دانشگاه مازندران

دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد
رشته ریاضی محض گرایش هندسه

پایدارسازی سیستمهای غیرخطی از طریق نگرش خمینه مرکز

استاد راهنما

دکتر ابوالفضل اکرا طالشیان

استاد مشاور

دکتر حسین جعفری

توسط

حمیده رضایی

شهریور ماه ۱۳۸۹

قدردانی

حمد و ستایش پروردگار مهربانی را که توان تحقیق به من ارزانی داشته، و با تشکر از پدر و مادر عزیزم که بی شک نمی توانم جوابگوی لطف و محبت بی دریغ آنها باشم.
همچنین لازم می دانم از زحمات بی دریغ استاد راهنمای گرامی‌ام آقای دکترابوالفضل اکرا طالشیان و استاد مشاور محترم آقای دکتر حسین جعفری که با راهنمایهای خود باعث فراهم آوردن فرصتی جهت تحقیق در این زمینه شدند و در مراحل مختلف تدوین پایان نامه مرا یاری نمودند تشکر و قدردانی نمایم.
از آقای پروفسور قاسم علیزاده افروزی و آقای دکتر یحیی طالبی که زحمت داوری این پایان نامه را به عهده داشتند کمال تشکر را دارم.
در پایان نیز از همه عزیزانی که به هر نحو در این امر مرا یاری نمودند تشکر می‌کنم.

پیشگفتار

در جامعه صنعتی و پیشرفته امروز سیستمهای کنترل اتوماتیک جزٔ لاینفکی از زندگی روزمره ما به شمار می‌آیند. اگر چه تاریخچه اولین سیستم کنترل ساخت بشر را به چند صد سال قبل از میلاد مسیح نسبت می‌دهند، لیکن مسلم آنست که تحول اساسی در زمینه طراحی وساخت سیستم‌های کنترل اتوماتیک، با طراحی وساخت اولین گاورنر (هدف این سیستم کنترل، ثابت نگه داشتن سرعت چرخش است) توسط جیمزوات در دوران انقلاب صنعتی رخ داده است. امروزه اکثر وسایل خانگی مانند ماشین لباسشوئی، آبگرمکن، توستر، حرارت مرکزی ساختمانها و غیره ویا در اتومبیلها، هواپیماهای مسافربری وجنگنده، کشتیهای بزرگ وکوچک، ربات ها، وسایل پیشرفته مهندسی وپزشکی وغیره همگی از نوعی سیستم کنترل بهره مند هستند. و عملکرد آنها بدون سیستم کنترل، به کلی مختل ویا بسیار ضعیف می گردد. اگر چه نظریهٔ کنترل سیستم‌ها قابل استفاده در بسیاری از رشته ها است ولی تقریباً به طور انحصاری توسط مهندسان مورد است فاده قرار گرفته است؛ غالباً به این علت که کاربرد آن در مسائل فن‌آوری فراوان یافت می شود. بنابراین با توجه به کاربردهای فراوان سیستمهای کنترلی، اولین و مهمترین سؤالی که دربارهٔ ویژگیهای متعدد آن مطرح می شود، این است که آیا سیستم پایدار است، زیرا سیستم ناپایدرا عموماً بی فایده و بالقوه خطرناک است. از لحاظ کیفی، سیستمی پایدار توصیف می شود که شروع به فعالیت سیستم از موقعیتی نزدیک نقطه کار مطلوبش، منجر به باقی ماندن دائمی آن در اطراف نقطه کار شود.

پس با توجه به اهمیت نظریهٔ پایداری، مسئله پایدارسازی سیستمهای کنترلی یکی از اساسی ترین

مبحثها در تئوری کنترل شده است. و نظریهٔ خمینه مرکز که در دههٔ ٦٠ قرن گذشته (١٩٦٩—١٩٦٠) پدیدار شده است، بزودی یک ابزار قوی برای بررسی پایداری سیستمهای دینامیکی شد. [١٦و٥] و همچنین نظریهٔ خمینه مرکز اخیراً برای پایدارسازی سیستمهای کنترل غیرخطی استفاده شده بود.[٢و١] و نظریهٔ خمینه مرکز بعنوان یک تکنیک پایدارسازی مورد استفاده قرار می گیرد. و دراین پایان نامه روشی جدید برای تقریب خمینه مرکز ارائه شده است.

پایدارسازی سیستمهای غیرخطی از طریق نگرش خمینه مرکز

چکیده

در این پایان نامه مسئله پایدارسازی سیستمهای کنترل غیرخطی آفین را در نظر می گیریم. ابتدا، فرض می کنیم که سیستمهای تحت بررسی به صورت نرمال $Byrnes - Isidori$ تعمیم یافته هستند. یک روش جدید برای تقریب خمینه مرکز ارائه شده است، که درجه خطای تقریب خمینه مرکز را می تواند کاهش دهد. یک حاصل ضرب ماتریس جدید، بنام نیم ضرب تانسور، معرفی شده است تا تقریبی از خمینه مرکز را بدست آوریم. سپس تابع لیاپانوف با مشتق همگن $(LFHD)$ استفاده شده است تا یک خمینه مرکز پایدار بوسیله کنترل پسخورد حالت طراحی کند. بالاخره، این روش بر سیستم کنترل غیرخطی آفین عمومی اعمال شده است.

واژه‌های کلیدی : پایدارسازی؛ خمینه مرکز؛ صورت نرمال $Byrnes - Isidori$؛ ضرب نیم تانسوری

فهرست مندرجات

۱ تعاریف و مفاهیم اولیه ۱

۱.۱ مقدمه ۲

۲.۱ سیستمهای کنترل Control systems ۳

۳.۱ پسخورد Feedback ۷

۴.۱ مدل سیستمهای کنترل یا طرز ارائه ۹

۵.۱ پایداری (Stable) ۱۳

٦.۱ مفاهیم اساسی قضیهٔ لیاپانوف ۲۱

۲ روشهای ساده کردن سیستم های دینامیکی ۲۶

۱.۲ مقدمه ۲۷

۲.۲ نظریهٔ خمینه مرکز ۲۸

۳.۲ صورت نرمال ۴۲

۳ صورت‌نرمال‌تعمیم‌یافته‌و پایدارسازی سیستمهای کنترل غیرخطی ۵۴

۱.۳ مقدمه ۵۵

۲.۳ تابع لیاپانوف با مشتق همگن ۵۶

۳.۳ صورت نرمال تعمیم یافته ۶۱

۴.۳ پایدارسازی سیستمهای تحت صورت نرمال تعمیم یافته ۷۳

۴ ارائهٔ روشهای جدید برای تقریب خمینه مرکز ۸۲

۱.۴ مثال ۸۳

۲.۴ پایدارسازی تحت صورت نرمال تعمیم یافته ۸۸

۳.۴ راه حلی برای تقریب خمینه مرکز ۹۴

۴.۴ پایدارسازی سیستمهای غیرخطی آفین عمومی ۱۰۱

کتاب نامه ۱۰۶

واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی ۱۰۹

فصل ۱

تعاریف و مفاهیم اولیه

۱.۱ مقدمه

هر یک از نظریه‌های علوم شامل تعدادی مفاهیم اساسی می باشند که بر آن استوار هستند. طبیعی است که تمامی مفاهیم اساسی نمی توانند دقیقاً تعریف شوند، زیرا که می دانیم تعریف مفاهیم، یعنی مشخص کردن آن مفهوم، توسط مفاهیم مشخص دیگر. نظریهٔ سیستم های دینامیکی نیز به عنوان یکی از تئوریهای علوم، شامل چنین مفاهیم اساسی می باشد که دراین فصل به معرفی آنها می پردازیم.

۲.۱ سیستمهای کنترل Control systems

۱.۲.۱ تعریف (سیستم System)[۲۳]

سیستم ترکیبی از اجزاء است که برای انجام عملی خاص با یکدیگر کار می کنند.

کلمه سیستم تنها به سیستم فیزیکی اتلاق نمی شود. مفهوم سیستم را می توان به پدیده های دینامیکی مثل پدیده های اقتصادی نیز تعمیم داد. بنابراین کلمه سیستم می تواند همه سیستم های فیزیکی، زیستی، اقتصادی و نظایر آن را شامل شود.

۲.۲.۱ تعریف (سیستم کنترل)[۲۵]

یک سیستم کنترل ترتیبی از اجزای فیزیکی است که به یکدیگر متصل و یا با یکدیگر مرتبط هستند به طوری که خود یا یک سیستم دیگر را فرمان دهد، هدایت کند، یا تنظیم کند.

۳.۲.۱ تعریف (ورودی مرجع Reference input)[۲۶]

ورودی مرجع که نقطه نشانده یا خروجی مطلوب نیز نامیده می شود، نشان دهنده پاسخ مطلوب سیستم است. به عبارت دیگر هدف یا مشخصه عملکرد مطلوب سیستم موقعی برآورده می گردد که خروجی سیستم به این مقدار برسد.

۴.۲.۱ تعریف (خروجی سیستم Output system)[۲۶]

خروجی سیستم که خروجی کنترل شده نیز نامیده می شود، سیگنالی است که از سیستم تحت کنترل به دست می آید و مایل به اندازه گیری و کنترل آن می باشیم. خروجی در حقیقت پاسخ واقعی سیستم در هر واحد زمانی است.

مثال ۱ — ۲ — ۵[۲۵]

یک بخاری با دمای کنترل شده یا یک کوره که به طور اتوماتیک دمای یک اتاق یا فضای سربسته را تنظیم می کند، یک سیستم کنترل است. ورودی به این سیستم یک دمای مبنا که معمولاً با تنظیم مناسب یک ترموستات انجام می گیرد و خروجی، دمای واقعی محیط بسته است.
هنگامی که ترموستات بیابد که خروجی کمتر از ورودی است، کوره، گرما تولید کرده تا این که دمای محیط بسته برابر ورودی مرجع یا مبنا شود. سپس کوره به طور اتوماتیک خاموش می شود. هنگامی که دما مقداری کمتر از دمای مبنا شود، در این صورت کوره مجدداً روشن می شود.

۶.۲.۱ تعریف (متغییر کنترل Control variable**)**[۲۳]

متغییر تحت کنترل، کمیت یا وضعیتی است که اندازه گیری و کنترل می گردد.

۷.۲.۱ تعریف (کنترل کننده)[۲۶] کنترل کننده عنصری است که برای تعیین سیگنال کنترلی مناسب، جهت اعمال به سیستم، بکار گرفته می شود.

۸.۲.۱ تعریف (ورودی کنترل Control input**)**[۲۶] ورودی کنترل که عمل کنترلی یا سیگنال کنترلی نیز نامیده می شود، خروجی سیستم کنترل و ورودی اعمال شده به سیستم تحت کنترل است.

۹.۲.۱ تعریف (اخلال گر disturbance**)**[۲۳]

اخلال گر یا مزاحم سیگنالی است که سعی در تأثیر بر مقدار خروجی سیستم دارد. اگر سیگنال اخلال گر در داخل سیستم تولید گردد، آن را اخلال گر داخلی گوییم، در حالی که اخلال گر خارجی در بیرون سیستم تولید شده و به صورت یک ورودی به سیستم وارد می شود.

۱۰.۲.۱ تعریف (سیستم های کنترل حلقه – باز Open - loop control systems) [۲۳]

سیستمهایی که در آنها خروجی تأثیری بر عمل کنترل ندارد، سیستمهای کنترل حلقه– باز خوانده می شوند. به بیان دیگر در یک سیستم کنترل حلقه باز، خروجی اندازه گیری نشده، و برای مقایسه با ورودی هم پسخورد نمی گردد.

در هر سیستم مدار باز خروجی با ورودی مرجع مقایسه نمی گردد. بنابراین به هر ورودی مرجع یک وضعیت عملکردی ثابتی مرتبط است، در نتیجه دقت سیستم به کالیبره کردن یا مدرج کردن سیستم بستگی دارد. دو ویژگی برجسته سیستمهای کنترل حلقه–باز عبارتند از:

۱) قابلیت آنها برای عملکرد دقیق، توسط تنظیم مناسب تعیین میشود. تنظیم کردن به معنای برقرار کردن یا برقراری مجدد رابطه ورودی – خروجی جهت به دست آوردن دقت دلخواه درسیستم است.

۲) این سیستمها معمولاً با مشکل ناپایداری مواجه نیستند.

مثال ۱–۲–۱۱ [۲۳]

مثالی عملی از این گونه سیستمها، ماشین لباسشوئی است.خیس کردن، شستن و خشک کردن در ماشین لباسشوئی بر مبنای زمان انجام می شود. ماشین، خروجی را که همانا تمیزی لباس است، اندازه نمی گیرد.

۱۲.۲.۱ تعریف (سیستمهای کنترل حلقه – بسته Closed - loop control systems) [۲۵]

سیستم کنترل حلقه بسته سیستمی است که در آن عمل کنترل به طریقی وابسته به خروجی باشد. در یک سیستم کنترل، سیگنال خطای محرک که در واقع همان اختلاف بین دو سیگنال ورودی وخروجی است به کنترلگر طوری اعمال می شود تا خطا را کاهش داده و خروجی سیستم را به حد مطلوب بیاورد. سیستمهای کنترل حلقه–بسته معمولاً سیستمهای کنترل پسخوردی نامیده می شوند، وبا جزئیات بیشتر

در بخش بعدی مورد توجه قرارخواهند گرفت. همچنین در این پایان نامه ما سیستمهای حلقه بسته را بررسی می کنیم.

مثال ۱—۲—۱۳ [۲۵]

مکانیزم خلبان اتوماتیک و هواپیمایی را که آن کنترل می کند یک سیستم کنترل‌حلقه— بسته‌است. هدف این مکانیزم نگه داشتن جهت مشخصی برای هواپیما با وجود تغییرات جوی است . این عمل با اندازه‌گیری پیوسته سمت حرکت هواپیما و تنظیم اتوماتیک فرامین کنترل هواپیما(سکان عمودی، لبه های بال و غیره) انجام می شود، به طوری که سمت حرکت هواپیما را به سمت از پیش تعیین شده بیاورد. شخص خلبان یا کسی که خلبان اتوماتیک راتنظیم می کند، قسمتی از سیستم کنترل نیست.

۱۴.۲.۱ تعریف (پایداری Stability) [۲۴]

پایداری مفهومی است که توانایی سیستم را در تبعیت از فرمان ورودی توصیف می کند. بعبارت دیگر می توان گفت که سیستمی ناپایدار است که خروجی (یا سایر متغییرهای تحت کنترل) آن خارج از کنترل باشد یا افزایشی بدون حد داشته باشد.

۳.۱ پسخورد Feedback

پسخورد یا بازخورد را می توان تقریباً در تمام سیستم های دینامیکی یافت و یکی از ویژگی های بارز سیستم کنترل است. فرایندهای پسخورددار به وفور در طبیعت وجود دارند و کلمهٔ پسخورد، همانند رایانه، در طول چند دههٔ پیش جای خود را بیشتر از هر کلمهٔ دیگری، با ریشهٔ فنی، در زبان یافته است. چهارچوب نظریهٔ پسخورد و قواعدی که درآن قرار گرفته است — یعنی مهندسی سیستم کنترل — بعد از جنگ جهانی دوم توسعه یافته است.

پسخورد عبارت است از مشخصه ای از سیستمهای کنترل حلقه — بسته که آنها را از سیستمهای حلقه — باز متمایز می کند.

۱.۳.۱ تعریف پسخورد[۲۵]

پسخورد صفت خاصی از یک سیستم حلقه — بسته است که اجازه می دهد خروجی (یا سایر متغییرهای کنترل شدهٔ سیستم) با ورودی اعمال شده به سیستم (یا ورودی به سایر اجزای داخلی یا زیر— سیستمهای سیستم) مقایسه شود به‌طوری که بتوان عمل کنترل مناسبی را به صورت تابعی از خروجی و ورودی تشکیل داد.

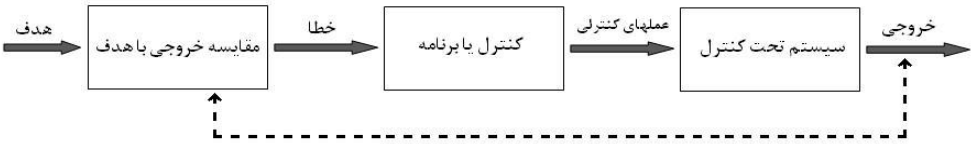
در حالت کلی تر، هنگامی پسخورد در یک سیستم وجود دارد که یک تسلسلی از روابط علت ومعلول ما بین متغییرهای سیستم وجود داشته باشد.

۲.۳.۱ تعریف (کنترل پسخوردی Feedback control)[۲۳]

منظور از کنترل پسخوردی عملی است که طی آن، ضمن حضور سیگنال اخلال گر، سعی در کاهش اختلاف بین خروجی سیستم (یا سایر متغییرهای کنترل شدهٔ سیستم) و ورودی مرجع می شود. انجام این کار بر این اختلاف مبتنی است.

۳.۳.۱ تعریف (سیستم های کنترل پسخوردی Feedback control systems)[۲۳]

سیستمی که برای ایجاد ارتباط مطلوب بین خروجی (یا سایر متغییرهای کنترل شدهٔ سیستم) و ورودی از مقایسه و تفاضل آنها استفاده می کند، سیستم کنترل پسخوردی نامیده می شود.



شکل ۱.۳.۱: کنترل پسخوردی

۴.۱ مدل سیستمهای کنترل یا طرز ارائه

به منظور حل مسئلهٔ یک سیستم کنترل، باید خصوصیات یا توصیف آرایش سیستم و اجزای آن را به شکلی در آورد که قابل تحلیل، طراحی وارزیابی باشد.

سه نوع ارائه (مدل) اجزا و سیستم ها به تفصیل در مطالعه سیستمها به کاربرده شده‌اند:

۱— مدل های ریاضی به فرم معادلات دیفرانسیل، معادلات تفاضلی، و روابط ریاضی، مثلاً تبدیل های لاپلاس و z.

۲— نمودارهای خانه‌ای

۳— نمودارهای مسیر جریان

نمودارهای خانه‌ای و نمودارهای مسیر جریان مربوط به بحث کنترل خطی می باشند. و در منبع [۲۴] با تفصیل بیان شده‌اند.

مدل ریاضی سیستم

در مسائل عملی مهندسی کنترل، قبل از شروع تحلیل سیستم به منظور طراحی سیستم کنترل، در دست داشتن یک مدل دقیق ریاضی از سیستم الزامی است. در واقع اولین قدم در راه طراحی سیستم کنترل برای یک سیستم، مدلسازی آن سیستم توسط بیان مشخصه های آن با معادلات ریاضی است. لذا بدست آوردن مدل ریاضی سیستم که نمایانگر مشخصه های آن است، از اهمیت فوق العاده‌ای برخوردار می باشد. تشکیل مدل های ریاضی معمولاً بر اساس اصول فیزیکی، بیولوژیکی، اجتماعی، یا علوم اطلاعات، بسته به حوزهٔ کاربردی سیستم کنترل، انجام می گیرد و پیچیدگی یک چنین مدل هایی بسیار متغییر است.

چون مدل ریاضی بسیاری از مسائل فیزیکی و مهندسی را به صورت معادلات دیفرانسیل در می آورند، بنابراین معادلات دیفرانسیل که مولود زیبای حساب دیفرانسیل وانتگرال است در تبیین و توصیف پدیده‌های فیزیکی و مهندسی نقشی اساسی دارد. بویژه پدیده های فیزیکی و مهندسی مرتبط با زمان

معمولاً به صورت دستگاههای معادلات دیفرانسیلی، موسوم به سیستمهای دینامیکی، نوشته می‌شوند. در این پایان نامه با سیستمهایی دینامیکی سروکار داریم که می توان آنها را با تعدادی معدودی از معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبهٔ اول به شکل ذیل توصیف کرد:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_p) \\
\dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_p) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f_n(t, x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_p)
\end{aligned}$$

که $\dot{x}_i$ مشتق x_i نسبت به متغییر زمان، t است؛ u_1، u_2، $\cdots$، u_p نیز متغییرهای ورودی مشخصی هستند. متغییرهای x_1، x_2، $\cdots$، x_n متغییرهای حالت نامیده می‌شوند، این متغییرها بیانگر حافظه سیستم دینامیکی نسبت به گذشته‌اش است. عموماً از نمادهای برداری برای نوشتن معادلات پیشگفته به شکل بسته استفاده می شود؛ در این صورت با تعریف:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \qquad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{pmatrix}, \qquad f(t,x,u) = \begin{pmatrix} f_1(t,x,u) \\ f_2(t,x,u) \\ \vdots \\ f_n(t,x,u) \end{pmatrix}$$

و با باز نویسی n معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ اول عددی به صورت یک معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ اول برداری n بعدی خواهیم داشت:

$$\dot{x} = f(t, x, u) \qquad (۱.۴.۱)$$

رابطهٔ (۱.۴.۱) را معادلهٔ حالت، x را حالت و u را ورودی می نامیم. گاهی به همراه معادلهٔ (۱.۴.۱) معادلهٔ دیگری به شکل زیر به کار گرفته می‌شود:

$$y = h(t, x, u) \qquad (۲.۴.۱)$$

این معادله بیانگر بردار خروجی q بعدی است که شامل متغییرهایی است که در تحلیل سیستم دینامیکی به بررسی آن متغییرها علاقه‌مندیم؛ مانند متغییرهایی که می توان آنها را به طور فیزیکی اندازه گیری کرد و یا متغییرهایی که لازم است رفتار خاصی را از خود نشان دهند؛ معادلهٔ (۲.۴.۱) را معادلهٔ خروجی و مجموعه معادلات (۱.۴.۱) و (۲.۴.۱) را مدل فضای حالت ویا به طور خلاصه مدل حالت می نامند.

در بسیاری از موارد معادله بدون حضور صریح ورودی، u، به شکل زیر بیان می شود:

$$\dot{x} = f(t, x) \qquad (۳.۴.۱)$$

چنین حالتی، موسوم به معادلهٔ حالت بدون ورودی است. مواجهه با معادلهٔ حالت بدون ورودی، لزوماً به این معنی نیست که ورودی سیستم، صفر است بلکه ممکن است بدین معنی باشد که ورودی به شکل تابع معلومی از زمان (یعنی $u = \gamma(t)$)، تابع معلومی از حالت (یعنی $u = \gamma(x)$)، و یا تابع معلومی از هر دو (یعنی $u = \gamma(t, x)$) است. با جایگزینی $u = \gamma$ در رابطهٔ (۱.۴.۱)، u حذف و معادلهٔ حالت بدون ورودی حاصل می شود.

۱.۴.۱ تعریف (سیستم $MIMO$ [۱] و سیستم $SISO$ [۲])[۲۵]

سیستم چند متغییره سیستمی است با بیش از یک ورودی (MI)، بیش از یک خروجی (MO)، یا هر دو (چند ورودی —چندخروجی، $MIMO$).

سیستم یک متغییره سیستمی است با یک ورودی (SI)، با یک خروجی (SO)، یا هر دو (یک ورودی —یک خروجی، $SISO$).

---

۱ Multi-input Multi-Output

۲ Single-input Single-Output

سیستم های غیرخطی و خطی

یک سیستم دینامیکی غیرخطی را می توان معمولاً با یک دسته معادلات دیفرانسیل غیرخطی به شکل زیر نشان داد

$$\dot{x} = f(t, x, u) \qquad (۴.۴.۱)$$

که در آن f تابع برداری غیرخطی $n \times ۱$ و x بردار حالت $n \times ۱$ است. مقدار مشخص بردار حالت را یک نقطه نیز می نامند، زیرا مشابه یک نقطه در فضای حالت است. تعداد حالتها (n) را مرتبهٔ سیستم می نامند. جواب $x(t)$ از معادلهٔ (۴.۴.۱) به عنوان یک مسیر حالت و یا یک مسیر سیستم می باشد.
سیستمهای خطی، دسته خاصی از سیستمهای غیرخطی است. دینامیک سیستمهای خطی به شکل زیر است:

$$\dot{x} = A(t)X$$

که در آن $A(t)$ یک ماتریس $n \times n$ است.
سیستمهای خطی، بر حسب اینکه ماتریس سیستم A با زمان تغییر کند یا نکند، به سیستم های متغییر با زمان ویا نا متغییر با زمان دسته بندی می شوند. در زمینهٔ عمومی تر، در سیستم های غیرخطی، این صفات به طور معمول توسط واژه های خودگردان و ناخودگردان جایگزین می شوند.

۲.۴.۱ تعریف (سیستم خودگردان Autonomus system)

سیستم غیرخطی (۴.۴.۱) خودگردان گفته می شود اگر f صریحاً به زمان بستگی نداشته باشد، یعنی، اگر بتوان معادلهٔ حالت سیستم را به شکل زیر نوشت

$$\dot{x} = f(x)$$