

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



دانشگاه علم و فرهنگ

دانشکده تحصیلات تکمیلی

پایان نامه برای دریافت درجه

کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران-سازه

عنوان:

حل تحلیلی محیط نیمه بی نهایت ایزوتروپ جانبی به
پیچش وارد بر جداره حفره با طول محدود

استاد راهنما: دکتر مرتضی اسکندری قادی

نگارش: محمدرضا محمودیان

تقدیم به

افسوس که فرصت نشد ...

نوشته حاضر را تقدیم می‌کنم به پدری بزرگوار و استادی فرزانه که از کودکی همیشه همراه من بودند،

تقدیم به استاد گرانقدر زنده یاد جناب آقای دکتر پرویز وزیری فراهانی.

چکیده

در این پایان‌نامه یک محیط نیمه بی‌نهایت با رفتار ایزوتروپ جانبی که محور ایزوتروپی آن عمود بر سطح آزاد بوده و حفره‌ای استوانه‌ای با طول محدود با امتداد موازی محور ایزوتروپی محیط در آن ایجاد شده، در نظر گرفته می‌شود و پاسخ تحلیلی آن به پیچش هارمونیک معلوم موثر بر روی دیواره این استوانه و حول محور استوانه بررسی می‌شود. بدین منظور معادلات حرکت حاکم بر مسأله در دستگاه مختصات استوانه‌ای نوشته می‌شود. با تقسیم محیط به دو ناحیه و نوشتن معادلات حرکت برای هر ناحیه به صورت مجزا و برقراری شرایط پیوستگی و مرزی پاسخ محیط تعیین می‌شود. در روش حل از تبدیل کسینوسی فوریه استفاده شده و لذا جابجایی‌های محیط در فضای تبدیل یافته به دست می‌آیند. به کمک قضیه عکس تبدیل انتگرالی، جابجایی‌ها در فضای اصلی مسأله حاصل می‌شود. بدین ترتیب برقراری شرایط مرزی و پیوستگی، منجر به یک معادله انتگرالی موسوم به معادله انتگرالی تعمیم یافته کوشی می‌شود. انتگرال موجود در معادله را با روش عددی گوس-ژاکوبی برآورد کرده و با استفاده از روش تجمع محلی، معادله انتگرالی حاکم را به سیستم دستگاه n معادله n مجهول، جهت بدست آوردن مجهول معادله، تبدیل می‌کنیم. با حل این معادله انتگرالی، توابع تنش و تغییر مکان در هر نقطه از محیط به دست می‌آیند. انتگرال‌های یک بعدی نیمه متناهی شامل توابع بسط اصلاح شده بوجود آمده در معادلات مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج مطالعه حاضر با جواب ارائه شده در [Pak and Abedzadeh, 1992] مقایسه شده است. سینگولاریتی بوجود آمده در پاسخ به علت بارگذاری و همچنین هندسه مسأله مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور نشان دادن تاثیر فرکانس تحریک و میزان نایزوتروپی مصالح بر پاسخ، نتایج عددی مختلف به صورت نمودارهایی،

برای مولفه‌های تغییر مکان و تنش ارائه می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که نوع سینگلاریتی ناشی از هر دو مورد بارگذاری و هندسه شبیه حالت استاتیکی می‌باشد. به علاوه میزان نایزوتروپی بر نتایج تاثیر داشته و مدل سازی محیط ایزوتروپ جانبی با محیط ایزوتروپ به نتایج اشتباه می‌انجامد.

کلمات کلیدی: پیچش، تبدیل کسینوسی فوریه، معادله انتگرالی تکین، ایزوتروپ جانبی، نیمه بی-نهایت.

تشکر و قدردانی

با تشکر و سپاس فراوان از مادر و پدرم که همواره مشوق و پشتیبان من در طول زندگی ام بوده‌اند.

از همراهی و راهنمایی‌های استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر مرتضی اسکندری قادی، که در کنار علم، اخلاق را نیز به من آموختند، کمال سپاس و تشکر را دارم.

از جناب آقای دکتر محمد رحیمیان و جناب آقای دکتر علی نیکخو اعضای محترم هیات داوران که در جلسه دفاع حضور یافته و اینجانب را از نظرات ارزشمند خویش بهره‌مند ساختند، سپاسگزارم.

فهرست مطالب

عنوان صفحه
مقدمه ۱

تاریخچه مسأله ۱

فصل اول : معادلات حاکم

۱-۱- مقدمه ۱۱

۱-۲- معرفی مسأله ۱۱

۱-۳- معادلات حاکم ۱۲

۱-۳-۱- روابط کرنش - تغییر مکان ۱۲

۱-۳-۲- تنش - کرنش (معادلات رفتاری) ۱۳

۱-۳-۳- معادلات حرکت ۱۵

۱-۴- حل معادله حاکم بر مسأله ۱۶

فصل دوم : حل عددی معادله انتگرالی حاکم

۱-۲- مقدمه ۳۰

۱-۲-۲- بررسی رفتار نقاط تکین معادله انتگرالی حاکم ۳۰

۱-۲-۳- حل عددی معادله انتگرالی ۳۲

فصل سوم : میزان جابجایی و تنش بر روی جداره حفره

۱-۳- مقدمه ۳۷

۱-۳-۲- برآورد عددی جابجایی بر روی جداره حفره ۳۷

۱-۳-۳- برآورد عددی تنش برشی بر روی جداره حفره ۳۹

فصل چهارم : نتایج و بررسی آنها

۴-۱- مقدمه ۴۱

۴-۲- کنترل درستی تحلیل ها ۴۱

۴-۳- نتایج به دست آمده در حالات مختلف ۴۵

فصل پنجم : نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

۵-۱- نتیجه گیری ۵۶

۵-۲- پیشنهادهایی برای ادامه کار ۵۷

- فهرست منابع و مراجع ۵۹

- پیوست ۶۶

پ-۱- چند جمله‌ایهای ژاکوبی ۶۶

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل ۱: هندسه مسأله پارنرز در سال ۱۹۸۰، حفره استوانه‌ای با طول بی‌نهایت و شعاع a تحت اثر تنش برشی متحرک با سرعت ثابت v	۲
شکل ۲: هندسه مسأله راجاپاکس در سال ۱۹۸۸، نیم فضای ایزوتروپ جانبی و میله استوانه‌ای با طول h و شعاع a	۵
شکل ۳: هندسه مسأله پک و عابدزاده در سال ۱۹۹۳، نیم فضای ایزوتروپ همراه با دیسک صلب در عمق s	۶
شکل ۱-۱: نیم فضای ایزوتروپ جانبی و حفره استوانه‌ای با طول l و شعاع a تحت اثر تنش برشی هارمونیک و معلوم $\tau_0(z)e^{i\omega t}$	۱۲
شکل ۲-۱: فلوچارت استفاده از تبدیل انتگرالی.....	۱۸
شکل ۳-۱: تابع بسط اصلاح شده نوع اول مرتبه یک.....	۲۰
شکل ۴-۱: تابع بسط اصلاح شده نوع دوم مرتبه یک.....	۲۰
شکل ۵-۱: مسیرهای انتگرالگیری محیطی C_1 و C_2	۲۶
شکل ۱-۴: تنش برشی هارمونیک $a\delta(z-s)e^{i\omega t}$ در عمق s	۴۲
شکل ۲-۴: تغییر مکان دیواره حفره در مصالح ایزوتروپ ($\hat{l}=2.0, \hat{s}=0.5$).....	۴۳
شکل ۳-۴: تغییر مکان دیواره حفره در مصالح ایزوتروپ ($\hat{l}=2.0, \hat{s}=1$).....	۴۴
شکل ۴-۴: تغییر مکان دیواره حفره در مصالح ایزوتروپ ($\hat{l}=2.0, \hat{s}=1.5$).....	۴۴
شکل ۵-۴: تغییر مکان دیواره حفره در مصالح مختلف ($\hat{s}=0.5$).....	۴۵
شکل ۶-۴: تغییر مکان دیواره حفره در مصالح مختلف ($\hat{s}=1.0$).....	۴۶

- شکل ۷-۴: تغییر مکان دیواره حفره در مصالح مختلف ($\hat{s}=1.5$) ۴۶
- شکل ۸-۴: تنش برشی روی دیواره حفره در مصالح مختلف ($\hat{s}=0.5$) ۴۷
- شکل ۹-۴: تنش برشی روی دیواره حفره در مصالح مختلف ($\hat{s}=1.0$) ۴۷
- شکل ۱۰-۴: تنش برشی روی دیواره حفره در مصالح مختلف ($\hat{s}=1.5$) ۴۸
- شکل ۱۱-۴: تغییر مکان دیواره حفره در فرکانس‌های مختلف ($\hat{s}=1.0, \alpha=0.5$) ۴۹
- شکل ۱۲-۴: تغییر مکان دیواره حفره در فرکانس‌های مختلف ($\hat{s}=1.0, \alpha=1.0$) ۴۹
- شکل ۱۳-۴: تغییر مکان دیواره حفره در فرکانس‌های مختلف ($\hat{s}=1.0, \alpha=4.0$) ۵۰
- شکل ۱۴-۴: تنش برشی روی دیواره حفره در فرکانس‌های مختلف ($\hat{s}=1.0, \alpha=0.5$) ۵۰
- شکل ۱۵-۴: تنش برشی روی دیواره حفره در فرکانس‌های مختلف ($\hat{s}=1.0, \alpha=1.0$) ۵۱
- شکل ۱۶-۴: تنش برشی روی دیواره حفره در فرکانس‌های مختلف ($\hat{s}=1.0, \alpha=4.0$) ۵۱
- شکل ۱۷-۴: تغییر مکان دیواره حفره بر اثر اعمال نیرو در عمق‌های مختلف ($\omega_0=1.0, \alpha=2.0$) ۵۲
- شکل ۱۸-۴: تغییر مکان دیواره حفره بر اثر اعمال نیرو در عمق‌های مختلف ($\omega_0=2.0, \alpha=2.0$) ۵۲
- شکل ۱۹-۴: تغییر مکان دیواره حفره بر اثر اعمال نیرو در عمق‌های مختلف ($\omega_0=3.0, \alpha=2.0$) ۵۳
- شکل ۲۰-۴: تنش برشی روی دیواره حفره بر اثر اعمال نیرو در عمق‌های مختلف
 ($\omega_0=1.0, \alpha=2.0$) ۵۴
- شکل ۲۱-۴: تنش برشی روی دیواره حفره بر اثر اعمال نیرو در عمق‌های مختلف
 ($\omega_0=2.0, \alpha=2.0$) ۵۴

شکل ۴-۲۲: تنش برشی روی دیواره حفره بر اثر اعمال نیرو در عمق‌های مختلف

۵۵ ($\omega_0 = 3.0, \alpha = 2.0$)

مقدمه

تاریخچه مسأله

مسأله تحلیل پاسخ یک محیط الاستیک به اعمال تنش بر روی جدار حفره‌ای در داخل آن مورد توجه محققین و مهندسين سازه و مکانیک کاربردی بوده است. اولین بار در سال ۱۹۴۱، وسترگارد^۱ پاسخ استاتیکی محیط بی‌نهایت الاستیک، به اعمال فشار شعاعی بر روی طول محدودی از دیواره حفره با طول بی‌نهایت که در یک محیط ایجاد شده بود را مورد مطالعه قرار داد [Westergaard, 1941]. با توجه به محدودیت امکانات محاسباتی، نتایج عددی، محدود به دیواره حفره ارائه گردید. آنالیز سه بعدی حفره استوانه‌ای توسط گرین^۲ و زرنا^۳ در سال ۱۹۴۴ ارائه شد [Green and Zerna, 1944]. مطالعات تکمیلی در مورد محیط‌های بی‌نهایت در سال ۱۹۴۶ توسط ترنتر^۴ انجام شد [Tranter, 1946]. در سال ۱۹۴۹، استرنبرگ^۵ و سادوسکی^۶ حفره‌ای استوانه‌ای در داخل یک ورق با ضخامت دلخواه را مورد بررسی قرار دادند [Sternberg and Sadowsky, 1949]. در سال ۱۹۵۲، سلبرگ^۷ پاسخ دینامیکی محیط الاستیک به اعمال فشار آنی بر سطح داخلی حفره را به دست آورد [Selberg, 1952]. بعدها جردن^۸ در سال ۱۹۶۲ مسأله مشابه را با اعمال فشار دینامیکی خطی بر روی قسمتی از دیواره حفره حل کرد [Jordan, 1962]. از آنجا که این مسأله یک مسأله دشوار به شمار

¹ Westergaard

² Green

³ Zerna

⁴ Tranter

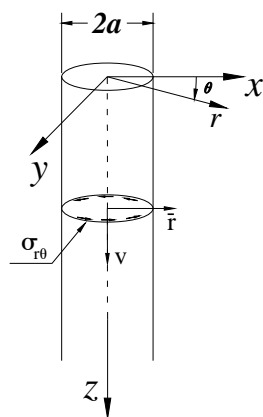
⁵ Sternberg

⁶ Sadowsky

⁷ Selberg

⁸ Jordan

می‌رفت، نتایج برای نقاطی که از محل اعمال نیرو دور بودند ارائه گردید. در سال ۱۹۸۰، پارنز^۱ به مطالعه اعمال پیچش خطی متحرک که به صورت دایره‌ای در امتداد محور داخلی حفره استوانه‌ای، واقع در یک محیط الاستیک بی‌نهایت در حرکت بود (شکل ۱)، پرداخت [Parnes, 1980].



شکل ۱- هندسه مسأله پارنز در سال ۱۹۸۰، حفره استوانه‌ای با طول بی‌نهایت و شعاع a تحت اثر تنش برشی متحرک با سرعت ثابت v

در این مسأله نیروی خطی با سرعت ثابت v در حرکت می‌باشد؛ نتایج عددی برای جابجایی و تنش در داخل محیط برای حالتی که سرعت حرکت نیرو از سرعت موج برشی کمتر باشد ($v < C_s$) و همچنین برای حالت $v > C_s$ ارائه گردیده است. قابل ذکر است که اسنیدون^۲ در سال ۱۹۵۲ و کل^۳ و هاث^۴ در سال ۱۹۵۸، حالت دو بعدی مسأله پارنز را مورد بررسی قرار داده بودند [Sneddon, 1952]; [Cole and Huth, 1958]. پارنز در سال ۱۹۸۲ به بررسی اعمال فشار شعاعی و پیچش خطی، به طور مجزا، بر روی دیواره حفره نامحدود در یک محیط بی‌نهایت الاستیک پرداخت [Parnes, 1982]. نتایج عددی برآورد مولفه‌های تنش و جابجایی در نزدیکی نیرو و در طول حفره ارائه شد. نتایج نشان می‌دهند که با دور شدن از محل اعمال نیرو، تنش و جابجایی کاهش می‌یابد. پارنز در سال ۱۹۸۳ مسأله پیچش خود را در حالت دینامیکی حل و نتایج آنرا با حالت استاتیکی قبلی، مقایسه نمود [Parnes, 1983]. نتایج جابجایی و تنش حاصل از اعمال فشار خطی بر جداره حفره استوانه‌ای به صورت انتگرال‌های بی‌نهایت بیان می‌شوند. با توجه به بررسی‌های انجام شده در نزدیکی اعمال نیروی متمرکز، همگرایی انتگرال‌ها به سرعت کاهش می‌یابد و نقاط تکین^۵ خود را نشان می‌دهند. از این رو نتایج در نقاطی دور از نقاط تکین دارای دقت خوبی می‌باشند. پارنز در سال

¹ Parnes

² Sneddon

³ Cole

⁴ Huth

⁵ singular point

۱۹۸۴ نقاط تکین در نزدیکی اعمال نیرو را تعیین و حل آنها منجر به یک رابطه تحلیلی گشت [Parnes, 1984]. این محقق در سال ۱۹۸۶ پاسخ محیط الاستیک به فشار حلقه‌ای هارمونیک، موثر بر سطح حفره استوانه‌ای با طول بی‌نهایت، را به دست آورد [Parnes, 1986]. با توجه به آنچه تاکنون مورد بررسی قرار گرفت. در اکثر تحقیقات اثر اعمال نیرو بر جداره حفره نامحدود در یک محیط مورد مطالعه قرار گرفته است، از آنجا که در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله حفر فونداسیون-ها، مطالعات ژئوتکنیکی در محل و مدل کردن گسترش تنش وارد بر دیواره حفره، با حفره‌ای با طول محدود سر و کار داریم. مطالعه اثر نیرو بر حفره با طول محدود در کاربردهای مهندسی مهم می‌باشد. این موضوع به دلیل مشکلات ریاضی در تعیین جواب، مورد علاقه محققان ریاضی کاربردی نیز می‌باشد. از این رو پک^۱ و عابدزاده در سال ۱۹۹۲ اثر پیچش بر دیواره حفره‌ای محدود در یک محیط هموزن و ایزوتروپ را مورد بررسی قرار داده، پاسخ محیط را به دست آورده و از آن میزان تنش و جابجایی دیواره حفره را ارائه نموده‌اند [Pak and Abedzadeh, 1992]. جابجایی‌ها و تنش‌های با تقارن محوری در یک محیط ایزوتروپ جانبی که در آن دیواره حفره با طول بی‌نهایت تحت اثر نیروی مماسی و نیروی افقی استاتیکی قرار گرفته است، با استفاده از تبدیل انتگرالی فوریه در سال ۱۹۹۶ توسط راجاپاکس^۲ و گراس^۳ به دست آمد [Rajapakse and Gross, 1996]. همچنین تحقیقات دیگری در زمینه گسترش ترک در محیط‌های بی‌نهایت همراه با حفره استوانه‌ای انجام گرفته است، به طوری که مسأله گسترش تنش به علت ترک بیرونی در یک محیط بی‌نهایت الاستیک و ایزوتروپ همراه با حفره استوانه‌ای هم محور توسط محققینی چند مورد بررسی قرار گرفته است [Srivastava, 1964]، [Srivastava and Narain, 1966]، [Srivastava and Lee, 1972] و [Dhawan, 1976].

دهاوان^۴ در سال ۱۹۷۸ مسأله فوق را برای محیط ایزوتروپ جانبی حل نمود [Dhawan, 1978]. مقالات تحقیقی فوق به بررسی پاسخ محیط بی‌نهایت و نیمه بی‌نهایت همراه با اعمال نیرو به دیواره حفره استوانه‌ای، واقع در درون محیط مربوط بودند. حال برخی از محققین به بررسی پاسخ محیط به اعمال نیرو موثر بر روی یک میله که در داخل محیط قرار دارد، پرداختند. مسأله میله استوانه‌ای محدود که به صورت جزئی در یک محیط قرار گرفته و تحت اثر نیرو قرار دارد در بسیاری از کاربردهای مهندسی، از جمله آنالیز شمع‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سال ۱۹۶۷، فریمن^۵ و کیر^۶

¹ Pak

² Rajapakse

³ Gross

⁴ Dhawan

⁵ Freeman

کیر^۱ استوانه‌ای ارتجاعی به ارتفاع h و شعاع a را که در انتهای پایینی خود به صورت پیوسته به یک محیط نیمه بی‌نهایت ارتجاعی متصل است، در نظر گرفتند [Freeman and Keer, 1967]. در این تحقیق سطح جانبی استوانه و سطح آزاد محیط نیمه بی‌نهایت آزاد از تنش بوده و این مجموعه تحت اثر گشتاور پیچشی موثر بر سر آزاد میله قرار دارد. فرمول‌های تحلیلی برای انتقال این نیروی پیچشی ارائه گردید. موکی^۲ و استرنبرگ انتقال نیروی محوری توسط میله استوانه‌ای نامحدود که در یک محیط الاستیک ایزوتروپ بی‌نهایت احاطه شده بود را مورد بررسی قرار دادند [Muki and Sternberg, 1969]. فریمن و کر همچنین در سال ۱۹۷۰ تحلیل گذشته خود را به یک میله ارتجاعی محدود که به صورت جزئی به یک استوانه ارتجاعی نیمه محدود با شعاع مساوی که به نوبه خود در یک محیط نیمه بی‌نهایت الاستیک قرار گرفته بود، تعمیم دادند [Freeman and Keer, 1970]. در سال ۱۹۷۶، لوکو^۳ یک میله صلب را که در یک لایه ارتجاعی به ضخامت h و مدول μ_1 قرار گرفته، در نظر گرفت. کل مجموعه به یک محیط نیمه بی‌نهایت با مدول μ_2 به طور کامل متصل شده است [قربانی‌تنها، ۱۳۷۹]. اپیرادوراکیج^۴ و کاراسودهی^۵ در سال ۱۹۸۰ حل مسأله موکی و استرنبرگ [Muki and Sternberg, 1970] را برای خمش شبه-استاتیک^۶ میله الاستیک استوانه‌ای و بلند که به صورت جزئی در داخل یک محیط نیمه بی‌نهایت، الاستیک، متخلخل و اشباع قرار گرفته؛ گسترش دادند [Apirathvorakij and Karasudhi, 1980]. کاراسودهی، راجاپاکس و همکارانش در سال ۱۹۸۴، مسأله لوکو را با فرض آنکه میله واقع در محیط بی‌نهایت به جای صلب، ارتجاعی باشد، بررسی کردند [قربانی‌تنها، ۱۳۷۹]. مطالعه پاسخ دینامیکی میله استوانه‌ای الاستیک و بلند که به صورت جزئی در داخل یک محیط نیمه بی‌نهایت، هموزن و الاستیک قرار داشته و تحت اثر نیروی جانبی یا گشتاور خمشی هارمونیک قرار دارد، توسط راجاپاکس و شاه^۷ انجام گرفت [Rajapakse and Shah, 1987]. راجاپاکس در سال ۱۹۸۸ در مقاله خود به مطالعه پیچش متقارن محوری موثر بر میله استوانه‌ای محدود و بلند که به صورت جزئی در داخل یک لایه الاستیک، غیرهمگن و ایزوتروپ جانبی قرار گرفته پرداخته است [Rajapakse, 1988a]. در این بررسی لایه مذکور بر روی یک سطح صلب واقع شده است (شکل ۲).

¹ Keer

² Muki

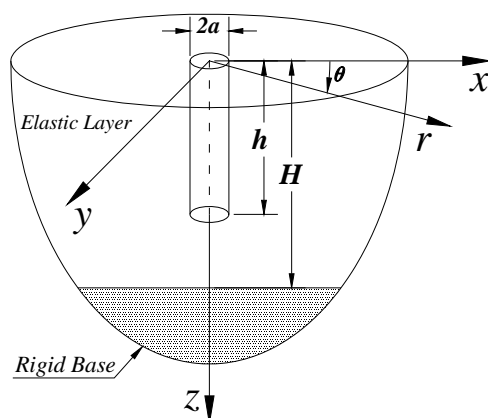
³ Luco

⁴ Apirathvorakij

⁵ Karasudhi

⁶ quasi-static bending

⁷ Shah



شکل ۲- هندسه مسأله راجاپاکس در سال ۱۹۸۸، نیم فضای ایزوتروپ جانبی و میله استوانه‌ای با طول h و شعاع a

نتایج عددی برای نشان دادن تاثیر میزان غیرهمگنی و شدت ناهمسانی محیط آورده شده است. نا-همگنی در تحقیقات ایشان با بیان ضرایب ارتجاعی به صورت تابعی از مکان (r, z) نشان داده شده است. وی همچنین در همان سال با استفاده از روشی بر پایه الگوریتم ترکیبی معادلات انتگرالی و تغییراتی^۱ به حل مسائل انتقال نیروی الاستودینامیک بوسیله میله استوانه‌ای که به صورت جزئی در داخل یک محیط نیمه بی‌نهایت، هموزن و ایزوتروپ قرار گرفته است، پرداخت [Rajapakse, 1988b].

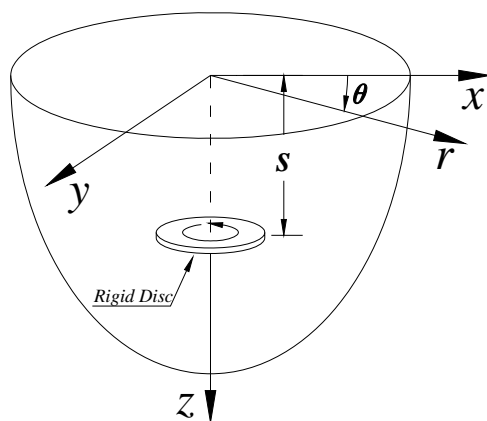
برخی مقالات تحقیقی در زمینه اندرکنش سازه و محیط نیز به مطالعه پاسخ یک محیط به اعمال نیروی موثر بر دیسک صلب می‌پردازد به طوری که دیسک در داخل محیط یا روی آن قرار گرفته است. این آنالیز در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله اندرکنش خاک و سازه، طراحی فونداسیون‌ها و همچنین در مسائل تمرکز تنش و مکانیک شکست مصالح کامپوزیت مورد استفاده قرار می‌گیرد. مسأله اعمال پیچش نوسانی بر روی یک دیسک صلب که در یک محیط الاستیک قرار دارد مورد توجه محققین علم مکانیک کاربردی می‌باشد. این مطالعه می‌تواند در مورد رفتار پی زیر ساختمانهای خاص که از لحاظ جرم و یا سختی دارای عدم تقارن هستند و ممکن است در اثر زلزله تحت پیچش قرار گیرند یا سازه‌هایی که مود پیچشی در آنها حاکم می‌شود، به کار رود. همچنین در مورد طراحی پی ماشین آلات که نیروهای دینامیکی بر پی خود وارد می‌کنند نیز می‌تواند مورد استفاده واقع شود [قربانی‌تنها، ۱۳۷۹]. بوسینسک^۲ در سال ۱۸۸۵ مسأله را در حالتی که دیسک بر روی سطح قرار گرفته بود، بررسی کرد. رایسنر^۳ در سال ۱۹۳۶ به کمک تئوری انتشار امواج، مسأله

^۱ coupled variation-boundary integral equation algorithm

^۲ Boussinesq

^۳ Reissner

دیسک صلب تحت اثر بار دینامیکی قائم واقع بر روی محیط نیمه بی‌نهایت ارتجاعی را مورد بررسی قرار داد و برای اولین بار شرط تشعشع^۱ (میرایی تشعشعی) را مطرح ساخت [دائیان، ۱۳۷۸]. وی در سال ۱۹۳۷ نوسان پیچشی در یک محیط نیمه بی‌نهایت ارتجاعی، همگن و ایزوتروپ ناشی از اثر تنش‌های برشی پدیدیک و متقارن محوری وارد بر یک قسمت دایره‌ای شکل از سطح این محیط را مورد بررسی قرار داد [Eason, 1989]. یکی از مثال‌های اصلی مسائل مقدار مرزی مرکب در تئوری انتشار امواج، مسأله اثر اعمال نیروی پیچشی در یک محیط نیمه بی‌نهایت الاستیک می‌باشد و از آنجا که این مسأله اولین بار توسط رایسنر و ساگوسی^۲ [Reissner and Sagoci, 1944] و ساگوسی [Sagoci, 1944] مورد توجه قرار گرفت؛ مسائل از این دست به مسائل R-S^۳ معروف گشتند. مقالات زیادی در مورد مسئله R-S انتشار یافته است، از آن جمله می‌توان به تحقیقات هاردینگ^۴ و اسنیدون [Hardening and Sneddon, 1945]، اسنیدون [Sneddon, 1947, 1966]، یوفلیند^۵ [Ufliand, 1956]، کر [Keer, 1965, 1967]، کالینز^۶ [Collins, 1962]، گلدول^۷ [Gladwell, 1969]، سلوادوری^۸ [Selvadurai, 1976, 1980] و در سال‌های اخیر به مطالعات پک و همکارانش اشاره کرد [Pak and Saphores, 1991]؛ [Pak and Gobert, 1990]. در سال ۱۹۹۳، پک و عابدزاده [Pak and Abedzadeh, 1993] به بررسی پاسخ محیط الاستیک به اعمال جابجایی هارمونیک بر روی دیسک که در عمق مشخصی از سطح محیط قرار دارد، پرداخته‌اند (شکل ۳).



شکل ۳- هندسه مسأله پک و عابدزاده در سال ۱۹۹۳، نیم فضای ایزوتروپ همراه با دیسک صلب در عمق s

¹ radiation condition

² Sagoci

³ Reissner-Sagoci

⁴ Hardening

⁵ Ufliand

⁶ Collins

⁷ Gladwell

⁸ Selvadurai

در سال ۱۹۹۴، هاز^۱ و فک^۲ به حل مسأله R-S برای یک محیط نیمه بی نهایت غیرهمگن پرداختند [Haz and Fek, 1994]. دنی لوک^۳ و همکارانش مسأله R-S را با وجود ترک‌های عدسی در سال ۱۹۹۵ بررسی کردند [Danyluk et al., 1995]. همچنین می‌توان به مقاله رحمان^۴ در سال ۲۰۰۰ برای حل مسأله R-S در یک محیط نیمه بی نهایت تحت اثر نیروی پیچشی مدفون اشاره کرد [Rahman, 2000]. در سال ۲۰۰۵، وانگ^۵ و چن^۶ به مطالعه اثر نیروی پیچشی هارمونیک بر دیسک صلب که بر روی یک لایه ایزوتروپ، هموژن و اشباع قرار دارد پرداخته و رفتار لایه اشباع را با استفاده از تئوری بیو^۷ بیان کرده و معادلات حاکم را به کمک تبدیل هنکل^۸ حل کرده‌اند [Wang and Chen, 2005]. در سال ۲۰۰۶، رحیمیان و همکارانش مسأله R-S را برای یک محیط ایزوتروپ جانبی تحت اثر بار دینامیکی پیچشی مورد بررسی قرار دادند [Rahimian et al., 2006].

مسأله انتشار امواج در یک محیط ناشی از بارگذاری خارجی از جمله مباحثی است که در قرن گذشته بسیاری از محققین و مهندسان در زمینه ریاضیات کاربردی و مکانیک مهندسی را به خود جلب کرده است. در حال حاضر با توجه به استفاده روز افزون از مواد ناهمسان نیاز به تحقیقات در زمینه انتشار امواج در این محیط‌ها بیشتر احساس می‌شود. برای مثال مواد کامپوزیت که در سال‌های اخیر در زمینه علوم مهندسی کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند، دارای خاصیت ناهمسانی می‌باشند. از سوی دیگر در زمین‌هایی که خاک تحت اثر نیروی ثقلی رسوب کرده است و نهشته‌های طبیعی سربار شده روی هم تشکیل داده است، خاصیت ناهمسانی وجود دارد. اما با توجه به ملاحظات کاربردی در زمینه مهندسی، محیط‌های ناهمسان معمولاً به صورت ایزوتروپ جانبی و یا ارتوتروپ مدل می‌شوند [خجسته و همکاران، ۱۳۸۵]. در حالت کلی در صورتی که در یک محیط سه بعدی، فرض ایزوتروپ بودن ماده کنار گذاشته شود، تحلیل مسأله پیچیده و طولانی خواهد شد. همچنین زمانی که معادلات حاکم بر مسأله به صورت دینامیکی باشد بر پیچیدگی تحلیل مسأله افزوده خواهد شد. برآورد میزان تنش و کرنش بوجود آمده در یک محیط نیمه بی نهایت تحت اثر نیروهای ناشی از دیسک صلب و شمع‌های کوتاه یا بلند، نیازمند بررسی اندرکنش شمع و محیط است و این خود نیاز به تحلیل محیط

¹ Haz

² Fek

³ Danyluk

⁴ Rahman

⁵ Wang

⁶ Chen

⁷ Biot

⁸ Hankel transform

نیمه بی‌نهایت تحت اثر نیروهای ناشی از شمع، موثر بر فصل مشترک جدار شمع و محیط، دارد [محمودیان و اسکندری‌قادی، ۱۳۸۹]. همچنین وجود حفره با طول محدود در محیط‌های نیمه بی‌نهایت، به علت وجود سختی محیط در کف حفره، باعث دشواری تحلیل مسأله می‌گردد. لذا مسائلی که در آن دیواره یک حفره با طول محدود در داخل یک محیط نیمه بی‌نهایت ایزوتروپ جانبی واقع شده و تحت اثر نیروی خارجی قرار گرفته است، کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. از این‌رو در این پایان‌نامه یک محیط نیمه بی‌نهایت با رفتار ایزوتروپ جانبی که محور ایزوتروپی آن عمود بر سطح آزاد بوده و حفره‌ای استوانه‌ای با طول محدود با امتداد موازی محور ایزوتروپی محیط در آن ایجاد شده، در نظر گرفته می‌شود و پاسخ تحلیلی آن به پیش‌پیش‌هارمونیک معلوم موثر بر روی دیواره این استوانه و حول محور استوانه بررسی می‌شود. بدین منظور معادلات حرکت حاکم بر مسأله در دستگاه مختصات استوانه‌ای نوشته می‌شود. با تقسیم محیط به دو ناحیه و نوشتن معادلات حرکت برای هر ناحیه به صورت مجزا و برقراری شرایط پیوستگی و مرزی پاسخ محیط تعیین می‌شود. در روش حل از تبدیل کسینوسی فوریه استفاده شده و لذا جابجایی‌های محیط در فضای تبدیل یافته به دست می‌آیند. به کمک قضیه عکس تبدیل انتگرالی، جابجایی‌ها در فضای اصلی مسأله حاصل می‌شود. بدین ترتیب برقراری شرایط مرزی و پیوستگی، منجر به یک معادله انتگرالی موسوم به معادله انتگرالی تعمیم یافته کوشی^۱ می‌شود. با حل این معادله انتگرالی، توابع تنش و تغییر مکان در هر نقطه از محیط به دست می‌آیند. در بسیاری از مسائل فیزیکی از جمله الاستیسیته صفحه‌ای در حالت استاتیکی، مسائل ناشی از محیط‌های محدود و نامحدود همراه با حفره، مسائل مربوط به انفجار و ترک، مسأله انتشار امواج، مسائل الاستیک و پلاستیک کامل و مسائل جریان ایده‌آل و غیر ایده‌آل، معادله انتگرالی کوشی ظاهر می‌شود [Theocaris and Ioakimidis, 1979]. به همین علت حل عددی این معادله مورد توجه محققین زیادی قرار گرفته است، که از آن جمله می‌توان به پژوهشگرانی چون ماسخیلیشویلی^۲ [Muskhelishvili, 1953]، میخلین^۳ [Mikhlin, 1957]، گاخو^۴ [Gakhov, 1966] و پوگورزلسکی^۵ [Pogorzelski, 1966] اشاره کرد. حل عددی معادلات انتگرالی در مسائلی که دارای حل بسته^۶ نمی‌باشند یا مسائلی که حل آنها بسیار دشوار است، از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. روش‌های عددی مختلفی برای حل معادلات انتگرالی تکین در کتاب ایوانف^۷ توضیح داده

¹ generalized Cauchy singular integral equation

² Muskhelishvili

³ Mikhlin

⁴ Gakhov

⁵ Pogorzelski

⁶ closed form

⁷ Ivanov

شده است [Ivanov, 1976]. اما این روش‌ها برای حل معادلات انتگرالی که در آن انتگرالگیری در یک فاصله مشخص دلخواه انجام می‌گیرد، مناسب نمی‌باشد [Ioakimidis and Theocaris, 1980]. یک روش مناسب برای حل عددی معادلات انتگرالی تکین، در سال ۱۹۷۷ توسط دو^۱ و الیوت^۲ ارائه شده است [Dow and Elliot, 1977]. تحقیقات ایواکیمیدیس^۳ و تئوکاریس^۴ نشان می‌دهد برای حل عددی معادلات انتگرالی تکین همراه با هسته تعمیم یافته از روش تجمع محلی^۵ استفاده می‌گردد گردد [Ioakimidis and Theocaris, 1980]. این روش اولین بار در سال ۱۹۷۴ توسط کالاندیا^۶ برای نوع خاصی از معادلات انتگرالی تکین بدون هسته تعمیم یافته، پیشنهاد شده است [Kalandiya, 1974]. در سال ۱۹۷۳ اردوگان^۷ و همکارانش از روش تجمع محلی به همراه قاعده انتگرالگیری عددی گوس-ژاکوبی^۸ برای حل عددی معادلات انتگرالی تکین نوع اول همراه با هسته تعمیم یافته، استفاده کردند [Erdogan et al., 1973]. نتایج این تحقیق برای حل معادلات انتگرالی تکین همراه با هسته تعمیم یافته^۹ که در حل مسائل الاستیسیته صفحه‌ای بوجود می‌آیند، مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش حل عددی معادلات انتگرالی کوشی همراه با هسته تعمیم یافته و نقاط تکین مختلط در سال ۱۹۷۹ توسط تئوکاریس و ایواکیمیدیس ارائه شده است [Theocaris and Ioakimidis, 1979]. آنها در سال ۱۹۸۰ روش اصلاح شده تجمع محلی برای حل عددی معادلات انتگرالی همراه با هسته تعمیم یافته را پیشنهاد کردند [Ioakimidis and Theocaris, 1980]. در سال ۱۹۷۹ اردوگان در مقاله‌ای تحت عنوان "مسائل مقدار مرزی مختلط در مکانیک"^{۱۰} معادله انتگرالی تعمیم یافته کوشی را با استفاده از روش عددی بر پایه فرمول انتگرالگیری گوس-ژاکوبی برآورد نمود [Erdogan, 1979]. همچنین تکنیک عددی برای تعیین رفتار تکین^{۱۱} حل معادلات انتگرالی کوشی همراه با ضرایب متغیر در سال ۱۹۹۷ توسط لی^{۱۲} و سریواستاو^{۱۳} بیان گردیده است [Li and Srivastav, 1997]. در این مطالعه از روش ارائه شده توسط اردوگان در سال ۱۹۷۹ جهت حل معادله انتگرالی حاکم بر مسأله استفاده می‌شود.

¹ Dow

² Elliot

³ Ioakimidis

⁴ Theocaris

⁵ Collocation method

⁶ Kalandiya

⁷ Erdogan

⁸ Gauss-Jacobi

⁹ generalized kernel

¹⁰ Mixed boundary-value problems in mechanics

¹¹ singular behavior

¹² Li

¹³ Srivastav

در یک تقسیم بندی کلی مطالب این پایان نامه شامل پنج فصل می باشد. در فصل اول معادلات حاکم بر مسأله به دست می آیند. معادلات به دست آمده در فصل دوم حل شده و روابط مربوط به جوابها ارائه می گردد. در فصل سوم نتایج عددی مربوط به برآورد انتگرالها ارائه می شود، در فصل چهارم با در نظر گرفتن تابع تنش برشی هارمونیک معلوم، نتایج عددی به صورت نمودارهایی، برای مولفه های تغییر مکان و تنش ارائه می شود. در فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادهایی برای ادامه کار بیان می گردد.