



دانشگاه حکیم سبزواری

دانشگاه حکیم سبزواری

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک، گرایش ذرات بنیادی

نوسان نوترینو در حضور ماده هسته‌ای

اساتید راهنما :

دکتر سید علی اصغر علوی

دکتر کوروش جاویدان

تهیه کننده :

معصومه دهقانی مدیسه

خرداد ۱۳۹۲



دانشگاه حکیم سبزواری

فرم چکیده پایان نامه‌ی دوره‌ی تحصیلات تکمیلی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

نام خانوادگی دانشجو: دهقانی مدیسه	نام: معصومه	ش دانشجویی: ۸۹۱۳۷۳۱۰۲۱
استاد راهنما: دکتر سید علی اصغر علوی	استاد راهنما: دکتر کوروش جاویدان	
دانشکده: علوم پایه	رشته: فیزیک	گرایش: ذرات بنیادی
مقطع: کارشناسی ارشد	تاریخ دفاع: ۹۲/۳/۱۶	تعداد صفحات: ۱۱۰ صفحه
عنوان پایان نامه: نوسان نوترینو در حضور ماده هسته‌ای		
کلیدواژه‌ها: نوترینو، کوارک، نوسان، نقض نوردایی لورنتسی		

چکیده

در قسمت اول این پایان نامه، بر پایه برهم‌کنش مؤثر جریان باردار لپتون‌ی و جریان هادرونی، یک هامیلتونی مؤثر از برهم‌کنش نوترینو با محیط هسته‌ای به دست می‌آوریم. با استفاده از هامیلتونی مؤثر، اختلاط و نوسان نوترینو در محیط هسته‌ای را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. با محاسبه زاویه اختلاط و اختلاف مربع جرم از نوسان نوترینو در خلا الگویی برای نوسان نوترینو، در محیط هسته‌ای بدست می‌آوریم. با محاسبه و رسم نمودار احتمال نوسان نوترینوهای پر انرژی در محیط هسته‌ای را با نوسان نوترینو در خلا مقایسه می‌کنیم.

نتیجه اینکه در محیط هسته‌ای تبدیل V_e به V_{μ} (نوسان سه طعم) درصد خیلی بیشتری نسبت به خلا دارد و نوسان نوترینو در محیط مادی با احتمال بسیار زیاد کم و با انرژی حدوداً صد هزار برابر نسبت به شرایط محیط هسته‌ای و خلا روی می‌دهد.

سپس الگو نوسان نوترینو به علت نقض نوردایی لورنتسی را مطالعه می‌کنیم و آن را با نوسان نوترینو به علت جرم نوترینوها مقایسه می‌کنیم. در انرژی‌های خیلی بالا نوسان نوترینو خیلی متفاوت از حالت عادی نوسان می‌باشد.

با بررسی نمودارها به این نتیجه می‌رسیم که کمینه فاصله شبکه (a) در نوسان نوترینو در محیط هسته‌ای حدود 10^{-17} cm می‌باشد و با توجه به اینکه در فاصله 10^{-20} - 10^{-30} cm اثرات گرانشی کوانتومی دیده شده است می‌توان گفت نقض لورنتسی در محیط هسته‌ای به دلیل تاثیر محیط نمی‌باشد.

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها ۰

مقدمه ۱

فصل اول: نوسان نوترینو در خلا و محیط ماده

مقدمه ۴

۱-۱ منشأ نوترینوها ۵

۲-۱ ماتریس جرم نوترینوها ۷

۳-۱ برهم کنش ضعیف ۱۰

۴-۱ پدیده نوسان نوترینو در خلا ۱۱

۵-۱ احتمال نوسان سه طعم نوترینو در خلا ۱۵

- احتمال نوسان نوترینوی اتمسفری ۱۸

- احتمال نوسان نوترینوی خورشیدی ۱۹

۶-۱ نوسان نوترینو در محیط ماده (روش اول) ۲۰

۷-۱ نوسان نوترینو در محیط ماده (روش دوم) ۲۷

فصل دوم: نوسان دو طعم نوترینو در حضور ماده هسته‌ای

مقدمه ۳۵

۱-۲ نوسان دو طعم نوترینو در خلا ۳۷

۲-۲ نوسان دو طعم نوترینو در محیط طبیعی ۴۲

۳-۲	پراکندگی نوترینو در محیط هسته‌ای	۴۴
۴-۲	نوسان دو طعم نوترینو در محیط هسته‌ای	۴۹
فصل سوم: نوسان سه طعم نوترینو در حضور ماده هسته‌ای		
	مقدمه	۵۵
۱-۳	ماتریس اختلاط در حضور ماده هسته‌ای	۵۷
۲-۳	احتمال نوسان سه طعم نوترینو در حضور ماده هسته‌ای	۶۲
فصل چهارم: نوسان دو طعم نوترینو در حضور عدم تقارن CP و نقض ناوردایی لورنتسی		
	مقدمه	۷۶
۱-۴	نوسان نوترینو در حضور نقض CP و در محیط مادی	۸۱
۱-۱-۴	مقدمه	۸۱
۲-۱-۴	تبدیل نوترینو پر انرژی: حالت فعال - فعال	۸۳
۳-۱-۴	احتمال نوسان نوترینو در حضور نقض CP در محیط مادی	۸۵
۲-۴	نوسان دو طعم نوترینو با انرژی‌های بالا در حضور نقض تقارن لورنتس	۸۸
۳-۴	فرمیون‌ها در فضا - زمان گسسته	۹۱
۴-۴	نوسان نوترینو به علت نقض لورنتسی	۹۳
۵-۴	احتمال نوسان دو طعم نوترینو در خلا به علت نقض لورنتسی	۹۵
۶-۴	نوسان دو طعم نوترینو با انرژی بالا در حضور نقض تقارن لورنتس در محیط مادی	۹۹
۷-۴	نوسان دو طعم نوترینو با انرژی بالا در حضور نقض تقارن لورنتس در محیط هسته‌ای	۱۰۰
	فهرست منابع و مآخذ	۱۰۶

فهرست شکل‌ها

۹.....	شکل شماره‌ی (۱-۱)
۱۰.....	شکل شماره‌ی (۲-۱)
۳۳.....	شکل شماره‌ی (۳-۱)
۴۶.....	شکل شماره‌ی (۱-۲)
۴۶.....	شکل شماره‌ی (۲-۲)
۵۳.....	شکل شماره‌ی (۳-۲)
۶۸.....	شکل شماره‌ی (۱-۳)
۶۹.....	شکل شماره‌ی (۲-۳)
۶۹.....	شکل شماره‌ی (۳-۳)
۷۰.....	شکل شماره‌ی (۴-۳)
۷۰.....	شکل شماره‌ی (۵-۳)
۷۱.....	شکل شماره‌ی (۶-۳)
۷۱.....	شکل شماره‌ی (۷-۳)
۷۲.....	شکل شماره‌ی (۸-۳)
۷۲.....	شکل شماره‌ی (۹-۳)
۸۸.....	شکل شماره‌ی (۱-۴)
۹۸.....	شکل شماره‌ی (۲-۴)
۱۰۳.....	شکل شماره‌ی (۳-۴)

بنا به مدل استاندارد ذرات بنیادی، نوترینوها ذراتی بدون جرم هستند. این در حالی است که مشاهدات نوترینوهای خورشیدی و اتمسفری و همچنین نوترینوهای ساطع شده از نیروگاه‌های هسته‌ای نشان می‌دهند که جرم نوترینوها غیر صفر است [۵-۱]. مشاهداتی که با مدل استاندارد سازگار نیستند و با نسبت دادن جرمی کوچک به نوترینوها می‌توان این مشاهدات را توضیح داد.

آزمایش‌های دیویس و همکاران وی درباره‌ی نوترینوهای خورشیدی به مدت دو دهه کاهش چشمگیری (بی‌هنجاری‌هایی) را در مقادیر تجربی شار نوترینوهای خورشیدی نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل استاندارد نشان داد. برای توجیه این کاهش فرضیه‌های متعددی ارائه شد که در میان آن‌ها نظریه نوسان نوترینوها^۱ که از طرف پونته کوروو و گریف^۲ عرضه شد بیش از فرضیه‌های دیگر مورد توجه فیزیکدانان ذرات بنیادی و اختر فیزیک قرار گرفت. طبق این نظریه طعم‌های مختلف نوترینو می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند.

اولین نتیجه این پیشنهاد نقض پایستگی عدد لپتونی است. نشان داده شده در صورتی که این تبدیل در خلا انجام شود باید دست کم یکی از انواع نوترینوها جرم‌دار باشد. البته از نظر تجربی تشخیص جرم نوترینو که بنا به قاعده مقدار کوچکی خواهد بود عملی دشوار است. با وجود این اگر نوترینوها، هر قدر اندک، جرم داشته باشند مسئله اختلاف طعم‌های نوترینو و در نتیجه مسئله امکان نوسان آنها و مسئله طول موج نوسان مطرح می‌شود که همه‌ی اینها برای فیزیک ذرات بنیادی و اختر فیزیک اهمیتی فوق‌العاده دارند.

1- *neutrino oscillation*

2- *Pontecorvo, Gribov*

در حال حاضر سه امکان برای نوسان نوترینو وجود دارد:

نوع اول نوسان طعم نوترینو (تبدیل انواع به هم) است که در فیزیک نوترینوی خورشیدی و جوی مهم هستند، مثالی از این نوع، نوسان‌های نوترینوی الکترون به نوترینوی میوآن و یا نوترینوی میوآن به نوترینوی تاو است.

نوع دوم نوسان یا گذار بین حالت‌های هلیسیتی نوترینو از یک نوع (طعم) که همان نوسان اسپین نوترینو نام دارد.

نوع سوم که تلفیقی از هر دو نوع نوسان بالاست، یعنی گذار یا نوسان زمانی که هم طعم و هم هلیسیتی حالت‌ها تغییر می‌کنند. به این نوع نوسان، نوسان طعم- اسپین می‌گویند. برهم‌کنش نوترینو با یک میدان خارجی یک عامل مهم برای گذار بین حالت‌های مختلف طعم و یا اسپین می‌باشد.

در این پایان‌نامه به بررسی نوسان سه طعم نوترینو در محیط هسته‌ای می‌پردازیم. در فصل اول نوسان سه طعم نوترینو در خلا و محیط ماده را معرفی و تشریح می‌کنیم. در فصل دوم به بررسی نوسان دو طعم نوترینو در خلا، محیط ماده و محیط هسته‌ای بر اساس هامیلتونی جرم خواهیم پرداخت. در فصل سوم به نوسان سه طعم نوترینو در محیط هسته‌ای می‌پردازیم و نمودار احتمال تبدیل طعم نوترینو به طعم دیگر را بر حسب انرژی رسم و بحث خواهیم کرد. در فصل چهارم نوسان نوترینو در حضور نقض لورنتسی و عدم تقارن - CP در خلا، در محیط ماده و در محیط هسته‌ای بررسی می‌شود.

فصل اول

نوسان نوترینوها

در خلا و محیط ماده

مقدمه

ذرات بنیادی بر دو نوع اند: ۱- بوزونها که اسپین صحیح دارند. ۲- فرمیونها (لپتونها و کوارکها) که ذرات با اسپین نیمه صحیح هستند. لپتونها را می توان به سه نسل تقسیم کرد:

نسل اول شامل ν_{eL}, e_R^-, e_L^- و پادذره های آنها می شود. بار الکتریکی ν_{eL} صفر است و این ذره تنها برهمکنش ضعیف دارد و به همین علت آشکارسازی نوترینو بسیار دشوار است و با این که نوترینوها در اطراف ما بسیار زیادند، اطلاعات ما درباره آنها بسیار کمتر از دیگر ذرات است.

نسل دوم لپتونها، میوآن (μ_L^-, μ_R^-) و $\nu_{\mu L}$ و پادذره های ذرات مذکور تشکیل شده است. کلیه اعداد کوانتومی ذرات نسل دوم برابر اعداد کوانتومی ذرات متناظر آنها در نسل اول است، اما جرم میوآن حدود ۲۰۰ برابر جرم الکترون می باشد. در نتیجه میوآن برخلاف الکترون ذره ای ناپایدار است.

نسل سوم لپتونها شامل (τ_L^-, τ_R^-) ، $\nu_{\tau L}$ و پادذرات آنها می باشد که اعداد کوانتومی برابر با ذرات متناظر آنها در نسل اول و دوم دارند. عدد لپتونی هر پادذره لپتون برابر با منفی عدد لپتونی ذره متناظرش است. عدد لپتونی سایر ذرات (کوارکها و بوزونها) برابر صفر است.

دو نکته قابل توجه:

۱- در مدل استاندارد نسل‌های مختلف با هم مخلوط نمی‌شوند. لپتون‌های هر نسل را به عددی، به نام عدد لپتونی نسل^۱ منسوب می‌کنند و آن را با n_i نشان می‌دهند. عدد لپتونی هر پادذره برابر با منفی عدد لپتونی ذره متناظر است. عدد لپتونی سایر ذرات (کوارک‌ها و بوزون‌ها) برابر صفر است. عدد لپتونی هر نسل در مدل استاندارد بقا دارد. در نتیجه فرآیندهایی چون $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ ، $\mu^+ \rightarrow e^- e^+ e^+$ و $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \gamma$ در چارچوب مدل استاندارد امکان پذیر نیستند. حدهای آزمایشگاهی بسیار قوی بر روی آهنگ این فرآیندها در کتابچه اطلاعات ذرات بنیادی^۲ دیده می‌شود [۱]. اصطلاحاً گفته می‌شود در مدل استاندارد عدد لپتونی بقا دارد.

۲- در مدل استاندارد نوترینوی راستگرد وجود ندارد.

۱-۱ منشا نوترینوها

منابع متنوعی برای تولید نوترینو وجود دارد. بنا به مدل‌های شناخته شده کیهانشناسی، نوترینوها پس از فوتون‌ها فراوان‌ترین ذرات بنیادی در طبیعت هستند. هنگام به وجود آمدن عالم در پدیده مه‌بانگ^۳ نوترینوهای زیادی به همراه فوتون و ذرات دیگر به وجود آمده‌اند که نوترینوهای زمینه^۴ خوانده می‌شوند. در زمان حال انرژی این نوترینوها بسیار کم ($\sim 10^{-4} eV$) است و در نتیجه آشکارسازی آنها بسیار مشکل می‌باشد به طوری که تا به امروز (۲۰۱۲) این نوترینوها به طور مستقیم مشاهده نشده‌اند.

1- *lepton flavor number*

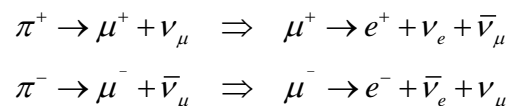
2- *Particle Data Group booklet or PDG*

3- *big bang*

4- *background neutrinos*

الف- نوترینوهای خورشیدی: در مرکز خورشید، طی چند مرحله همجوشی پروتون و تبدیل به هلیوم انجام می‌پذیرد که با تولید ν_e همراه است، انرژی نوترینوهای خورشیدی کمتر از $14/5 MeV$ و میانگین آنها حدود $7 MeV$ می‌باشد [۲]. از دهه ۶۰ میلادی تا به امروز آشکارسازهای متنوعی با فن‌آوری‌های مختلف برای مشاهده نوترینوهای خورشیدی طراحی و ساخته شده‌اند [۳]. از جمله مهمترین آشکارسازها می‌توان به سوپر- کامیوکانده^۱ در ژاپن و اس ان ا^۲ در کانادا اشاره کرد که هم اکنون در حال مشاهده و جمع‌آوری داده‌ها هستند. یافته‌های این دو آشکارساز با پیشگویی‌های مدل استاندارد سازگاری ندارد.

ب- نوترینوهای اتمسفری: همانطوری که می‌دانید جو اطراف زمین به صورت همسانگرد مورد اصابت اشعه کیهانی قرار می‌گیرد. ذرات پر انرژی اشعه کیهانی هنگام برخورد با مولکول‌های هوا ذرات پایون تولید می‌کنند. پایون‌ها پیش از رسیدن به زمین وامی‌پاشند و منجر به تولید نوترینوهای می‌شوند که اصطلاحاً نوترینوهای اتمسفری نامیده می‌شوند:



انرژی این نوترینوها حدود $1 MeV$ و بالاتر است. آشکارسازهای مختلفی برای مطالعه نوترینوهای اتمسفری ساخته شده‌اند و یا در دست طراحی هستند که از مهمترین آنها می‌توان به آشکارساز سوپر- کامیوکانده در ژاپن اشاره کرد. از آنجایی که انرژی نوترینوهای اتمسفری بسیار بالاتر از انرژی خورشیدی است، این دو در آشکارساز سوپر- کامیوکانده قابل تمیز هستند.

1- *Super – Kamiokande*

2- *SNO*

ج- نوترینوهای راکتوری: نیروگاه‌های هسته‌ای که بر پایه شکافت هسته کار می‌کنند مقدار $\bar{\nu}_e$ زیادی ساطع می‌کنند. طیف انرژی این نوترینوها با استفاده از محاسبات هسته‌ای قابل پیش بینی است. می‌توان شار کل نوترینوها را با توجه به توان راکتور تخمین زد. نوترینوهای راکتوری برای آزمایش‌های نوترینو ایده آل هستند چرا که کنترل بر منبع آنها نسبتاً زیاد است. از جمله این آزمایش‌ها می‌توان به کاملند^۱ در ژاپن اشاره کرد که کمک مهمی به فهم خواص نوترینو کرده است. فهرستی از آشکارسازهای نوترینوهای راکتوری نیز موجود می‌باشد [۴].

د- نوترینوهای زمینی: در داخل زمین عناصر رادیواکتیو وجود دارند. این عناصر $\bar{\nu}_e$ با انرژی حدود $2-3\text{MeV}$ تولید می‌کنند. با مطالعه این نوترینوها توسط آشکارساز کاملند می‌توان اطلاعات جدید در مورد نمایه^۲ زمین به دست آورد [۵]. امید است فیزیک نوترینو راه‌های تازه‌ای برای زلزله شناسی و خدمت به بشر بگشاید.

۲-۱ ماتریس جرم نوترینوها

در اینجا برای آشنایی بیشتر ماتریس جرم نوترینوها را به اختصار توضیح می‌دهیم. در بحث نوترینوها هرگاه سخن از مدل استاندارد به میان می‌آید منظور مدل استاندارد متعارف است که به آن جرم نوترینو به صورت خاصی که در این قسمت توضیح داده می‌شود اضافه شده است. ماتریس 3×3 مجذور جرم نوترینوها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$m^\dagger m = U \text{diag}[m_1^2, m_2^2, m_3^2] U^\dagger$$

به طور کلی ماتریس اختلاط را می‌توان به صورت $U = U_{23} U_{13} U_{12}$ پارامتر بندی کرد که در آن:

1- Kamland
2- Profile

$$U_{12} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad U_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix}; \quad U_{13} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} e^{+i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} e^{-i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix}$$

با مطالعه پدیده نوسان نوترینوها، مقادیر عددی θ_{12} ، θ_{13} ، $\Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$ و $\Delta m_{31}^2 \equiv m_3^2 - m_1^2$ به دست آمده‌اند. اما مقدار عددی θ_{13} هنوز مشخص نشده‌است و تنها یک حد بالا بر آن وجود دارد. با مطالعه نوترینوهای خورشیدی و نتایج کاملند می‌توان مقادیر θ_{12} و Δm_{21}^2 را به دست آورد. مقادیر این پارامترها برای نخستین بار با مطالعه نوترینوهای خورشیدی به دست آمده‌اند. به همین دلیل به آنها θ_{solar} و Δm_{solar}^2 نیز اطلاق می‌گردد [۶].

$$\Delta m_{21}^2 = (7.5-9) \times 10^{-5} eV^2 \quad \sin^2 \theta_{12} = 0.25-0.4$$

با مطالعه نوترینوهای اتمسفری می‌توان مقادیر عددی $|\Delta m_{31}^2|$ و θ_{13} را بدست آورد به همین علت به آنها Δm_{atm}^2 و θ_{atm} اطلاق می‌شود. با تحلیل همزمان نتایج آشکارسازهای $K2K$ و چوز^۱، اطلاعات زیر بدست آمده است [۶]:

$$|\Delta m_{31}^2| = (1.3-3) \times 10^{-5} eV^2 \quad \sin^2 \theta_{23} = 0.3-0.7 \quad \sin^2 \theta_{13} < 0.06$$

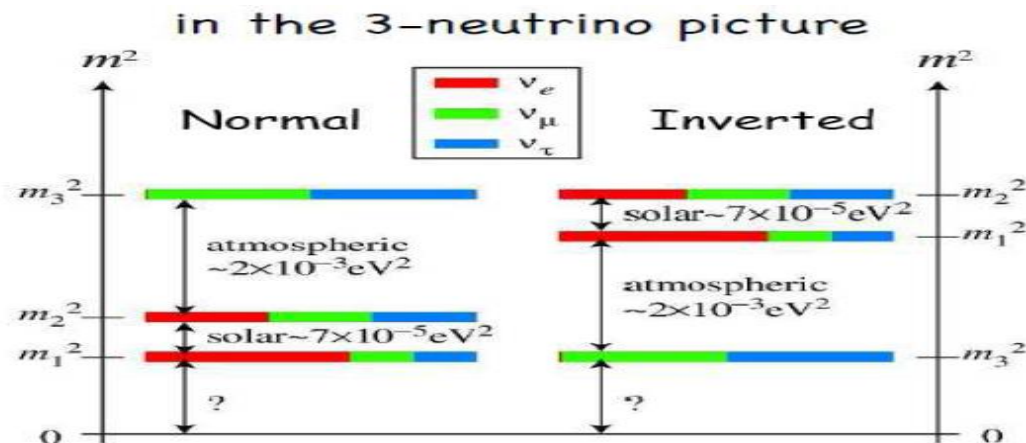
در ماتریس $m^\dagger m$ پارامترهای دیگری نیز وجود دارند که اطلاعات ما درباره آنها کمتر است:

۱- نوسان نوترینوها تنها به تفاضل مجذور جرم‌های نوترینوها حساس است، بنا بر این با مطالعه نوسان نوترینوها نمی‌توان مقدار m_i^2 را به دست آورد. برای به دست آوردن مقادیر m_i^2 باید از روش‌های دیگر مدد جست. یک روش مطالعه طیف انرژی الکترون ساطع شده در واپاشی‌های هسته‌ای است.

۲- با سه نسل، سه Δm_{12}^2 ، Δm_{23}^2 و Δm_{13}^2 وجود دارند اما فقط دوتای از آنها مستقل

هستند. در توضیح بیشتر بدون از دست دادن عمومیت مسئله در بررسی سه نوترینو دو نوع

ترتیب جرمی متفاوت می توان در نظر گرفت که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است:



شکل شماره ی (۱-۱): ترتیب قرار گرفتن جرم نوترینو طبیعی و معکوس

ترتیب قرار گرفتن نرمال بصورت $m_1 < m_2 \ll m_3$ می باشد در این حالت $m_2 \approx \sqrt{\Delta m_{21}^2}$ و

از طرف دیگر ترتیب قرار گرفتن معکوس را داریم که در این حالت جرمها بصورت

$m_3 < m_1 \approx m_2$ قرار دارند. در هر دو حالت ترتیب قرارگیری، نوترینوها می توانند جرمهای تبهگن

داشته باشند. علامت Δm_{31}^2 تا به امروز مشخص نشده است اگر Δm_{31}^2 مثبت باشد، اصطلاحا گفته

می شود ترتیب قرار گرفتن جرم نوترینو طبیعی^۱ است. در مقابل اگر Δm_{31}^2 منفی باشد گفته می شود

ترتیب قرار گرفتن جرم نوترینو معکوس^۲ است. یکی از اهداف آزمایشهای *Long baseline* تعیین

علامت Δm_{31}^2 است.

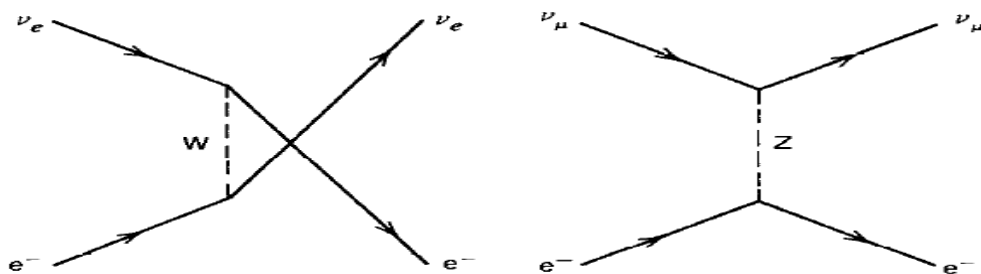
1- normal hierarchy

2- inverted hierarchy

۳- ماتریس 3×3 مجذور جرم نوترینوها ($m^\dagger m$) دارای یک فاز ناقص CP است که معمولاً فاز دیراک خوانده می‌شود و با δ نمایش داده می‌شود. در واقع ماتریس هرمیتی می‌تواند دو فاز دیگر هم داشته باشد اما این فازها فیزیکی نیستند و با بازتعریف میدان‌ها می‌توان آنها را حذف کرد. اگر δ مخالف صفر باشد $P(\nu_l \rightarrow \nu_{l'})$ به ازای ($l' \neq l$) می‌تواند (حتی در خلا) مخالف $P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'})$ باشد. (توجه کنید که $P(\nu_l \rightarrow \nu_{l'}) \neq P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'})$ به معنی نقض تقارن CP است) [۷].

۳-۱ برهم‌کنش ضعیف

در حالت کلی دو نوع برهم‌کنش ضعیف داریم: برهم‌کنش ضعیف خنثی (با ذره واسطه Z) و برهم‌کنش ضعیف باردار (با ذره واسطه W^+ یا W^-). جرم ذرات واسطه W^\pm و Z از مرتبه گیگا الکترون‌ولت هستند. لپتون‌ها و کوارک‌ها در هر دو برهم‌کنش‌های ضعیف (خنثی و باردار) شرکت می‌کنند. در شکل (۲-۱) نمودار پراکندگی ν_e از e^- در حضور ذره واسطه W^- نمونه‌ای از برهم‌کنش ضعیف باردار و نمودار پراکندگی ν_e از e^- در حضور ذره واسطه Z نمونه‌ای از برهم‌کنش ضعیف خنثی می‌باشد.



شکل شماره ۱ (۲-۱): نمونه‌ای از برهم‌کنش ضعیف باردار لپتونی (شکل سمت چپ) و نمونه‌ای از برهم‌کنش ضعیف خنثی

لپتونی (شکل سمت راست)

اگر ویژه‌حالت‌های نوترینو که در برهم‌کنش‌های ضعیف (خشتی و باردار) وارد می‌شوند با ویژه-حالت‌های ماتریس جرمی مطابقت نداشته باشند، در اینصورت هر طعم نوترینو (الکترون، میوآن و تاو) ترکیب خطی خاصی از ویژه‌حالت‌های جرمی می‌باشند. هنگام انتشار در فضا، هر ترکیب خطی به دلیل ویژه مقادیر متفاوت جرمی، بطور متفاوت متحول خواهد شد، در نتیجه یک نوترینوی بیرون آمده از منبع بصورت ویژه‌حالت‌های ضعیف مشخص ممکن است به ویژه‌حالت‌های دیگری تبدیل شود، یعنی پدیده نوسان رخ دهد. ویژه‌حالت‌های نوترینو در برهم‌کنش‌های ضعیف را به اختصار ویژه‌حالت‌های ضعیف و نیز ویژه‌حالت‌های هامیلتونی آزاد را ویژه‌حالت‌های جرمی می‌گوییم [۸].

۱-۴ پدیده نوسان نوترینوها در خلا

در مدل استاندارد ذرات، سه نوع لپتون باردار (e, μ, τ) وجود دارند که جرم مشخص دارند و یا به عبارت دیگر ویژه‌حالت جرم^۱ هستند. لپتون‌ها را به صورت جمعی با $(l_\alpha; \alpha = e, \mu, \tau)$ نشان می‌دهند. لپتون‌ها در راس جریان باردار^۲ با نوترینویی جفت می‌شود که ویژه‌حالت طعم^۳ است. به عنوان مثال فرآیند $W^+ \rightarrow \nu_\alpha \bar{l}_\alpha$ را در نظر بگیرید آنچه به همراه e^+ تولید می‌شود ویژه‌حالت طعم ν_e است. با این حال ویژه‌حالت طعم ν_l لزوماً جرم مشخص ندارد و ترکیبی خطی از ویژه‌حالت‌های جرم است در اینصورت هر نوترینوی تولید شده توسط چشمه یک برهم‌نهی هم‌دوسی از ویژه‌حالت‌های جرمی است [۹].

$$|v_l\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{li}^* |v_i\rangle \quad ; \quad (l = e, \mu, \tau) \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (1-1)$$

1- mass eigenstate

2- charged current vertex

3- flavor eigenstate

$|v_i\rangle$ ویژه حالت‌های جرم نوتینو هستند و U_{li} ماتریسی یکانی است که ماتریس اختلاط^۱ خوانده می‌شود. نوترینویی با طعم مشخص را با تکانه p در نظر بگیرید. پس از گذشت زمان t و مسافت L ، حالت $|v_i\rangle$ به حالت $|v_l;t\rangle$ به صورت زیر در خلا تحول^۲ می‌یابد:

$$|v_l\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{li}^* |v_i\rangle \rightarrow |v_l;t\rangle = e^{-iHt} |v_l\rangle = \sum_{i=1}^3 e^{-iE_i t} U_{li}^* |v_i\rangle \quad (۲-۱)$$

که در آن E_i ویژه مقدار انرژی می‌باشد.

$$H |v_i\rangle = E_i |v_i\rangle \rightarrow E_i = \sqrt{P_i^2 + m_i^2}$$

از آنجایی که $m_i \ll p$ است می‌توان از تقریب فرانسیتی استفاده کرد و نوشت: $E_i = p + m_i^2 / (2p)$ در نتیجه چنین خواهیم داشت:

$$|v_l\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{li}^* |v_i\rangle; \langle v_l | = \sum_{i=1}^3 U_{li} e^{-iE_i t} \langle v_i |; \langle v_l | v_l;t\rangle = e^{-i p t} \sum_{i=1}^3 U_{li} U_{li}^* e^{-i m_i^2 t / (2p)} \quad (۳-۱)$$

با این فرض که نوترینو تقریباً با سرعت نور حرکت خواهد کرد بنابراین $L \approx t$ است. $e^{-iE_i t}$ انتشارگر بین حالت‌ها با جرم معین می‌باشد. بطور مقایسه‌ای برای دامنه گذار $A(v_l \rightarrow v_{l'})$ در طول زمان t داریم:

$$A(v_l \rightarrow v_{l'}) = \sum_{i=1}^3 U_{l'i}^* e^{-iE_i t} U_{li} \quad (۴-۱)$$

احتمال تبدیل v_l به $v_{l'}$ پس از گذشت زمان t ، $P(v_l \rightarrow v_{l'}; t)$ ، برابر است با:

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}; t) = \left| \langle v_{l'} | v_l;t \rangle \right|^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 U_{li} U_{l'j}^* U_{l'i}^* U_{lj} e^{-i(m_j^2 - m_i^2)t / (2p)} \quad (۵-۱)$$

1- mixing matrix

2- evolution

3- lepton flavor violation

در حالت کلی به ازای $(l' \neq l)$ ، احتمال $P(v_l \rightarrow v_{l'})$ می‌تواند غیر صفر باشد یا به عبارت دیگر عدد لپتونی مربوط به هر نسل می‌تواند نقض شود^۳. رفتار $P(v_l \rightarrow v_{l'}; t)$ بر حسب زمان سینوسی است به همین جهت، این پدیده را نوسان می‌نامند. رابطه (۵-۱) نشان می‌دهد که برای تحقق نقض عدد لپتونی هر نسل و یا به عبارت دیگر برای غیر صفر بودن $P(v_l \rightarrow v_{l'})$ به ازای $(l' \neq l)$ دو شرط زیر را باید برآورده کند:

الف- به ازای $m_i \neq m_j, i \neq j$ یا به عبارت دیگر همگنی جرم نداشته باشیم. ب- ماتریس یکانی U متناسب با ماتریس واحد نباشد. اصطلاحاً گفته می‌شود که باید اختلاط^۱ وجود داشته باشد. در مدل استاندارد ذرات بنیادی، شرط اول برقرار نیست ($m_1 = m_2 = m_3 = 0$). در نتیجه، در چارچوب مدل استاندارد، عدد لپتونی منسوب به هر نسل بقا دارد و به ازای $(l' \neq l)$ ، $P(v_l \rightarrow v_{l'}; t) = 0$. همین توضیحات را می‌توان در مورد پادنوترینوها نیز تکرار کرد، با این تفاوت که ماتریس اختلاط پادنوترینوها به جای U^* ، با U داده می‌شود.

$$|\bar{\nu}_l\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{li} |\bar{\nu}_i\rangle \quad (6-1)$$

رابطه (۶-۱) با رابطه (۱-۱) قابل مقایسه می‌باشد. تساوی $P(v_l \rightarrow v_{l'}) = P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'})$ را می‌توان بصورت مستقیم اثبات کرد. t زمان بین تولید و آشکارسازی نوترینو است. L مسافت بین منبع نوترینو و محل آشکارساز است.

$$t \cong L, c=1 \quad ; \quad \Delta m_{ji}^2 = m_j^2 - m_i^2 \quad ; \quad (E_j - E_i)t = \frac{\Delta m_{ji}^2}{2E} L \quad (7-1)$$

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \left| \sum_{i=1}^3 U_{l'i} e^{-i \frac{\Delta m_{ji}^2 L}{2E}} U_{li}^* \right|^2$$

1- mixing

از شرط یکانی بودن ماتریس U_l داریم: $\sum_i U_{li} U_{li}^* = \delta_{ll}$

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \left| \delta_{ll'} + \sum_{i \neq j} U_{il'} \left(e^{-i \frac{\Delta m_{ji}^2 L}{2E}} - 1 \right) U_{li}^* \right|^2 \quad (۸-۱)$$

رابطه بالا را می توان به صورت زیر بسط داد:

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \sum_{i,k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} e^{-i \frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}} = \sum_i |U_{li}|^2 |U_{l'i}|^2 + 2R_e \sum_{i,k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} e^{-i \frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}} \quad (۹-۱)$$

با استفاده از خاصیت یکانی بودن ماتریس U_l می توان روابط زیر را به دست آورد:

$$\sum_i |U_{li}|^2 |U_{l'i}|^2 = \delta_{ll'} - 2R_e \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} \quad (۱۰-۱)$$

از روابط (۹-۱) و (۱۰-۱) نتیجه می گیریم:

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \delta_{ll'} - 2R_e \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} + 2R_e \sum_{i,k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} e^{-i \frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}} \quad (۱۱-۱)$$

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \delta_{ll'} - 2R_e \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} (1 - e^{-i \frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}}) \quad (۱۲-۱)$$

برای هر عدد مختلط (a و b) داریم:

$$\text{Re}(ab) = \text{Re}(a)\text{Re}(b) - \text{Im}(a)\text{Im}(b) \quad (۱۳-۱)$$

$$1 - e^{-i \frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}} = 1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) + i \sin\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) \quad (۱۴-۱)$$

با استفاده از روابط (۱۲-۱۴) خواهیم داشت:

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \delta_{ll'} - 2R_e \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} \left(1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) - i \sin\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) \right) \quad (۱۵-۱)$$

با جایگزینی روابط (۱۳-۱) و (۱۴-۱) در رابطه (۱۲-۱) چنین خواهیم داشت:

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \delta_{ll'} - 2R_e \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} \left(1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) \right) + 2\text{Im} \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} \sin\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) \quad (۱۶-۱)$$

$$1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) = 2 \sin\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{4E}\right) \quad (۱۷-۱)$$

$$P(v_l \rightarrow v_{l'}) = \delta_{ll'} - 4R_e \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{4E}\right) + 2\text{Im} \sum_{i>k} U_{li} U_{l'k}^* U_{li}^* U_{lk} \sin\left(\frac{\Delta m_{ki}^2 L}{2E}\right) \quad (۱۸-۱)$$

عبارتی که در بالا سبب نقض تقارن CP می‌شود در واقع جمله‌ای است که برای نوترینو و آنتی-نوترینو علامت متضاد دارد یعنی قسمت موهومی جمله سوم، که در حالت دو طعم چون این جمله همیوگ مختلط ندارد (شامل عامل فاز δ نیست) پس در این حالت هیچ نقض CP مشاهده نمی‌شود. اما در حالت سه طعم نقض CP داریم (برای حالت نوسان دو نوترینو در خلا ماتریس اختلاط فقط به یک پارامتر وابسته است و عامل فاز وجود ندارد یعنی نوسان با دو ویژه حالت نسبت به تقارن CP پایسته است).

۵-۱ احتمال نوسان سه طعم نوترینو در خلا

حالت ساده‌ای از نوسان نوترینو، یعنی نوسان نوترینو هنگامی که در خلا منتشر می‌شوند را بررسی می‌کنیم. ویژه‌حالت‌های طعم (ویژه‌حالت‌های برهم‌کنش ضعیف) برای سه طعم نوترینو توسط ماتریس تبدیل U به ویژه‌حالت‌های جرم مرتبط می‌شوند.

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad | \nu_i \rangle = U^* | \nu_i \rangle \quad ; \quad | \nu_i \rangle = U | \nu_i \rangle \quad (19-1)$$

سه زاویه اختلاط $(\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13})$ ، یک زاویه فاز (نقض CP) δ و سه ویژه بردار نرمالیزه داریم:

$$|i\rangle \quad (i=1,2,3) \quad ; \quad \langle i|k\rangle = \delta_{ik} \quad ; \quad 0 \leq \delta \leq 2\pi \quad ; \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \pi \quad ; \quad 0 \leq \theta_{13} \leq \pi \quad ; \quad 0 \leq \theta_{23} \leq \pi$$

اولین چرخش اوایلر قسمت زاویه اختلاط θ_{12} حول بردار $|3\rangle$ تولید بردارهای متعامد و نرمالیزه می‌کند. ویژه حالت سه طعم نوترینو قبل و بعد از اولین چرخش را به صورت زیر نمایش می‌دهند:

$$| \nu \rangle = \begin{pmatrix} |1\rangle \\ |2\rangle \\ |3\rangle \end{pmatrix} \quad , \quad | \nu \rangle^{(1)} = U^{(1)} | \nu \rangle \quad , \quad U^{(1)} = \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad | \nu \rangle^{(1)} = \begin{pmatrix} |1\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(1)} \\ |3\rangle^{(1)} \end{pmatrix} \quad (20-1)$$

از روابط $C_{12} = \cos \theta_{12}$, $S_{12} = \sin \theta_{12}$ در رابطه (۲۰-۱) استفاده شده است.