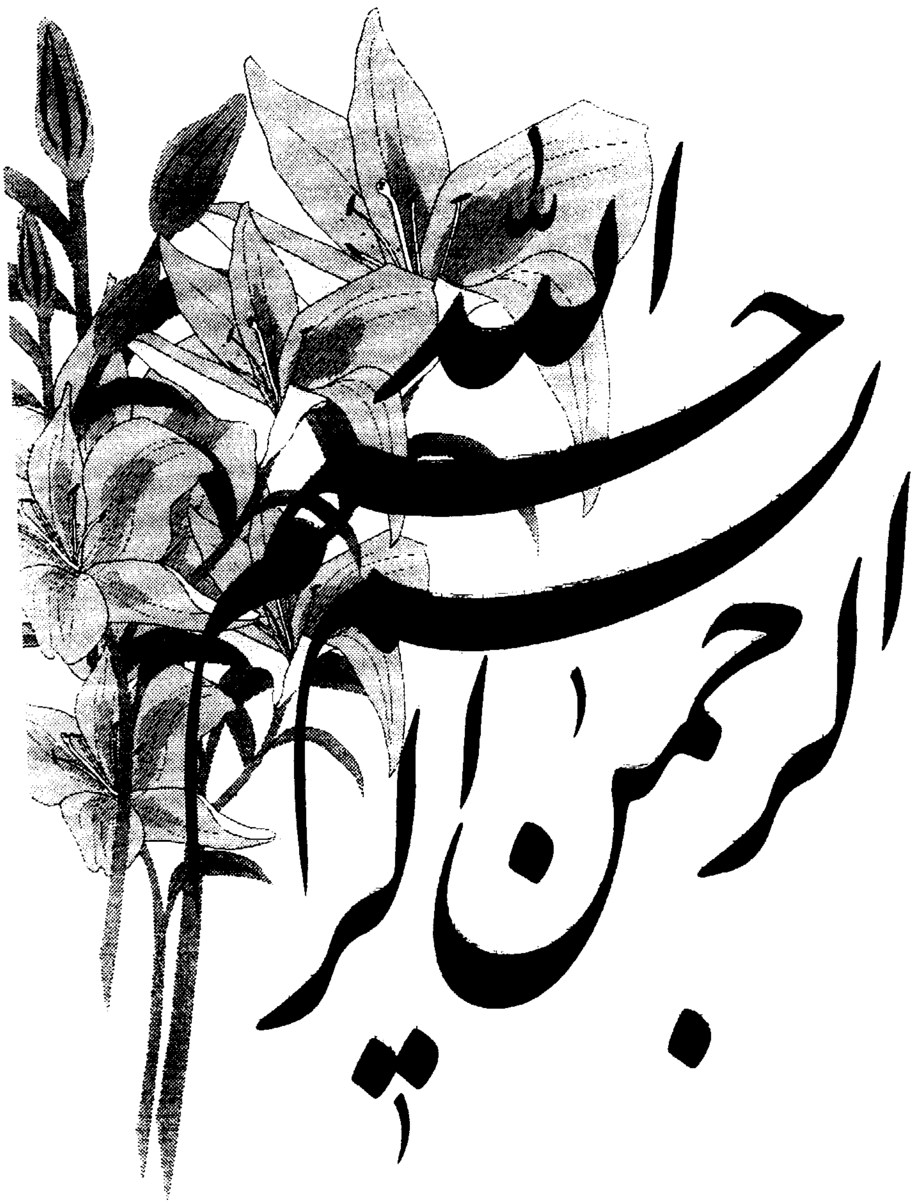

۲۵۲۰۳

پایان نامه کارشناسی ارشد

موضوع :

استنباط آماری زنجیرهای مارکوف

استاد راهنما : آقای دکتر غلامحسین شاهکار

دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

استاد مشاور : آقای دکتر حسن صدوقی

دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

استاد داور : آقای دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا

استاد دانشگاه فردوسی مشهد

مؤلف : حسن زارعی

مرداد ماه ۱۳۷۶

دانشکده علوم

دانشگاه فردوسی مشهد

۱۱ /۴/ ۱۳۷۸

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدرک

دانشگاه فردوسی " مشهد"

دانشکده علوم

گروه آمار

صورتجلسه دفاع رساله کارشناسی ارشد آمار ریاضی

درتاریخ ۷۶/۵/۴ خانم / آقای حسن زارعی از رساله کارشناسی ارشد خود

تحت عنوان :

"استنباط آماری زنجیرهای مارکف "

با بیان خلاصه ای از کار انجام شده و پاسخ به سئوالات داوران دفاع نمودند و

این رساله با نمره ۱۹/۵ معادل عالی قبول شد.

۱ ـ استادراهنما دکتر غلامحسین شاهکار

۲ ـ اعضاء هیئت داوران ۱ ـ دکتر حسن صادقی

۲ ـ دکتر حسنعلی آذرنوش

۳ ـ دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا

مدیر گروه آمار

حسنعلی آذرنوش

تقدیم به

آستان ملکوتی حضرت ثامن الحجج(ع)

و

پدر و مادرم که با تحمل رنج فراوان

راه پیمودن طریق علم را بر من هموار کردند

و تقدیم به

روان پاک دوست عزیزم زنده یاد

محمد رضا باقری

تقدیر و تشکر

سپاس خدای راکه منت گذاشت و سعادت همجواری با ثامن الحجج را نصیبم نمود و توفیق تحصیل علم در این وادی مقدس را به من ارزانی داشت .
از آنجاکه تشکر از مخلوق آیت سپاس از ایزد یکتاست این بنده حقیر این مهم را وظیفه خویش و امری واجب می دانم ،از یکایک اساتید و دوستانی که مرا در دوران تحصیل خصوصاً در تهیه و تنظیم این پایان نامه راهنمایی و یاری نموده‌اند و به نوعی حقی بر من دارند تشکر و قدردانی نمایم ،از استاد ارجمند جناب آقای دکتر شاهکار استادراهنما و اساتید بزرگوار آقایان دکترصادقی و دکتر بزرگ نیاکه مشاوره و داوری این رساله را تقبل کردند صمیمانه سپاسگذاری می کنم ،همچنین از جناب آقای دکتر محمد رضا مشکانی (عضو هیئت علمی دانشگاه شهید بهشتی) که در تهیه و ار سال مقالات از هیچگونه کمکی دریغ ننموده و باکردار ومنش خویش درس فروتنی و خشوع را به من آموخت از صمیم قلب تشکر می کنم .
از مدیر محترم گروه آمار جناب آقای دکترآذرنوش که در مراحل دفاع از پایان نامه همکاری لازم را داشتند سپاسگذارم ،در ضمن از سرکار خانم سیده حسینی (منشی گروه) که زحمت تایپ پایان نامه را بر عهده گرفتند و همچنین از مسئولین محترم کتابخانه آقایان اتحاد و داود نژاد و خالق که در تهیه کتب و مقالات لازم مجدانه زحمت کشیده‌اندتشکر کرده و موفقیت ایشان را در تمامی مراحل زندگی از خداوندتبارک و تعالی مسالت می نمایم .
از آقایان وطن دوست و سهرابی (مسئولین اتاق کامپیوتر) که دلسوزانه مرا راهنمائی کردند و همچنین از دوستان عزیز و گرانقدرم جواد قاسمیان و کاوه شاهکار ، سلمان توحیدی فر ، سید مهدی امیرجهانشاهی ،محسن نجفیان ،علیرضاقدسی ومرتضوی که در مراحل مختلف پایان نامه همکاری نموده‌اند خاضعانه تشکر وقدرانی می نمایم .
امیدوارم که در پناه الطاف الهی آنان که در راه اشاعه علم گام بر می دارند سربلند و مظفر وکامیاب باشند. انشاءا...

۷۶/۵/۷
حسن زارعی

پیشگفتـــار

رویدادهایی که هر روز با آن مواجه ایم به قدری طبیعی و معمولی رخ می دهـند کـه بـه سختی می توان مراحل پیچیدهٔ ، تکوین آنها را در ذهن مجسم کرد . مع الوصف برای توصیف علمی این رویدادها و به کنترل در آوردن آنها تلاشهای زیادی انجام شده است و بشر توانسته مدلهای خوبی برای تعیین آنها ارائه دهد ، حجم وسیعی از این کوششها در قالب فـرآیـند هـای تصادفی هدایت می شوند و نویسندگان معتبر کـتابهای مـفیدی در ایـن زمـینه نـوشته انـد . و فرضـهایی را مطـرح کرده اند و بر مبـنای این فرضـها نتایجی هر چند کـاربـردی را بـه دست آورده اند ولی در بارهٔ روش بررسی و اطمینان از صحت این فرضها در عمل آنچنان که باید و شاید کاری صورت نگرفته است پایان نامه حاضر بررسی فرضهای مطرح شده در زنجیرهای مارکوف و به دست آوردن استنباطی در باره ساختار احتمالی زنجیر است که زیر بنای تـمام کارهای تحقیقاتی و پژوهشی است که براساس زنجیرهای مارکوف صورت مـی گـیرند . وبـا توجه به اهمیت و کاربرد زنجیرهای مارکوف در بسـیاری از مسـائل مـختلف عـلوم طـبیعی ، اجتماعی ، اقتصادی و ... . باشد که مورد استفاده واقع گردد .

فهرست

فهرست

عنوان صفحه

فهرست

فهرست

خلاصه :

ابتدا در فصل اول ، مفهوم فرآیندهای تصادفی را بیان و تعاریف و اصطلاحات به کار رفته در سایر فصلها را به طور اجمالی یادآوری می کنیم و سپس در فصل ۲ برآورد ماتریس احتمال تغییر وضعیت را به روش درستنمایی ماکسیمم به دست آورده ، و چند آزمون را در رابطه با تعیین رتبه زنجیر مارکوف بیان خواهیم کرد ، در فصل ۳ در بازه توزیع چند جمله ای مطالبی را بیان خواهیم کرد و در فصل ۴ با توجه به برخی نتایج فصل ۳ برآورد بیز تجربی ماتریس احتمال تغییر وضعیت را به دو روش درستنمایی ماکسیمم و روش گشتاورها به دست خواهیم آورد . و در فصل ۵ زنجیرهای مارکوف ویژه ای را مطرح و پس از بیان طرز به دست آوردن برآورد بیز تجربی آن ، سعی شده با ارائه یک کار تحقیقی مطالب بیان شده را در عمل بررسی کنیم .

فصل اول

(تعاریف و اصطلاحات)

۱-۱ مفهوم فرآیندهای تصادفی :

از قرن گذشته تا به حال تغییرات عمده در شیوه انجام پژوهشهای علمی به وجود آمده است و در بسیاری از مواقع واقعیت هایی به چشم می خورند دال بر این که الگوهای احتمالی (یا غیر تعیینی) واقع بینانه تر از الگوهای تعیینی می باشند ، مشاهدات به عمل آمده در زمانهای مختلف بیشتر توجه احتمال دانان را به خود جلب می کند تا مشاهداتی که در یک دوره زمانی ثابت جمع آوری می شوند و این منتهی به مفهوم جدید غیر تعیینی می شود .

اکنون بسیاری از پدیده هایی که در علوم فیزیکی و حیاتی روی می دهند نه تنها به صورت پدیده ای تصادفی بلکه علاوه بر آن ، به صورت پدیده ای که با زمان و مکان تغییر می کند مورد مطالعه قرار می گیرند . در زمینه های دیگر مانند علوم اجتماعی ، مهندسی و مدیریت و غیره نیز بررسیهایی مشابه انجام می شود و کاربرد متغیرهای تصادفی که توابعی از زمان و مکان یا هر دو باشند رو به افزایش است .

تعریف (۱-۱-۱):

خانواده ای از متغیرهای تصادفی ، که توابعی مثلاً از زمان هستند را فرآیند تصادفی گوئیم . فرایند تصادفی را معمولاً به صورت $\{ X(t) \; ; \; t\in T \}$ نشان می دهیم .

به طور کلی براساس مشخصه های اصلی ، فرایندهای تصادفی را به چهار نوع طبقه بندی می کنیم . اولین شاخص فضای وضعیت فرآیند تصادفی است یعنی مجموعه مقادیری که متغیر تصادفی $X(t)$ به ازای $t\in T$ اختیار می کند ، که این مجموعه گسسته یا پیوسته می تواند باشد .
مشخصه دیگر وضعیت پارامتر ، T ، است که اگر فرآیند در هر نقطه از یک بازه متناهی یا نامتناهی مشخص باشد فرآیند را زمان پیوسته و در غیر این صورت فرایند را زمان گسسته می نامیم .

با توجه به پیوسته یا گسسته بودن زمان فرآیند و وضعیتهای فرآیند تصادفی نوع فرآیند مشخص می گردد . و هر فرآیند تصادفی در یکی از چهار گروه زیر طبقه بندی می شود .

۱) فرآیند های تصادفی زمان پیوسته با وضعیتهای پیوسته

۲) فرآیندهای تصادفی زمان پیوسته با وضعیتهای گسسته

۳) فرآیندهای تصادفی زمان گسسته با وضعیتهای پیوسته

۴) فرآیندهای تصادفی زمان گسسته با وضعیتهای گسسته

که ما فقط فرآیندهای تصادفی پارامتر گسسته با وضعیتهای گسسته را مطالعه خواهیم کرد .

تعریف (۱-۱-۲):

اگر فرآیند تصادفی $\{ X(t) \; ; \; t\in T \}$ به گونه ای باشد که با معلوم بودن مقدار $X(s)$ مقادیر $X(t)$ برای $t>s$ وابسته به مقادیر $X(u)$ برای $u<s$ نباشد . آنگاه فرآیند را فرآیند مارکوف گوئیم .

تعریف چنین فرآیندی را به صورت زیر بیان می کنیم :

اگر برای $t_1<t_2< \dots <t_n<t$

$$P_r\{a\leq X(t) \leq b \mid X(t_1) = x_1 , \dots , X(t_n)=x_n\}$$

$$=P_r\{a \leq X(t) \leq b \mid X(t_n) = x_n\}$$

آنگاه فرآیند $\{ X(t) \; ; \; t \in T \}$ یک فرآیند مارکوف است .

تعریف (۱-۱-۳) :

فرآیند مارکوف گسسته پارامتر را زنجیر مارکوف گوئیم .

تعریف (۱-۱-۴) :

احتمال این که زنجیر در زمان t_n در وضعیت j باشد به شرط این که زنجیر در زمان t_{n-1} در وضعیت i بوده را احتمال تغییر وضعیت یک مرحله‌ای می‌نامیم و آن را با نماد Λ_{ij} نشان می‌دهیم.

در حالت کلی تر علاقمند به بررسی جفت وضعیتهای (j,k) در دو مرحلهٔ متوالی هستیم مثلاً وضعیت j در n امین مرحله و وضعیت k در $(n+m)$ امین مرحله ، احتمال تغییر وضعیت متناظر را احتمال تغییر وضعیت در m مرحله گوئیم و آن را با $\Lambda_{ij}^{(m)}$ نشان می دهیم ، یعنی :

$$\Lambda_{ij}^{(m)} = P_r \{ X(t_{n+m}) = k : X(t_n) = j \}$$

معادله چیمن کولموگوروف :

احتمالهای تغییر وضعیت یک مرحله ای $\Lambda_{ij}^{(1)}$ را برای سادگی Λ_{ij} نشان می دهیم . فرض کنید :

$$\Lambda_{ij}^{(2)} = P_r \{ X(t_{n+2}) = k \mid X(t_n) = j \}$$

طی دو مرحله وضعیت k می تواند از وضعیت j از طریق واسطهٔ r حاصل شود . پس می توانیم بنویسیم که ،

$$\Lambda_{ij}^{(2)} = P_r \{ X(t_{n+2}) = k \mid X(t_n) = j \}$$

$$= \Sigma_r \, P_r \{ X(t_{n+m}) = k \, , \, X(t_{n+1}) = r \mid X(t_n) = j \}$$

$$= \Sigma_r \, [P_r \{ X(t_{n+m}) = k \mid X(t_{n+1}) = r \, , \, X(t_n) = j \} \, P_r \{ X(t_{n+1}) = r \mid X(t_n) = j \}]$$

$$= \Sigma_r \, \Lambda_{jr} \Lambda_{rk}$$

بنابه استقراء به راحتی می توانیم به دست آوریم که :

$$\Lambda_{ij}^{(m+1)} = \Sigma_r \Lambda_{jr} \Lambda_{rk}^{(m)}$$

به طور کلی :

$$\Lambda_{ij}^{(m+n)} = \Sigma_r \Lambda_{jr}^{(m)} . \Lambda_{rk}^{(n)}$$

این معادله حالت خاصی از معادلهٔ چیمن کولموگوروف است که بین احتمالهای تغییر وضعیت زنجیر مارکوف برقرار است .

تعریف (۱-۱-۵) :

احتمالهای تغییر وضعیت Λ_{jk} در روابط زیر صدق می کنند :

$i)\quad \Lambda_{jk} \geq 0$

$ii)\quad \Sigma_k \ \Lambda_{jk} = ۱$ به ازاء تمام مقادیر j

این احتمالها را می توان به صورت ماتریسی نوشت :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_{۱۱} & \Lambda_{۱۲} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Lambda_{۲۱} & \Lambda_{۲۲} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Lambda_{n۱} & \Lambda_{n۲} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

ماتریس فوق را ماتریس احتمال تغییر وضعیت یا ماتریس تغییر وضعیت زنجیر مارکوف می گویند $\underline{\Lambda}$ یک ماتریس احتمال یا ماتریس مارکوف است یعنی ماتریس مربع است با