بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم
گروه فیزیک

عنوان:

اختلالات کیهانی در مدل های تورم برداری

پژوهشگر:
وحید کمالی

استاد راهنما:
دکتر محمدرضا ستاره

پایان‌نامه رساله دکترا رشته فیزیک گرایش نظری

مهر ماه ۱۳۹۲

تقدیم به

بهترین های زندگیم

پدر و مادرم

و تقدیم به

نمونه ی عشق و محبت

همسرم

و برادرانم مسعود و علی

و پیشکش به کسانی که این کار در دایره فکرشان قرار دارد

سپاس‌گزاری...

سپاس خدا را، آگاه و دانا بر تمامی علوم هستی، که با لطف بی‌پایان خود، آدمیان را به زیور عقل و دانش آراست تا در آنچه در هستی موجود است، اندیشه کنند.

در ابتدا از استاد راهنمای خود، جناب آقای **دکتر محمدرضا ستاره** صمیمانه تشکر و قدردانی می‌کنم که راهنمای‌های ایشان، این مجموعه را به نتایج کنونی رسانیده است.

از آقایان **دکتر فرهاد دارابی** و **دکتر سید کامران مؤیدی** که زحمت مطالعه و داوری را تقبل فرمودند، کمال تشکر و امتنان را دارم.

بر خود لازم می‌دانم مراتب قدردانی خود را نسبت به داوران داخلی پایان‌نامه جناب آقایان **دکتر بهروز ملک‌الکلامی** و **دکتر خالد سعیدی** تقدیم دارم.

از دوستان خوبم **دکتر امین زلالی**، **منوچهر رضایی**، **امیررضا جودی‌آذر**، **دکتر سعید خالدیان**، **دکتر احسان براتی** ، **دکتر ناصر محمدی پور** و سایر دوستانی که هر یک به‌نحوی در دوره‌ی تحصیل مرا یاری کردند، تشکر می‌کنم.

مهر ۱۳۹۲

چکیده

نظریه تورم به‌عنوان راه حلی برای برخی مشکلات نظریه مهبانگ شناخته می‌شود. از طرفی این نظریه به‌کمک نظریه اختلالات کیهان‌شناسی، روشی برای توضیح ناهمسانگردی مشاهده شده در تابش زمینه‌ی ریزموج و چگونگی تشکیل ساختارهای بزرگ عالم فراهم می‌نماید. مدل‌های مختلف تورمی براساس میدان‌های اسکالر، برداری و پیمانه‌ای معرفی شده‌اند. ما در این پایان‌نامه به تعمیم این گونه مدل‌ها با کمک مفاهیم تورم حرارتی پرداخته‌ایم. ابتدا ساده‌ترین مدل تورم بر اساس میدان‌های اسکالر معمولی مرور شده‌است و چگونگی کاربرد نظریه اختلالات در این مدل مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌است. در ادامه مدل تورم حرارتی محصول میدان‌های تاکیونی را توضیح داده‌ایم و کاربرد نظریه اختلالات در این مدل را بررسی نموده‌ایم. این مدل را به‌کمک جواب‌های دقیق کیهان‌شناسی (تورم میانی و میانی-لگاریتمی) بیشتر بررسی نموده‌ایم. در ادامه در بخش دیگری از پایان‌نامه مدل‌های تورم حرارتی بر اساس میدان‌های برداری و پیمانه‌ای را معرفی نموده‌ایم. اختلالات کیهانی مربوط به این مدل‌ها در کمترین مرتبه‌ی اختلال مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. از طرفی این مدل‌ها نیز به‌کمک جواب‌های دقیق کیهان‌شناسی بیشتر بررسی شده‌اند. نتایج حاصل از بررسی اختلالات در تطابق با مشاهدات کیهانی ($WMAP,\ Planck$) می‌باشند.

کلیدواژه: *اختلالات کیهانی ،تورم حرارتی،تورم برداری*

مقالات مستخرج از رساله

نتایج ارائه شده در این پایان‌نامه، در دانشگاه کردستان، دانشکده علوم، گروه فیزیک انجام شده است. این پایان‌نامه نتیجه کار نویسنده و همچنین همکاران معرفی شده در زیر می‌باشد، مگر اینکه یک نتیجه از مرجع مشخص‌شده‌ایی آورده شده باشد.

مندرجات این پایان‌نامه براساس مقالات تحقیقی چاپ شده در مجلات مشخص شده، آورده شده‌اند:

1. **Cosmological perturbations in warm-tachyon inflationary universe model with viscous pressure on the brane**

   M. R. Setare and V. Kamali, JHEP **1303**, 066 (2013) [arXiv:1302.0493 [hep-th]].

2. **Tachyon Warm-Logamediate Inflationary Universe Model in High Dissipative Regime**

   M. R. Setare and V. Kamali, Phys. Rev. D **87**, 083524 (2013) [arXiv:1305.0740 [hep-th]].

3. **Warm Vector Inflation**

   M. R. Setare and V. Kamali, PLB 726 (2013), arXiv:1309.2452 [gr-qc].

4. **Warm Gauge-Flation**

   M. R. Setare and V. Kamali, arXiv:1308.5674 [gr-qc], Submited for publication.

5. **Warm-tachyon inflation in loop quantum cosmology**

   M. R. Setare and V. Kamali, to be appear.

6. **Warm-Chaplygin inflation in loop quantum cosmology**

   M. R. Setare and V. Kamali, to be appear.

7. **Cosmological perturbations in warm inflationary universe model with viscous pressure on the brane**

   M. R. Setare and V. Kamali, to be appear.

8. **Warm-Intermediate Inflationary Universe Model with Viscous Pressure in High Dissipative Regime**

   M. R. Setare and V. Kamali, to be appear.

فهرست مطالب

فصل ۱
مقدمه

نظریه‌ی مهبانگ [1] شناخته‌شده‌ترین نظریه در توصیف سیر تکاملی عالم می‌باشد. در تکمیل این نظریه، با کمک مشاهدات کیهانی مربوط به تابش ریزموج زمینه (CMB)، وجود یک مرحله از انبساط عالم با شتاب بسیار بالا در حوالی زمان 10^{-35} ثانیه پس از انفجار بزرگ ضروری می‌نماید [۱، ۲]. به این مرحله از حرکت شتابدار عالم در زمان‌های اولیه دوره‌ی تورم گفته می‌شود. مدل تورم برای اولین بار در سال ۱۹۸۱ ارائه شده‌است. مدل‌های اولیه‌ای که این نظریه را توضیح می‌دهند براساس میدان‌های اسکالر بیان می‌شوند. در این‌گونه مدل‌ها، شرایط لازم برای حرکت شتابدار عالم فراهم می‌شود. بر اساس این نظریه‌های استاندارد، تورم به دو بخش تقسیم می‌شود، ابتدا مرحله‌ی غلتش آهسته و سپس مرحله‌ی بازگرمایش. در مرحله‌ی غلتش آهسته انرژی جنبشی در مقایسه با انرژی پتانسیل کوچک می‌باشد. از طرفی در این مرحله برهم‌کنش بین میدان مولد تورم (اینفلاتون [2]) و سایر میدان‌ها قابل صرف‌نظر کردن است. در ادامه در دوره‌ی بازگرمایشی بخش انرژی جنبشی قابل مقایسه با انرژی پتانسیل خواهد بود. در این مرحله اینفلاتون شروع به نوسان حول کمینه‌ی پتانسیل می‌کند در حالی که انرژی خود را به سایر میدان‌های موجود در نظریه (میدان‌های تابشی) منتقل می‌کند. در واقع دوره‌ی باز گرمایشی انتهای دوره‌ی تورم می‌باشد. در این‌گونه مدل‌ها نوسانات کوانتومی اینفلاتون مسؤول تشکیل ساختارهای بزرگ عالم می‌باشند. یک مسئله‌ی مهم در نظریه‌ی تورم یافتن راهی برای پایان این مرحله می‌باشد (وجود دوره‌ی بازگرمایشی یک راه حل این مشکل می‌باشد.). یک راه زیبا برای رفع این مشکل مطالعه‌ی دوره‌ی تورمی عالم با استفاده از سناریوی تورم حرارتی می‌باشد [۳]. در این مدل نوسانات گرمایی به‌جای نوسانات کوانتومی در نظر گرفته می‌شوند. این نوسانات باعث تولید ساختارهای بزرگ عالم شده و از طرفی تأثیر واضحی روی تابش زمینه‌ی ریزموج می‌گذارند. بررسی

[1] Big Bang Theory
[2] Inflaton

این‌گونه اختلالات که ابتدا در دوره‌ی تورم تولید می‌شوند یکی از مباحث با اهمیت در کیهان‌شناسی نوین می‌باشد. در مدل تورم حرارتی برعکس تورم معمولی (تورم سرد) تابش در طول دوره‌ی تورم غلتش آهسته تولید می‌شود (انرژی آن تقریباً ثابت در نظر گرفته می‌شود.). تأثیر حضور میدان‌های تابشی بدون جرم، با معرفی یک جمله شامل ضریب اتلاف Γ، در معادلات دینامیکی ظاهر می‌شود. جمله‌ی اتلافی با کمک روش‌های نظریه میدان‌های کوانتومی در یک فرمالیزم دو مرحله‌ای قابل محاسبه است [۴، ۵]. در مدل تورم حرارتی تولید ذرات (فوتون‌ها) بطور پیوسته از ابتدای تورم آغاز می‌شود و دوره‌ی بازگرمایشی قابل صرف‌نظر کردن است. در بیشتر مدل‌های حرارتی برای سادگی ذرات تولید شده حاصل از تابش اینفلاتون را بدون جرم در نظر می‌گیرند. حضور ذرات جرم‌دار حاصل از این تابش اولین بار در مرجع [۶]، پیشنهاد شد. در این نظریه حضور ذرات جرم‌دار دینامیک جهان تورمی را با اصلاح فشار سیال تغییر می‌دهد. تابش ذرات جرم‌دار بدرون سیال تورمی یک پدیده‌ی تولیدکننده‌ی آنتروپی می‌باشد که به‌کمک فشار وشکسان فرمولبندی می‌شود. مدل‌های تورم عموماً بر اساس میدان‌های اسکالر (اسپین صفر) توضیح داده می‌شوند. میدان‌های با اسپین بالاتر (بردار یا تانسور) یک ناهمسانگردی در بخش فضایی، فضا-زمان بوجود می‌آورند که با اصول اولیه‌ی کیهان‌شناسی هم‌خوانی ندارد و از طرفی جرم مؤثر آنها از مرتبه‌ی مقیاس‌های هابل می‌باشد و شرط مرحله‌ی غلتش آهسته را برآورده نمی‌کند [۷، ۸، ۹]. در نتیجه بنظر می‌رسد که این‌گونه مدل‌ها توانایی توصیف دوره‌ی تورم را ندارند. با این وجود مدل تورم برداری، ابتدا در مرجع [۱۰]، ارائه شد. این مدل شرایط تورم غلتش آهسته را برآورده می‌کند و ازطرفی خصوصیات سه‌گانه‌ی برداری مشکل ناهمسانگردی را نیز برطرف می‌نماید. بررسی مرحله‌ی تورم به‌کمک میدان‌های پیمانه‌ای (تانسور رتبه ۲) در مرجع [۱۱، ۱۲]، انجام گرفته است. در این مدل نیز بامعرفی یک لاگرانژی خاص شرایط غلتش آهسته حاصل شده‌است و از طرفی با معرفی شکل خاص اینفلاتون مشکل ناهمسانگردی نیز برطرف شده است. در این پایان‌نامه هدف ما تعمیم این دسته مدل‌ها به تورم حرارتی و مطالعه‌ی اختلالات آنها می‌باشد. در نهایت چگونگی هماهنگی این مدل‌ها با اطلاعات مشاهداتی بررسی می‌شود.

فصل ۲

تورم ونظریه اختلالات

مقدمه

نظریه تورم اساساً برای حل مشکلات مربوط به نظریه مهبانگ در یک فضای پایه‌ی تخت ارائه شده است. این نظریه به راحتی می‌تواند مکانیزم تازه ای برای تولید اختلالات اولیه ارائه دهد. ما در این فصل به بررسی تورم و نظریه ی اختلالات اساسی در کیهان‌شناسی می‌پردازیم. رویکرد ما بررسی اختلالات در مرتبه‌ی خطی می باشد. بعد از بیان دسته‌بندی اختلالات به‌صورت اسکالر، برداری و تانسوری، معادلات دیفرانسیلی که این اختلالات را در بر می‌گیرند ارائه خواهد شد. اختلالات اسکالر باعث بوجود آمدن ناهمسانگردی در تابش زمینه‌ی ریزموج[۱] می‌شوند. این اختلالات همچنین می‌توانند تشکیل ساختار بزرگ-مقیاس عالم [۲] را توضیح دهند. به همین دلیل ما به‌صورت مختصر سیر تکاملی این اختلالات را در مقیاس‌های فوق هابل [۳]بررسی خواهیم کرد. مشاهدات تابش زمینه‌ی کیهانی نشان می‌دهند که ناهمسانگردی در دوره‌ی جدایی ماده و تابش [۴] تقریباً کوچک است. بنابر همین مشاهدات اگر ناهمگنی در دوره‌های اولیه خیلی کوچک باشد به‌راحتی می‌توان از نظریه اختلال خطی برای توضیح چگونگی تشکیل ساختار در دوره‌های ماده غالب استفاده کرد.

۱.۲ تورم

تورم مرحله‌ای از سیر تکاملی جهان می‌باشد که در آن، عالم با شتاب بسیار بالایی منبسط شده‌است. وجود این مرحله بسیاری از مشکلات نظریه‌ی انفجار بزرگ را برطرف می‌کند. هرگاه ρ و P، چگالی انرژی و فشار

[۱]CMB
[۲]Large-Scale Structure (LSS)
[۳]super-Hubble scales
[۴]decoupling

مربوط به میدان مادی را نشان دهند، که باعث بوجود آمدن این شتاب سریع می‌شود، معادلات اینشتین مربوط به جهان تخت به‌صورت دو معادله‌ی فریدمان شامل فاکتور مقیاس $a(t)$، ارائه می‌شود:

$$H^2 = (\frac{8\pi G}{3})\rho \qquad (۱.۲)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -(\frac{4\pi G}{3})(\rho + 3P)$$

در رابطه‌ی بالا $H = \frac{\dot{a}}{a}$، پارامتر هابل می‌باشد. با توجه به رابطه‌ی دوم فریدمان واضح است که بمنظور داشتن شتاب مثبت

$$\ddot{a} > 0 \qquad (۲.۲)$$

نیاز است که رابطه‌ی زیر برقرار شود

$$(\rho + 3P) < 0 \qquad (۳.۲)$$

در واقع رابطه‌ی بالا شرط لازم برای ایجاد مرحله‌ی تورم می‌باشد. عناصر شناخته‌شده در کیهان‌شناسی، ماده ($P = 0$)، و تابش ($P = \frac{\rho}{3}$)، بوضوح نمی‌توانند رابطه‌ی بالا را برآورده کنند. در این موقعیت برای به‌دست آوردن شتاب مثبت لازم است که فرم دیگری برای ماده در نظر بگیریم. میدان‌های اسکالر که اغلب در مدل‌های مختلف فیزیک انرژی‌های بالا کاربرد دارند و از طرفی همسانگردی فضا را تضمین می‌کنند، در ساختن شرایط لازم جهت رسیدن به جهان تورمی به ما کمک می‌کنند. حال یک میدان اسکالر ϕ، را که تحت تأثیر پتانسیل $V(\phi)$، می‌باشد بررسی می‌کنیم. کنش ساده‌ی زیر، مربوط به این میدان، را درنظرمی‌گیریم.

$$S[\phi] = \int d^4x\sqrt{-g}[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi)] \qquad (۴.۲)$$

تانسور انرژی-تکانه مربوط به این کنش به‌شکل زیر بیان می‌شود

$$T^\mu_\nu = \partial^\mu\phi\partial_\nu\phi - \delta^\mu_\nu[\frac{1}{2}\partial_\lambda\phi\partial^\lambda\phi - V(\phi)] \qquad (۵.۲)$$

تقارن‌های موجود در فضای پایه‌ی فریدمان (همگنی و همسانگردی) باعث می‌شوند که میدان اسکالر فقط تابعی از زمان باشد. بنابر این چگالی انرژی و فشار مربوط به یک فضای همگن و همسانگرد به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند

$$T^0_0 = \rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \qquad (۶.۲)$$

$$T^i_j = -P\delta^i_j = -(\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi))\delta^i_j$$

علاوه بر این بااستفاده از کنش (۴.۲)، می‌توان معادله حرکت میدان اسکالر را در یک فضای فریدمانی به‌شکل زیر بیان کرد

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0 \tag{۷.۲}$$

$$V_{,\phi} = \frac{dV}{d\phi}$$

با استفاده از روابط مربوط به ρ و P، (۶.۲)، شرط لازم برای مرحله‌ی تورم (۳.۲)، به‌شکل زیربیان می‌شود.

$$\dot{\phi}^2 < V(\phi) \tag{۸.۲}$$

بعبارت دیگر تورم زمانی قابل دسترسی است که انرژی پتانسیل برانرژی جنبشی غلبه داشته باشد. با استفاده از یک پتانسیل خاص $V(\phi)$، که از مدل‌های انرژی بالا به‌دست می‌آید، بعلاوه‌ی معادله‌ی اول فریدمان و معادله حرکت (۷.۲)، می‌توان حل‌های سازگاری برای فاکتور مقیاس و میدان اسکالر به‌دست آورد. از طرفی با استفاده از روابط موجود مربوط به فشار و چگالی انرژی (۶.۲)، معادلات فریدمان (۱.۲)، به‌شکل زیر بیان می‌شوند

$$H^2 = \left(\frac{1}{3M_p^2}\right)\left[\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)\right] \tag{۹.۲}$$

$$\dot{H} = -\left(\frac{1}{2M_p^2}\right)\dot{\phi}^2$$

در روابط بالا جرم پلانک به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$M_p^{-2} = 8\pi G \tag{۱۰.۲}$$

دو معادله‌ی بالا را می‌توان ترکیب کرد و عباراتی برای میدان اسکالر و پتانسیل را برحسب زمان کیهانی به‌دست آورد. [۱۳]

$$\phi(t) = \sqrt{2}M_p \int dt \sqrt{(-\dot{H})} \tag{۱۱.۲}$$

$$V(t) = M_p^2(3H^2 + \dot{H})$$

اگر شکل فاکتور مقیاس را بدانیم می‌توان نتایجی برای V و ϕ، به‌دست آورد. از این روش در فصل بعد استفاده خواهیم کرد. هم‌اکنون پتانسل مربوط به دو مدل شناخته‌شده‌ی تورم را ارائه می‌دهیم. ابتدا مدل

قانون-توانی با فاکتور مقیاس

$$a(t) = a_۱ t^q \quad (۱۲.۲)$$

فاکتور مقیاس بالا برای $q > ۱$ و یک $a_۱$ دلخواه منجر به تورم می‌شود. باجایگذاری فاکتور مقیاس بالا در رابطه‌ی اول معادله‌ی (۱۱.۲)، می‌توان میدان اسکالر را به‌دست آورد

$$\frac{\phi(t)}{M_p} = \sqrt{۲q}\ln[\sqrt{\frac{V_۰}{q(۳q-۱)}}\frac{t}{M_p}] \quad (۱۳.۲)$$

در این عبارت $V_۰$ ثابت انتگرال‌گیری می‌باشد. پتانسیلی که به چنین رفتاری منتهی می‌شود به‌کمک رابطه‌ی دوم معادله‌ی (۱۱.۲)، فاکتور مقیاس (۱۲.۲) و رابطه‌ی بالا به‌شکل زیر ارائه می‌شود [۱۴].

$$V(\phi) = \exp(-[\sqrt{\frac{۲}{q}}(\frac{\phi}{M_p})]) \quad (۱۴.۲)$$

با یک روش مشابه می‌توان دید که پتانسیل

$$V(\phi) = (۳\alpha^۲\beta^۲\Gamma^k M_p^۲)[۱ - \frac{k^۲}{۶}(\frac{M_p}{\phi})^۲](\frac{\phi}{M_p})^{-k} \quad (۱۵.۲)$$

$$\Gamma = \sqrt{۲\alpha k}, k = \frac{۴(۱-\beta)}{\beta}$$

منجر به رفتار زیر برای فاکتور مقیاس می‌شود

$$a(t) = a_۰ \exp(\alpha t^\beta) \quad (۱۶.۲)$$

در عبارت بالا $\alpha > ۰$، $۰ < \beta < ۱$ و $a_۰$ یک ثابت دلخواه می‌باشد. از آنجا که این فاکتور مقیاس سریعتر از تورم قانون-توانی است و کندتر از تورم نمایی معمولی، بعنوان تورم میانی شناخته می‌شود [۱۵، ۱۶]. در فصل بعد این نوع فاکتور مقیاس مورد بررسی بیشتر قرار می‌گیرد.

۱.۱.۲ تورم غلتش آهسته

شرط بیان شده در رابطه‌ی (۸.۲)، که غلبه‌ی انرژی پتانسیل بر انرژی جنبشی را بیان می‌کند بعنوان شرط لازم برای وقوع دوره‌ی تورم شناخته می‌شود. شرط کافی برای وقوع این دوره بعنوان شرط غلتش آهسته [۵] شناخته می‌شود

$$\dot{\phi}^۲ \ll V(\phi) \quad (۱۷.۲)$$

[5] Slow-roll condition

رابطه بالا بعنوان شرط تضمین کننده‌ی تورم شناخته می‌شود. علاوه بر این شرط، برای به‌دست آوردن عدد توان نمایی [۶] شناخته می‌شود

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \tag{۱۸.۲}$$

شرایط بالا بعنوان تقریب غلتش آهسته شناخته می‌شوند و همانطور که خواهیم دید وجود جواب‌های تحلیلی را هم در حد پایه و هم در حد اختلالی ممکن می‌سازند. دو نوع خاص از پارامترهای غلتش آهسته (پارامترهایی که به‌کمک پتانسیل و مشتقات آن ساخته می‌شوند و پارامترهایی که به‌کمک پارامتر هابل و مشتقات آن تعریف می‌شوند) اغلب حائز اهمیت هستند. در ادامه این دو نوع پارامتر راشرح خواهیم داد و حل‌هایی مربوط به کوانتای میدان (اینفلاتون[۷]) و فاکتور مقیاس، برای کلاس ویژه‌ای از پتانسیل‌ها، در تقریب غلتش آهسته به‌دست خواهیم آورد.

- **پارامترهای غلتش آهسته پتانسیل**

این پارامترها به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۷، ۱۸، ۱۹].

$$\epsilon_V = (\frac{M_p^2}{2})(\frac{V_{,\phi}}{V})^2 \qquad \eta_V = M_p^2(\frac{V_{,\phi\phi}}{V}) \tag{۱۹.۲}$$

در عبارت بالا داریم $V_{,\phi\phi} = \frac{d^2V}{d\phi^2}$. بمنظور برآورده شدن شرایط غلتش آهسته این دو پارامتر کوچکتر از یک در نظر گرفته می‌شوند. پارامترهای ϵ_V و η_V بعنوان پارامتر های غلتش آهسته پتانسیل [۸] (PSR)، شناخته می‌شوند. واضح است که صرف‌نظر کردن از ترم انرژی جنبشی ($\frac{\dot{\phi}^2}{2}$)، در معادله‌ی اول فریدمان وهمچنین جمله‌ی $\ddot{\phi}$، در معادله حرکت میدان اسکالر (۷.۲)، معادل است با کوچک بودن این دو پارامتر، البته عکس این عبارت صحیح نمی‌باشد. بدین معنی که کوچک بودن پارامترهای PSR، فقط شرط لازم است و شرط کافی برای حذف این جملات نمی‌باشد. در واقع علت این امر آن است که این پارامترها فقط به فرم پتانسیل مربوط می‌باشند و به حل‌های دینامیکی ارتباطی ندارد. اگر مقادیر ϵ_V و η_V کوچک باشند باز هم امکان دارد که $\dot{\phi}$، بزرگ باشد و در نتیجه ممکن است وجود دوره‌ی تورم منتفی شود. در نتیجه علاوه بر اینکه باید پارامترهای PSR، کوچک باشند، شرط اضافی لازم است تا تورم غلتش آهسته بوجود بیاید. شرایط غلتش آهسته زمانی برقرار است که میدان اسکالر

[۶] Number of e-folds
[۷] Inflaton: Scalar field that derives inflation
[۸] potential slow-roll (PSR) parameters

بکندی حرکت کند و به‌صورت یک جواب جاذب در معادله‌ی

$$3H\dot{\phi} = -V_{,\phi} \tag{۲۰.۲}$$

صدق کند [۲۰]. علی‌رقم این نقص، پارامترهای PSR، اغلب بسیار کاربردی هستند. در واقع برای یک پتانسیل شناخته‌شده براحتی به‌کمک این پارامترها می‌توان محدوده و شرایط پتانسیل برای ایجاد تورم را مشخص نمود. بعنوان نمونه پتانسیل

$$V(\phi) = V_0\phi^n \tag{۲۱.۲}$$

را در نظر می‌گیریم، در شرایطی که $n > 0$ و V_0، ثابت می‌باشد. در این مدل حالت $\phi > 0$، را در نظر می‌گیریم، جایی که پتانسیل به‌ازای هر n، مثبت باشد. واضح است که شرایط غلتش آهسته ($\epsilon_V, \eta_V \ll 1$) زمانی برآورده می‌شود که

$$\phi \gg M_P$$

باشد. در نتیجه تورم برای مقادیر بزرگ میدان اتفاق می‌افتد. اینگونه پتانسیل‌ها را بعنوان مدل‌های میدان بزرگ [۹] نامگذاری می‌کنیم [۲۱]. نوع دیگری از پتانسیل‌ها که در نظریه تورم کاربرد دارند به‌شکل زیر بیان می‌شوند.

$$V(\phi) = \Lambda[1 + \cos(\frac{\phi}{f})] \tag{۲۲.۲}$$

در این عبارت Λ و f، ثابت‌هایی هستند که عمق و ضخامت پتانسیل را مشخص می‌کنند. با توجه به پارامترهای غلتش آهسته، این دسته پتانسیل‌ها بطور طبیعی برای مقادیر کوچک میدان (در مقایسه با مقیاس پلانک) تورم غلتش آهسته را می‌دهند در نتیجه به آنها مدل‌های میدان کوچک [۱۰] گفته می‌شود.

- **پارامترهای غلتش آهسته هابل**

[۹] large field
[۱۰] small field

پارامترهای غلتش آهسته هابل [۱۱] به‌شکل زیر تعریف می‌شوند

$$\epsilon_H = (2M_p^2)(\frac{H_{,\phi}}{H})^2 \qquad (۲۳.۲)$$

$$\eta_H = (2M_p^2)(\frac{H_{,\phi\phi}}{H})$$

$$H_{,\phi\phi} = \frac{d^2 H}{d\phi^2}$$

این نوع پارامترها انتخاب مناسبتری برای مطالعه‌ی تورم غلتش آهسته، می‌باشند. زیرا شرط اضافه‌ای برای برآورده شدن شرایط غلتش آهسته نیاز نیست و فقط کوچک بودن پارامترها کفایت می‌کند. در تعریف پارامترهای HSR، از پارامتر هابل (بعنوان کمیت مقدماتی) و مشتقات آن نسبت به میدان اسکالر استفاده می‌شود [۱۸]. معادله‌ی دوم فریدمان بر این اساس به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\dot{\phi} = -(2M_p^2)H_{,\phi} \qquad (۲۴.۲)$$

$$H_{,\phi} = \frac{dH}{d\phi}$$

این عبارت در بازنویسی معادله‌ی اول فریدمان کاربرد دارد

$$H_{,\phi}^2 - (\frac{3H^2}{2M_p^2}) = -(\frac{V}{2M_p^4}) \qquad (۲۵.۲)$$

این رابطه در بررسی تورم با فرمالیزم هامیلتون-ژاکوبی [۱۲] بکار می‌رود [۱۸]. با استفاده از معادلات (۲۵.۲،۲۴.۲،۷.۲)، این دو پارامتر را می‌توان به‌شکل زیر تعریف نمود.

$$\epsilon_H = (\frac{2\dot{\phi}^2}{2\rho}) = -(\frac{\dot{H}}{H^2}) \qquad (۲۶.۲)$$

$$\eta_H = -(\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}) = \epsilon_H - \frac{\dot{\epsilon}_H}{2H\epsilon_H}$$

در عبارت بالا ρ، چگالی انرژی مربوط به میدان اسکالر می‌باشد. از این تعریف‌ها برای پارامتر غلتش آهسته در فصل بعد استفاده خواهد شد. در مورد این پارامترها دو نکته حائز اهمیت است. اول اینکه شرط

$$\epsilon_H \ll 1 \qquad (۲۷.۲)$$

[۱۱] Hubble slow roll:HSR
[۱۲] Hamilton-Jacobi

شرط لازم برای صرف‌نظر کردن از جمله‌ی انرژی جنبشی در کل انرژی میدان اسکالر است. وشرط

$$\eta_H \ll ۱ \qquad (۲۸.۲)$$

معادل با موقعیتی است که جمله‌ی شتاب میدان اسکالر در مقایسه با جمله‌ی شامل سرعت در معادله‌ی (۷.۲) قابل صرف‌نظر کردن است. نهایتاً شرط $\ddot{a} > ۱$ دقیقاً معادل با $\epsilon_H < ۱$ می‌باشد. در ادامه بدنبال حل‌هایی برای میدان و فاکتور مقیاس در تقریب غلتش آهسته می‌باشیم. معادله حرکت میدان اسکالر (۷.۲)، و معادله‌ی اول فریدمان (۹.۲)، را می‌توان بر حسب پارامترهای HSR، به‌صورت زیر بازنویسی نمود

$$H^۲[۱-\frac{\epsilon_H}{۳}]=\frac{V}{۳M_p^۲} \qquad (۲۹.۲)$$
$$۳H\dot{\phi}[۱-\frac{\eta_H}{۳}]=-V_{,\phi}$$

تقریب غلتش آهسته معادل با موقعیتی است که پارامترهای HSR، نامساوی‌های زیر را برآورده کند.

$$\epsilon_H \ll ۱ \qquad (۳۰.۲)$$
$$\eta_H \ll ۱$$
$$\mathcal{O}(\epsilon_H^۲, \eta_H^۲, (\epsilon_H\eta_H)) \ll \epsilon_H$$

در این حد معادلات (۲۹.۲)، به‌شکل زیر تقلیل پیدا می‌کنند

$$H^۲=(\frac{V}{۳M_p^۲}) \qquad ۳H\dot{\phi}=-V_{,\phi} \qquad (۳۱.۲)$$

معادلات بالا برای یک پتانسیل خاص تبدیل به یک معادله دیفرانسیل مرتبه‌ی اول می‌شوند. این معادلات براحتی با یک انتگرالگیری جواب‌هایی برای میدان اسکالر و فاکتور مقیاس می‌دهند. حال جواب‌های این معادلات را برای پتانسیل مربوط به مدل‌های میدان بزرگ (۲۱.۲)، ارائه می‌دهیم. حل میدان اسکالر مربوط به این پتانسیل در حالت $n \neq ۴$، به‌شکل زیر بیان می‌شود.

$$\phi^{[\frac{۴-n}{۲}]}(t) \simeq \phi_i^{[\frac{۴-n}{۲}]}+\sqrt{\frac{V_۰}{۳}}[\frac{n(n-۴)}{۲}]M_p(t-t_i) \qquad (۳۲.۲)$$

درحالت $n=۴$، جواب به‌شکل زیر است.

$$\phi(t)\simeq\phi_i\exp(-[\sqrt{\frac{V_۰}{۳}}(۴M_p)(t-t_i)]) \qquad (۳۳.۲)$$