مقاومت حرارتی در مرز مشترک قالب - فلز ..... ۱۱
- ۳-۲- کاربرد روش اجزاء محدود برای مطالعه ریخته گری شمش ..... ۱۵
- ۱-۳-۲- معرفی موضوع ..... ۱۵
- ۲-۳-۲- فرمولبندی اجزاء محدود ..... ۱۶
- ۳-۳-۲- نتایج ..... ۱۸
- ۴-۲- کاربرد روش اجزاء محدود ۳ بعدی در تحلیل ریخته گری مداوم ..... ۲۱
- ۱-۴-۲- معرفی ..... ۲۱
- ۲-۴-۲- فرمولبندی روش اجزاء محدود برای انتقال حرارت ..... ۲۲
- ۳-۴-۲- معرفی مدل استفاده شده ..... ۲۴

- ۲-۴-۴- نتایج..... ۲۵
- ۲-۵- نمونه های حل تحلیلی برای محاسبه دما در حین انجماد..... ۲۸
- ۲-۶- تکنیکهای اعمال گرمای نهان..... ۳۰

### فصل سوم: استخراج معادلات حاکم بر انتقال حرارت ۱ و ۲ فازی و تشریح روشهای آزمایش شده

- ۳-۱- مقدمه..... ۳۶
- ۳-۲- حل تحلیلی هدایت تک فازی در صفحه مستطیلی..... ۳۷
- ۳-۳- حل تحلیلی هدایت دو فازی به روش نیومن..... ۴۱
- ۳-۴- تأثیر متغیر بودن حجم در فرایند انجماد..... ۴۴
- ۳-۵- معادلات مربوط به هدایت حرارتی در روش تفاضل محدود..... ۴۵
- ۳-۶- فرمولبندی روشهای اجزاء محدود..... ۴۷
- ۳-۷- فرمولبندی شرایط مرزی..... ۴۹
- ۳-۸- تکنیکهای اعمال گرمای نهان انجماد..... ۵۰
- ۳-۸-۱- انتالی و رابطه آن با گرمای ویژه..... ۵۰
- ۳-۹- تکنیکهای گام زمانی..... ۵۲
- ۳-۱۰- روش چولسکی..... ۵۵
- ۳-۱۱- روشهای آزمایش شده برای بهبود نتایج..... ۶۰
- ۳-۱۱-۱- حالت استثناء در روش گرمای ویژه موثر..... ۶۰
- ۳-۱۱-۲- اعمال دمای  $\{T_{p(t)}\}$ ..... ۶۲
- ۳-۱۱-۳- انتخاب محدوده دمایی تغییر فاز..... ۶۴
- ۳-۱۱-۴- انتخاب ملاک برای مقایسه نتایج..... ۶۶



## فصل چهارم: معرفی مدل‌های بکار رفته و مقایسه نتایج

۷۱	۱-۴- مقدمه.....
۷۱	۲-۴- تشریح مسائل مورد نظر و شرایط مرزی.....
۷۱	۱-۲-۴- گرمادهی مجدد.....
۷۳	۲-۲-۴- انجماد.....
۷۶	۳-۴- تشریح مدل‌های استفاده شده.....
۷۷	۴-۴- مقایسه نتایج روش‌های مختلف.....
۷۸	۱-۴-۴- مقایسه نتایج مسأله اول.....
۸۲	۲-۴-۴- مقایسه نتایج مسأله دوم.....

## فصل پنجم: نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

۹۰	۱-۵- نتیجه گیری.....
۹۲	۲-۵- پیشنهادات.....
۹۴	پیوست (الف): توضیحات ریاضی برای حل تحلیلی مسائل ۱ و ۲.....
۹۹	پیوست (ب): برنامه های کامپیوتری.....
۱۲۸	مراجع.....

## فهرست شکلها

عنوان	صفحه
شکل (۱-۲) - مدل تهیه شده جهت ریختهگری و اندازه گیری دما.....	۸
شکل (۲-۲) - منحنی دما در قالب و فلز (حالت بدون اعمال بار).....	۹
شکل (۳-۲) - منحنی دما در قالب و فلز (همراه با اعمال ۳۰ تن بار).....	۱۰
شکل (۴-۲) - تقسیم بندی برای استفاده در تفاضل محدود.....	۱۱
شکل (۵-۲) - مقاومت حرارتی مرز قالب و فلز.....	۱۲
شکل (۶-۲) - مقاومت حرارتی مرز قالب و فلز.....	۱۳
شکل (۷-۲) - نمایش حجم داخل قالب.....	۱۴
شکل (۸-۲) - کمترین مقدار مقاومت حرارتی به ازای بارهای مختلف.....	۱۵
شکل (۹-۲) - تغییرات ضخامت لایه منجمد نسبت به زمان.....	۱۹
شکل (۱۰-۲) - تغییرات ضریب انتقال حرارت نسبت به زمان.....	۱۹
شکل (۱۱-۲) - تغییرات دما نسبت به زمان.....	۲۰
شکل (۱۲-۲) - نمایی شماتیک از تاسیسات ریخته گری مداوم.....	۲۲
شکل (۱۳-۲) - تغییرات گرمای ویژه با افزایش دما.....	۲۶
شکل (۱۴-۲) - تغییرات ضریب هدایت حرارتی با افزایش دما.....	۲۶
شکل (۱۵-۲) - خطوط همدمای در مقطعی از شمش واقع در ۵۰ سانتیمتر زیر قالب.....	۲۷
شکل (۱۶-۲) - خطوط همدمای در صفحه X-Z یا Y-Z.....	۲۷
شکل (۱۷-۲) - تغییرات انتالپی نسبت به دما برای فولاد با ۰/۱۶ درصد کربن.....	۲۹
شکل (۱۸-۲) - تغییرات گرمای ویژه نسبت به دما برای فولاد با ۰/۱۶ درصد کربن.....	۳۰
شکل (۱-۳) - منشور مستطیلی با طول نامحدود.....	۴۰
شکل (۱-۴) - سطح مقطع شمش همراه با شرایط مرزی مساله اول.....	۷۲
شکل (۲-۴) - سطح مقطع شمش همراه با شرایط مرزی مساله دوم.....	۷۲
شکل (۳-۴) - شبکه بندی نوع خشن همراه با تقسیمات نوع ریز.....	۷۷
شکل (۴-۴) - اثر تغییرات اندازه گام زمانی روی خطای نوع اول در شبکه بندی خشن.....	۷۸
شکل (۵-۴) - اثر تغییرات اندازه گام زمانی روی خطای نوع اول در شبکه بندی خشن.....	۷۹
شکل (۶-۴) - اثر تغییرات اندازه گام زمانی روی خطای نوع اول در شبکه بندی ریز.....	۸۰

- شکل (۴-۷) - میزان خطای حاصل از گامهای زمانی ثابت و متغیر در مساله اول..... ۸۱
- شکل (۴-۸) - اثر تغییرات محدوده دمایی تغییر فاز بر خطای میانگین در مساله دوم..... ۸۳
- شکل (۴-۹) - موقعیت جبهه انجماد با گذشت زمان در مساله دوم..... ۸۴
- شکل (الف-۱) - مقادیر مختلف ریشه  $\mu_n$ ..... ۹۵

## فهرست جداول

عنوان	صفحه
جدول (۱-۲) - زمان لازم برای انجماد کامل چند مقطع مختلف.....	۲۰
جدول (۱-۴) - مقادیر پارامترهای استفاده شده در مساله اول.....	۷۳
جدول (۲-۴) - مقادیر پارامترهای استفاده شده در مساله دوم.....	۷۴
جدول (۳-۴) - نتایج مساله اول.....	۸۶
جدول (۴-۴) - نتایج مساله دوم.....	۸۷
جدول (الف-۱) - چهار ریشه اول $\mu_n$ به ازای مقادیر مختلف عدد بیو.....	۹۶
جدول (الف-۲) - تابع خطا و مشتقات و انتگرالهای آن.....	۹۸

فصل اول :

# مقدمه

## ۱-۱- تعریف انجماد

فرایند ذوب و انجماد<sup>۱</sup> فلزات، به دلیل اهمیت آن در صنعت و به ویژه صنعت ریخته گری همواره مورد توجه بوده است. هدف اصلی در ریخته گری، انجماد فلز یا آلیاژ، در داخل قالب<sup>۲</sup> و به شکل آن می باشد. با اینکه عمل انجماد نسبت به دیگر بخشهای ریخته گری، زمان کوتاهتری را صرف میکند ولی مهمترین پدیده ای است که می تواند ساختار درونی و خواص فیزیکی و مکانیکی قطعه را با توجه به مجموعه عملیات کیفی مذاب تعیین نماید.

به طور کلی اتمهای مواد در حالت بخار و مایع به شکل مرتبی قرار ندارند، بلکه بطور پیوسته در حال حرکتی نامنظم هستند. چنانچه درجه حرارت مذاب تا نقطه شروع انجماد، به تدریج کاهش یابد، بلوری شدن مذاب آغاز گشته که میتواند از حالت بخار، مایع و یا جامد صورت گیرد.

با توجه به مجموعه عملیات انجماد برای تبلور مذاب، دو مرحله جوانه زنی و رشد بلور را میتوان در نظر گرفت. به هر ترتیب مهمترین نوع فعل و انفعال تبلور، انجماد فلزات و آلیاژها از حالت مذاب میباشد که مورد بررسی قرار خواهد گرفت [۱].

---

<sup>۱</sup> - Solidification

<sup>۲</sup> - Mold

## ۱-۲- مفهوم گرمای نهان ذوب<sup>۱</sup> و انجماد

در درجه حرارت صفر مطلق، اتمهای یک ماده بلوری در مکان شبکه خود به صورت بی حرکت قرار گرفته و به اصطلاح یخ می زند. با حرارت دادن به این ماده، اتمها در همان محل خود به ارتعاش در می آیند. هر چه درجه حرارت بالا می رود، دامنه ارتعاش اتمها نیز افزایش یافته تا جائیکه این دامنه به قدری زیاد می شود که انرژی حاصل از آن بر انرژی شبکه فائق آمده و باعث ذوب شدن شبکه بلوری میگردد. بنابراین عمل ذوب به علت ضعیف شدن یا شکسته شدن اتصالی است که یونها، اتمها و یا مولکولها را در کنار هم نگه می دارد. مقدار انرژی معینی که برای شکستن شبکه بلوری هر ماده ای لازم است، گرمای نهان ذوب نامیده میشود.

برعکس، در خلال عمل انجماد، مقدار معینی انرژی آزاد خواهد شد که گرمای نهان انجماد نامیده میشود و از نظر مقدار، برابر گرمای نهان ذوب است [۲].

## ۱-۳- شرح مختصر موضوع تحقیق

تاکنون برای حل عددی توزیع دما در مسائل مربوط به انتقال حرارت هدایتی با شرایط تغییر فاز یا بدون آن، از روشهای عددی زیادی استفاده شده که عموماً تکنیک های مختلف تفاضل محدود، با توجه به سهولت و میزان دقت جوابهای حاصل از آنها مورد استفاده قرار گرفته اند. اما وقتی که بحث شکل‌های مرکب یا مرزهای نامنظم و مسائل ترکیبی تنش-شار حرارتی به میان می آید، توجه ما معطوف به روشهای اجزاء محدود گشته هر چند که تعداد روشهای عددی و

---

<sup>۱</sup> - Latent heat of fusion