بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)

گروه ریاضی

عنوان پایان‌نامه :

مسأله جریان ماکزیمم در شبکه‌های تولید پویا با کران‌های متغیر وابسته به زمان

بهروز اکبرنژاد

استاد راهنما :

دکتر غلامحسن شیردل

استاد مشاور :

دکتر خدیجه احمدی آملی

شهریور ۱۳۹۱

دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم پایه

مرکز تهران شرق

پایان‌نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)

گروه ریاضی

عنوان پایان‌نامه :

مسأله جریان ماکزیمم در شبکه‌های تولید پویا با کران‌های متغیر وابسته به زمان

بهروز اکبرنژاد

استاد راهنما :

دکتر غلامحسن شیردل

استاد مشاور :

دکتر خدیجه احمدی آملی

شهریور ۱۳۹۱

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه پیام نور می باشد .

شهریور ۱۳۹۱

شماره: .....
تاریخ: .....
پیوست: .....

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم تحقیقات و فناوری

مرکز تهران شرق

دانشگاه پیام نور
دانشگاه پیام نور استان تهران
اللهم عجل لولیک الفرج و العافیة و النصر

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع ازپایان نامه کارشناسی ارشد آقای بهروز اکبرنژاد
دانشجوی رشته ریاضی کاربردی(تحقیق در عملیات) به شماره دانشجویی: ۸۸۰۲۷۰۵۶۳

تحت عنوان:

مساله جریان ماکزیمم در شبکه های تولید پویا با کران های متغیر وابسته به زمان

جلسه دفاع با حضور داوران نامبرده ذیل در روزچهارشنبه مورخ: ۹۱/۰۶/۲۹ساعت : ۱۰-۹ درمحل تهران شرق برگزار شد. و پس از بررسی پایان‌نامه مذکور با نمره به عدد.....۱۷٫۳۰..... به حروف .....هفده و سی صدم..... و با درجه ارزشیابی.....بسیار خوب.....مورد قبول واقع شد ☑ نشد ☐

ردیف	نام و نام خانوادگی	هیات داوران	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه/ موسسه	امضاء
۱	دکترغلامحسن شیرنل	استاد راهنما	استادیار	دانشگاه قم	
۲	دکترخدیجه احمدی آملی	استاد مشاور	استادیار	پیام نور	
۳	دکترنظام الدین مهدوی امیری	استاد داور	استاد	دانشگاه صنعتی شریف	
۴	دکتر مسعود خلیلی	نماینده علمی گروه / نماینده تحصیلات تکمیلی	استادیار	پیام نور	

تهران ، خیابان کریمخان زند ،خیابان استاد نجات الهی ، خیابان شهید فلاح پور ، پلاک ۲۷ مرکز تهران شرق
تلفن : ۸۸۹۱۳۴۷۵
دورنگار: ۸۸۹۴۸۹۸۴
Tshargh.Tpnu.ac.ir
Tshargh@Tpnu.ac.ir

اینجانب بهروز اکبرنژاد دانشجوی ورودی مهر سال ۱۳۸۸ مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گواهی می‌نمایم چنانچه در پایان‌نامه خود از فکر، ایده و نوشته دیگری بهره گرفته‌ام با نقل قول مستقیم یا غیر مستقیم منبع و مأخذ آن را نیز در جای مناسب ذکر کرده‌ام. بدیهی است مسئولیت تمامی مطالبی که نقل قول دیگران نباشد بر عهده خویش می دانم و جوابگوی آن خواهم بود.

بهروز اکبرنژاد

امضاء

اینجانب بهروز اکبرنژاد دانشجوی ورودی مهر سال ۱۳۸۸ مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گواهی می‌نمایم چنانچه براساس مطالب پایان نامه خود اقدام به انتشار پایان‌نامه، کتاب، و ... نمایم ضمن مطلع نمودن استاد راهنما، با نظر ایشان نسبت به نشر پایان‌نامه، کتاب، و ... و به صورت مشترک و با ذکر نام استاد راهنما مبادرت نمایم.

بهروز اکبرنژاد

امضاء

به یاد پدر

تقدیم به :

همسر و هم کلاسی عزیزم خانم زهرا علیزاده که در تمامی مراحل این تحقیق، نقش بسیار مؤثری داشته و نیز فرزندان دلبندمان پوریا و پرنیا که در ایام تحصیل و تکمیل پایان نامه، سختی فراوانی را متحمل شده و با حضور شادی بخششان، تمام انگیزه ما برای طی این مسیر بوده اند.

با سپاسگزاری از :

استاد محترم جناب آقای دکتر غلامحسن شیردل که در کلیه مراحل تحقیق، تدوین و تنظیم این پایان‌نامه، از راهنمایی‌های بیدریغ‌شان بهره‌مند بوده‌ام و نیز با دقت نظر بسیار فراوان در تصحیح نهایی پایان‌نامه، نقش بسزایی ایفا نموده‌اند.

چکیده :

در این پایان‌نامه، رده‌ای از جریان‌های شبکه به نام جریان‌های شبکه مولد پویا مورد بحث قرار می‌گیرد که در آن، جریان بدست آمده به صورت پویا در یک گره منبع تولید می‌شود و به طور پویا به یک گره مقصد می‌رسد، محدودیت‌های کمان- جریان، پارامترهای ظرفیت کمانی، هزینه‌های انتقال و عرضه/ تقاضای گره‌ها همگی توابعی از زمان هستند. چون در این نوع از شبکه‌های جریان، عرضه‌ها، با زمان تولید می‌شوند و جریان نیز به طور پویا با زمان جذب می‌شود، این رده از شبکه‌های جریان را شبکه جریان‌های مولد پویا می‌نامند.

این پایان‌نامه به چگونگی مدل سازی، تحلیل و حل مسایل ماکسیمم جریان پویا (MDF) روی شبکه مولد پویای $G = (V, A, T)$ با مجموعه گره‌های V، مجموعه کمان‌های A و افق زمانی صحیح T می‌پردازد. به علاوه، الگوریتم‌هایی برای مسایل مطرح شده در چند حالت خاص بررسی می‌گردند و همچنین نشان داده خواهد شد که می‌توان مسایل MDF را به صورت یک مسأله‌ی مینیمم هزینه ایستا فرمول‌بندی کرد.

واژه های کلیدی :

شبکه‌های جریان، مسأله ماکسیمم جریان پویا، شبکه توسعه یافته زمانی

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها ..... ی

پیش‌گفتار ۱

فصل اول : مختصری از نظریه گراف ۳

۱-۱ مقدمه ۳

۱-۲ تعاریف ۳

فصل دوم : شبکه جریان‌های ایستا (کلاسیک) ٦

۲-۱ مقدمه ٦

۲-۲ شبکه جریان ایستا ۷

۲-۳ جریان شدنی ایستا ۸

۲-٤ برش ۸

۲-۵ ظرفیت برش ۹

۲-٦ شبکه جریان ایستای شدنی ۹

۲-۷ شبکه باقیمانده‌ی متناظر با جریان ایستا ۱۰

۲-۸ مسأله‌ی مینیمم هزینه جریان ۱۱

۲-۹ مسأله‌ی ماکزیمم جریان روی شبکه‌های ایستا ۱۲

فصل سوم : شبکه جریان‌های پویا ۱۳

۳-۱ مقدمه ۱۳

۳-۲ شبکه جریان پویا ۱٦

۳-۳ شرح مسأله و فرمول‌بندی ۱۶
اساس مدل‌های جریان شبکه پویا ۱۹
۳-٤ افق زمانی ۱۹
۳-۵ بار، جریان و خروجی ۲۱
۳-٦ یک مثال ۲۳
۳-۷ ذخیره‌سازی در گره‌ها ۲٦
۳-۸ فرمول‌بندی‌ها ۲۷
۳-۹ مسایل جریان ۲۹
۳-۱۰ ماکزیمم جریان ۲۹
۳-۱۱ سریع‌ترین جریان ۲۹
۳-۱۲ تکنیک‌ها ۳۰
فصل چهارم : شبکه جریان‌های مولد پویا و مسأله‌ی ماکزیمم جریان ۳۲
٤-۱ مقدمه ۳۲
٤-۲ تعاریف و مقدمات ۳٤
قاعده‌ی حذف کمترین کران در زمان‌های مختلف ۳٦
٤-۳ مسأله‌ی ماکزیمم جریان پویا در $\boldsymbol{DGNF}$ ۳۸
مدل زمان پیوسته ۳۸
مدل زمان‌گسسته ٤۰
قیود مسأله ٤۲
برخی نکات در دوگان (دوگان پویا) ٤۵

شبکه پویای باقیمانده ٤٦
٤-٤ یک روش برای حل مسأله ماکزیمم جریان در $DGNF$ ٤٨
٤-٥ فرمول مسیر مسأله MDF ٥٧
٤-٦ روشی راهگشا برای حل مسأله بدون استفاده از ظرفیت افقی ٦٠
کاربرد روش فاز دوم برای شروع الگوریتم سیمپلکس شبکه ٦٢
نتیجه‌ی پژوهش ٦٤
فهرست مراجع ٦٥
چکیده انگلیسی ٦٧

فهرست شکل‌ها

۱-۱ مسیر ٤

۱-۲ زنجیر ٤

۱-۳ مدار ٥

۱-٤ حلقه ٥

۲-۱ یک شبکه جریان ۷

۳-۱ مثالی از جریان‌های پویا ۲۳

۳-۲ جریان پویا در دوره‌های ۱ تا ٥ ..... ۲٤

۳-۳ شبکه توسعه یافته زمانی ۳۰

٤-۱ یک جریان شبکه مولد پویا G ٥۱

٤-۲ شبکه توسعه یافته زمانی G^T ٥۱

٤-۳ شبکه توسعه یافته زمانی G^T ٦۳

پیش‌گفتار

در شبکه جریان‌های ایستا (کلاسیک) بُعد زمان که عامل بسیار مهمی برای مدل‌سازی مسایل واقعی است، در نظر گرفته نمی‌شود و زمان انتقال جریان روی هر کمان، صفر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، انتقال جریان روی هر کمان آنی است، یا بُعد زمان در مدل‌سازی اهمیتی ندارد. علاوه بر این‌ها، فرض می‌شود که داده‌های مسأله ثابت و مستقل از زمان هستند. اما اغلب مسایل بهینه‌سازی نشأت گرفته از سیستم‌های واقعی مانند کنترل ترافیک، شبکه انتقال سیالات، شبکه‌های مخابراتی، شبکه‌های انتقال انرژی، سیستم‌های پالایش و توزیع نفت به شبکه جریان‌های پویا منجر می‌شوند.

به طور کلی، شبکه جریان‌های پویا در مقایسه با شبکه جریان‌های ایستا، تفاوت‌های زیر را دارند:

۱- جریان ورودی به هر کمان تابعی از زمان است که به آن جریان پویا می‌گوییم.

۲- متناظر با هر کمان، علاوه بر ظرفیت و هزینه، پارامتر دیگری به نام "زمان انتقال" وجود دارد که مدت زمان لازم برای انتقال جریان روی کمان را نشان می‌دهد.

در دهه ۱۹۶۰ م، آقایان فورد و فولکرسون با در نظر گرفتن بُعد زمان و نسبت دادن این پارامتر به هر کمان به عنوان مدت زمان مورد نیاز برای انتقال جریان از روی کمان، مفهوم شبکه جریان‌های پویا را مطرح کردند. از آن زمان تاکنون، پژوهشگران زیادی در معرفی مدل‌های مختلف شبکه جریان‌های پویا، کاربردها و روش‌های حل آنها فعالیت داشته‌اند.

با این وجود، به موضوع تغییر پارامترهای شبکه مانند ظرفیت کمان‌ها، هزینه‌های انتقال، ذخیره‌سازی جریان، عرضه و تقاضای جریان در گره‌ها به صورت تابعی از زمان در ادبیات موضوعی این شبکه‌ها به طور مفصل پرداخته نشده است. از طرفی، لازم به ذکر است که کلمه پویا در مباحث الگوریتمی معمولاً در مواردی استفاده می‌شود که داده‌های مسأله تابعی از زمان باشند و هدف، تغییر سریع جواب حاضر با توجه به تغییر در داده‌های ورودی است. اما در مسایل شبکه جریان‌های پویا، داده‌های مسأله از اول مشخص و عمدتاً مستقل از زمان هستند و هدف، پیدا کردن یک جواب بهینه است که تابعی از زمان باشد. از این‌رو، عبارت جریان روی زمان به جای عبارت جریان پویا برای چنین شبکه جریان‌هایی مناسب‌تر به نظر می‌رسد، آن چنان که در بسیاری از منابع در رابطه با این نوع شبکه‌ها دیده می‌شود.

در این پایان‌نامه، شبکه جریان‌های پویا به مفهوم واقعی را که در بسیاری از مسایل کاربردی، نظیر سیستم‌های الکترونیکی و توزیع برق، سیستم‌های پالایش و توزیع نفت، سیستم‌های انتقال دیتا و انرژی کاربرد دارند، معرفی و مدل‌سازی می‌کنیم و مهمترین مباحث نظری شبکه‌های جریان یعنی ماکزیمم جریان (بیشینه‌سازی) را روی چنین شبکه‌هایی به طور مفصل بررسی می‌کنیم.

خط مشی اصلی این پایان‌نامه پاسخ به سوال زیر است:

چگونگی و نحوه تخصیص منابع، وقتی جریان در یک شبکه مفروض، به طور پویا و وابسته به زمان تولید و مصرف شود به صورتی که هدف خاصی را در طی یک دوره زمانی پیش‌بینی شده برآورده سازد.

فصل اول : مختصری از نظریه گراف

۱–۱ مقدمه

در این فصل بعضی از تعاریف و اصطلاحات اساسی از نظریه گراف بیان می‌شوند.

در حالت کلی، گراف G یک سه تایی مرتب $(V(G), A(G), \psi_G)$، متشکل از مجموعه ناتهی $V(G)$ به نام مجموعه‌ی رأسها، مجموعه $A(G)$ به نام مجموعه‌ی کمان‌های مجزا متشکل از جفت‌ها از $V(G)$، و تابع وقوع ψ_G است که با هر کمان در G ، یک جفت نامرتب (نه لزوماً مجزا) از رأسهای G را دربر دارد. اگر e یک کمان و u و v دو رأس باشند، به طوری که $\psi_G(e) = (u, v)$ ، آنگاه می‌گویند e با دو گره u و v هم وقوع بوده و دو گره u و v با هم همجوار هستند.

این‌جا، همه‌ی گرافهایی که بررسی می‌شوند، جهت‌دار هستند.

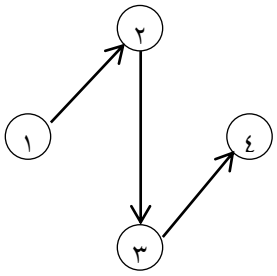
۱–۲ تعاریف

گراف سره: گراف G را سره[۱] گویند، هرگاه $|V| \geq ۲$ و $|A| \geq ۱$.

مسیر[۱]: یک رشته از کمان‌ها به صورت $(i_{۰}, i_{۱}), (i_{۱}, i_{۲}), \ldots, (i_{p-۱}, i_p)$ را که در آنها ابتدای هر کمان میانی، رأس انتهای کمان پیشین است و همه‌ی رئوس $i_{۰}, i_{۱}, \ldots, i_p$ متمایز هستند، یک مسیر از $i_{۰}$ به i_p گویند (شکل ۱–۱).

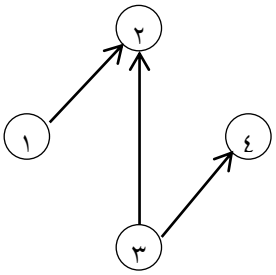
---

[۱] proper



شکل ١-١ مسیر

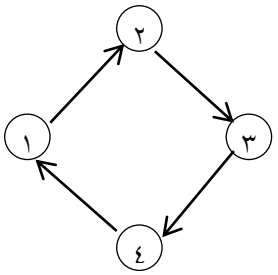
زنجیر[٢] : فرض کنید بدون در نظر گرفتن جهت یالها، P مسیری بین x و y در گراف G باشد. اگر یالهای P را جهتدار نماییم، آنگاه P یک زنجیر بین x و y است. ولی اگر جهت همه یالها در P از سمت گره x به سمت y باشد، آنگاه P مسیری از x به y است (شکل ٢-١).



شکل ١-٢ زنجیر

دور[١] : یک مسیر از i_0 به i_p علاوه بر این یک کمان از i_p به i_0 را یک دور گویند. بنابراین یک دور، یک مسیر بسته است (شکل ٣-١).

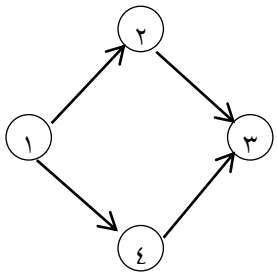
[١] path
[٢] chain



شکل ۱-۳ مدار

حلقه[۲] : یک زنجیر بسته را حلقه یا دور گویند.

با تعاریف بالا ، واضح است که هر مسیر یک زنجیر و هر دور یک حلقه است (شکل ٤-۱).



شکل ۱-٤ حلقه

[۱] cirecuit

[۲] cycly

فصل دوم : شبکه جریان‌های ایستا (کلاسیک)

۲–۱ مقدمه

با توجه به این که شبکه جریان‌های مولد پویا[۱] تعمیمی از شبکه جریان‌های ایستا[۲] است، در این فصل بررسی مختصری از تعاریف و قضایای شبکه جریان‌های ایستا خواهیم داشت.

امروزه در زندگی روزمره با نمونه‌های فراوانی از شبکه‌های جریان مانند شبکه الکتریسیته، شبکه حمل و نقل شهری، شبکه ارتباطات و مخابرات، شبکه ریلی و غیره مواجه هستیم. یک شبکه شامل گره‌ها و کمان‌هاست که در آن به هر کمان و هر گره عددی نسبت داده می‌شود. هر گره می‌تواند بیانگر یک واحد تولیدی، کامپیوتر، کارخانه، سازمان، ایستگاه قطار یا فروشگاه و غیره باشد و هر کمان یک جفت از گره‌ها را به هم وصل می‌کند، مانند خطوط انتقال نفت یا گاز، خطوط ریلی، خیابان‌ها و جاده‌ها، کابل‌ها، خطوط انتقال انرژی یا داده و غیره.

مسایل ماکزیمم و مینیمم هزینه جریان از جمله مهمترین مسایل مطرح در نظریه شبکه‌های جریان هستند که الگوریتم‌های مختلفی با قابلیت‌های متفاوت برای حل آنها ارایه شده‌اند.

---

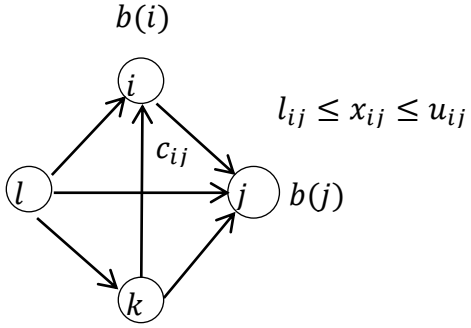
[۱] Dynamic Generative

[۲] Static Network Flows

۲-۲ شبکه جریان ایستا

فرض کنید $G = (V, A)$ یک گراف جهتدار[۱] با مجموعه رئوس V و مجموعه کمان‌های A باشد. این گراف را یک شبکه جریان گویند اگر به هر گره $i \in V$ عددی مانند $b(i)$ به عنوان عدد گره‌ای نسبت داده شود و هر کمان $(i,j) \in A$ دارای جریان x_{ij}، ظرفیت[۲] (ماکزیمم مقدار جریان) u_{ij}، کران پایین[۳] (مینیمم مقدار جریان) l_{ij} و هزینه[۴] انتقال c_{ij} باشد. گره $s \in V$ به عنوان گره مبدأ و گره $t \in V$ به عنوان گره مقصد معرفی می‌شوند. در یک شبکه جریان گره‌ها به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند. اگر $b(i) < ۰$، آنگاه گره i را یک گره تقاضا[۵]، اگر $b(i) > ۰$، آنگاه گره i را یک گره عرضه[۶] و اگر $b(i) = ۰$، آنگاه گره i را یک گره میانی[۷] گویند.

شکل ۲-۱، یک شبکه جریان را نمایش می‌دهد.



شکل ۲-۱: یک شبکه جریان

---

۱ Directed Graph
۲ Capacity
۳ Lower Bound
۴ Cost
۵ Demand Node
۶ Supply Node
۷ Intermediate Node