١

[ـ٣٥]

دانشکده علوم

گروه ریاضی

قواعد انتگرال گیری عددی برای توابعی با مقادیر عدد فازی

اساتید راهنما:

دکتر عبداله برهانی فر – دکترتوفیق الهویرنلو

توسط:

صالح حاجی حسینلو

شهریور– ۱۳۸۸

بسم الله الرحمن الرحیم

قدردانی

سپاس خدایی را که اول و آخر وجود است، بی‌آنکه اولی بر او پیشی بگیرد یا آخری پس از او باشد. خدایی که دست هر چشمی از دامن دیدارش کوتاه است و فهم هر کبوتر توصیف‌گری از پرواز در آسمان وصف‌اش عاجز.

دوست دارم از تمام کسانی که به طور عمیقی در این دوره از زندگی‌ام اثر گذاشته‌اند سپاسگزاری کنم. در درجه‌ی اول از اساتید راهنمایم، آقای دکتر عبداله برهانی‌فر به خاطر فرصت‌های زیادی که برای پیشرفت‌ام در طی این دوره به من دادند و آقای دکتر توفیق الهویرنلو به خاطر یاد دادن مبحث فازی و حمایت‌های بی‌دریغشان تشکر می‌کنم.

همچنین بر خود لازم می‌دانم از حمایت‌ها و تشویق‌های دوست و برادر بزرگوارم آقای دکتر یوسف نجات بخش که همیشه یاورم بودند سپاسگزاری کنم و از هم قطاران عزیزم، به خصوص آقای مهدی علی‌آبادی که در طول این دوره کمک‌ام کردند و روزهای شیرینی را در این دوره برایم رقم زدند، سپاسگزاری کنم.

در نهایت دوست دارم از خانواده‌ام به خاطر تمام حمایت‌های عاطفی‌شان تشکر کنم. پدرم، که همیشه نماد صبر و استقامت و معیار متانت و بردباری و تلاش وکوشش خستگی ناپذیری برایم بوده و هست، همچون شمع می‌سوزد و نور و سرور می‌بخشد. مادرم، که نگاه پرمهرش را نثار نگاه‌های تشنه محبت من می‌کند و همانند سلطانی مقتدر، قلب آشفته و پرتلاطمم را آرامش می‌بخشد و کشتی طوفان زده‌ام را به ساحل امنیت می‌رساند. بر پیشانی بلندش که صحیفه‌ای از تمام خوبی‌هاست، بوسه می‌زنم و در مقابل وجود با عظمتش، زانوی ادب بر زمین می‌زنم و برایش دعا می‌کنم.

صالح حاجی‌حسینلو

شهریور ۱۳۸۸

تقدیم به

پدر و مادرم،

این دو وجود برتر و این دو موجود آسمانی

که نه آموختنی هستند و نه آموزاندنی،

بلکه عشق مقدسی هستند که دست توانای

معلم هستی از همان صبح ازل در روح و

جانشان به ودیعت نهاده است.

و خواهرانم،

که مأمنی برای خستگی‌های روح و جانم هستند.

نام خانوادگی: حاجی‌حسینلو نام: صالح

عنوان پایان نامه:
قواعد انتگرال گیری عددی برای توابعی با مقادیر عدد فازی

اساتید راهنما: دکتر عبداله برهانی‌فر و دکتر توفیق الهویرنلو

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: ریاضی کاربردی دانشگاه: محقق اردبیلی
دانشکده: علوم تاریخ فارغ التحصیلی: ۸۸/۶/۱۷ تعداد صفحه: ۹۶

کلید واژه‌ها :
عدد فازی، آنالیز، انتگرال‌گیری‌عددی، فرمول‌کوادراتور، توابع فازی مقدار، معادلات انتگرال فازی.

چکیده:
دراین پایان نامه، با ارائه کرانهای خطا برای نگاشت‌هایی از نوع متغیر کراندار و لیپ شیتس، برخی قواعد انتگرال گیری عددی را برای انتگرال هنستوک، نگاشت‌هایی با مقدار فازی معرفی می‌کنیم. همچنین در مورد تعمیم قواعد انتگرال گیری عددی کلاسیک (قطعی) مانند نقطه‌میانی، ذوزنقه‌ای و سه‌نقطه‌ای بحث می‌کنیم. نهایتاً با ارائه بعضی مثال‌های عددی و کاربردی، قواعد انتگرال گیری $\delta - Fine$ را مطالعه می‌کنیم.

فهرست مندرجات

۱ تاریخچه و مقدمه ۱

۱.۱ مقدمه ۲

۲.۱ سایه‌های خاکستری ۴

۳.۱ اصل فازی ٦

۴.۱ فازی در حال حاضر ۸

۵.۱ سیستم های فازی ۱۲

۲ مروری بر مفاهیم فازی ۱۷

۱.۲ مقدمه ۱۸

۲.۲ مجموعه‌های فازی ۱۹

۳.۲ **تعاریف اساسی** ۲۱

۴.۲ عملگرها برای مجموعه‌های فازی ۲۴

۵.۲ T – نرم و S – نرم ۲۸

۶.۲ اعداد فازی ۳۰

۷.۲ عملیات بازه‌ای ۳۳

۸.۲ عملیات روی اعداد فازی ۳۵

۹.۲ اعداد فازی LR ۳۶

۱۰.۲ اعداد فازی مثلثی (T.F.N) ۳۷

۱۱.۲ اعداد فازی ذوزنقه‌ای (Tr.F.N) ۳۹

۱۲.۲ فرم پارامتری اعداد فازی ۴۰

۱۳.۲ انواع توابع فازی ۴۱

۱۴.۲ انتگرال توابع فازی ۴۱

۳ انتگرال هنستوک ۴۴

۱.۳ انتگرال هنستوک ۴۵

۴ قواعد کوادراتور برای انتگرال هنستوک ۶۱

۱.۴ قواعد کوادراتور برای انتگرال هنستوک ۶۲

۲.۴ قواعد کوادراتور برای توابع خاص ۶۶

۳.۴ قواعد کوادراتور $\delta - Fine$ ۷۲

۵ جوابهای عددی معادلات انتگرال فاز ی ۷۷

۱.۵ جوابهای عددی معادلات انتگرال فازی ۷۸

فصل ۱

تاریخچه و مقدمه

۱.۱ مقدمه

وقتی در سال ۱۹۶۵ پروفسورلطفی عسگرزاده، استاد ایرانی الاصل دانشگاه کالیفرنیا، برکلی اولین مقاله خود را در زمینه‌ی فازی تحت عنوان « مجموعه‌های فازی » منتشر کرد، هیچکس نمی‌توانست باور کند که این مقاله جرقه‌ی اولیه از پرتو یک جهان بینی جدید در عرصه‌ی ریاضیات و علوم و اولین قدم در معرفی بینشی نو و واقع گرایانه از جهان، در چهارچوب مفاهیمی کاملاً بدیع، اما بسیار سازگار با طبیعت انسان باشد. گرچه تا حدود چند دهه‌ی پیش مبحث فازی (و بنیانگذار آن) با مخالفت آشکار و سخت جمع کثیری از دانشمندان و ریاضیدانان و مهندسین روبرو بود، اما با پیدایش کاربردهای عملی منطق فازی وآشنایی و شناخت بیشتر جهان علم با مفاهیم فازی، به تدریج این مخالفت‌ها به تحسین و تشویق تبدیل گشت. به طوریکه در حال حاضر سالانه بیش از دویست کتاب و هزار مقاله در این زمینه به چاپ می رسد.

تفکر فازی از دیدگاهی فلسفی نشأت می‌گیرد که سابقه‌ای چند هزارساله و به قدمت فلسفه تاریخ دارد. همانگونه که فلسفه ادیان الهی با طبیعت و سرشت انسان سازگار است، تفکر فازی با الهام از فلسفه شرقی، جهان را همان گونه که هست معرفی می کند. در فلسفه ارسطویی که در مقابل فلسفه شرق قرار دارد، همه چیز به دو دسته سیاه و سفید، آری و نه، تقسیم می شود. در این فلسفه نمی‌توان تا اندازه‌ای راستگو بود و ضمناً کمی هم دروغگو، هیچگونه حالت میانه‌ای وجود ندارد. نمی‌شود همزمان نسبتاً جوان بود و تا اندازه‌ای هم پیر. در فلسفه ارسطویی مرزها کاملاً مشخص و تعریف شده است. در تفکر فازی مرز مشخصی وجود ندارد و تعلق عناصر مختلف به مفاهیم و موضوعات گوناگون نسبی است. به این ترتیب است که این تفکر با طبیعت و سرشت انسان و محیط جهان ما سازگاری دارد. تا اینجا به نظر می رسد که نباید مخالفتی با این نگرش وجود داشته باشد، زیرا که تفکر فازی دیدگاه تازه‌ای را معرفی می‌کند که تعمیم منطق ارسطویی است. اما نکته‌ی مهم آن است که بر اساس این دیدگاه، ریاضیات کلاسیک نیز که بر منطق ارسطویی استوار است زیر سوال می رود و از همین جا مخالفت‌ها آغاز می شود.

ریاضیات کلاسیک، در مواردی که با جهان دو ارزشی سرو کار داشته باشیم ابزار مناسبی برای بیان

مفاهیم مختلف است، اما با رشد اندیشه‌ی انسانی و پیشرفتهای علمی و تکنولوژیکی نیاز به ابزارهای مناسب‌تر علمی برای بیان مفاهیم پیچیده‌تر زندگی و محیط انسان آشکار شده است. مفاهیمی که دیگر نمایش آنها با ریاضیات معمولی که بر معیارهای دو ارزشی استوار است چندان مناسب و مقدور نیست، ریاضیات فازی پاسخگوی چنین نیازی است، نیاز برای بیان مفاهیم چند ارزشی به جای مفاهیم دو ارزشی. نیاز برای یافتن واقعیت‌های جهان آن گونه که هستند به جای بیان آن‌ها در قالب‌هائی که چندان در آن نمی‌گنجند. بر اساس مبانی و اصول علم، همه چیز تنها مشمول یک قاعده ثابت می‌شود که به موجب آن، آن چیز درست است یا غلط . دانشمندان نیز در گذشته برهمین اساس به تحلیل محیط خود می‌پرداختند. گرچه آنها همیشه مطمئن نبودند که چه چیزهائی درست و یا نادرست است و گرچه درباره درستی یا نادرستی یک پدیده‌ی مشخص ممکن بود دچار تردید شوند، ولی در یک مورد هیچ تردیدی نداشتند و آن اینکه هر پدیده ای یا « درست » و یا « نادرست » است. مثال‌های فراوانی را می‌توان ارائه داد که در آنها چنین برداشتی دور از حقیقت نیست. مثلاً هر کسی باید بتواند بگوید که علف سبز یا قرمز است. این سوال تنها یک پاسخ دارد، سبز یا قرمز، حالت میانه‌ای مطرح نیست. اما این نوع مثالها را که در آنها تنها یک جواب آری یا نه صادق است را نمی‌بایست به همه چیز تعمیم داد. اشتباه برخی از دانشمندان در این بوده که آنچه را که تنها برای موارد خاص مصداق دارد به تمام پدیده‌ها تعمیم داده‌اند. در حقیقت پدیده‌های مختلف را نمی‌توان تنها به یکی از دو صورت صحیح و غلط یا صفر و یک تقسیم بندی کرد، بلکه باید همه چیز را به طور نسبی سنجید و برای آنها درجه بندی قائل شد .

همه چیز در حقیقت به طور نسبی درست یا غلط است.

اکثر چیزهایی که درست به نظر می‌رسند، « نسبتاً » درست هستند. در مورد صحت و سقم پدیده‌های واقعی همواره درجاتی از « عدم قطعیت » صدق می‌کند. به عبارت دیگر پدیده‌های واقعی تنها سیاه و سفید نیستند، بلکه تا اندازه‌ای « خاکستری » هستند. پدیده‌های واقعی همواره تا اندازه‌ای « فازی » ، « مبهم » و « غیر دقیق » هستند. علم، واقعیت‌های خاکستری یا فازی را با ابزار سیاه و سفید ریاضی به نمایش می‌گذاشت و این چنین بود که به نظر می‌رسید واقعیت‌ها نیز تنها سیاه و سفید هستند.

کاربردهای منطق فازی، به عنوان مثال در ساخت محصولات تجاری فازی باهوش از قبیل دوربین‌های فازی ، ماشین‌های لباسشویی، اجاق مایکرو و کاربراتورهای فازی و صدها وسیله‌ی باهوش دیگر توسط مهندسین ژاپنی، نشان داد که دیدگاه جهانی فازی در ورای محدوده و مرز مقالات علمی و کتاب‌های درسی و کلاس‌های درس قرار دارد. مرزهای این دیدگاه جدید به سرعت در حال گسترش است. به نظر می‌رسد در آینده ما با ماشین‌های زیرکی که بر اساس هوشمندی فازی طراحی شده، سروکار خواهیم داشت که می‌توانند در هر مسابقه‌ای ما را شکست دهند.

۲.۱ سایه‌های خاکستری

پروفسور ویلیام کاهان[۱]:

« نظریه فازی اشتباه است، اشتباه و مخرب. آنچه بدان نیاز داریم تفکر منطقی‌تر است، نه تفکر کمتر منطقی. خطر فازی این است که مشوق همان تفکر بی‌ارزشی است که تا به حال این اندازه مشکل آفرین بوده است. منطق فازی کوکائین علم است.» (دانشگاه کالیفرنیا، برکلی)

پروفسور رودلف کالمن[۲]:

« فازی سازی نوعی آسان گیری علمی است. حاصل آن شعارهایی عامه پسند است که نظام سخت کار علمی و مشاهدات دقیق و صبورانه علمی را به همراه ندارد.»

سیبی را در دست نگه دارید. آیا این یک سیب است ؟ بله. حال قسمتی از آن را خورده و اجازه دهید بدن شما آن بخش از سیب را هضم کند. آیا جسم قرار گرفته در دست شما هنوز یک سیب است؟ گاز دیگری به آن زده و همچنان ادامه دهید تا چیزی از سیب باقی نماند. سیب از یک چیز به هیچ تبدیل شد، اما در کجا سیب از مرز« سیب بودن » به« سیب نبودن » می گذرد؟ هنگامی که

---

[۱] *Wilyam Kahan*

[۲] *Rodolf Kalman*

نیمی از سیب را در دست دارید، سیب به همان اندازه‌ای هست که نیست. نیمه ای از سیب که دست شما است در برگیرنده هر دو توصیف همه یا هیچ است. نیمه سیبی که در دست شما است یک سیب فازی است، طیفی از خاکستری بین سیاه و سفید است. فازی بودن همان خاکستری بودن است. این ایمان و اعتقاد به سیاه و سفیدها، این نظام دو ارزشی، به گذشته باز می‌گردد و حداقل به یونان قدیم می‌رسد. « دموکریت » جهان را به اتم‌ها و فضاهای خالی تقسیم کرد. « افلاطون » جهان خود را با شکل‌های قرمز رنگ و متعامد و مثلثی پر کرد. « ارسطو» از تدریس شاگرد خود اسکندر کبیر، کناره گرفت تا آنچه را که راجع به قوانین سیاه و سفید خود در منطق احساس می‌کرد به رشته تحریر در آورد، قوانینی که دانشمندان و ریاضیدانان همچنان در توصیف جهان خاکستری ما به کار می‌برند.

ایمان دودویی همیشه با شک روبرو بوده است. این منطق همواره منتهی به همان پاسخ انتقادی خود شده است. « بودا » در هند، پنج قرن قبل از مسیح و تقریباً دو قرن قبل از « ارسطو » زندگی می‌کرد. اولین قدم در سیستم اعتقادی او گریز از جهان کلمات سیاه و سفید و دریدن این حجاب دو ارزشی و هدف او نگریستن به جهان به صورتی بود که هست. باید جهان را سراسر تناقض دید، جهانی که در آن چیزها و ناچیزها وجود دارند و در آن علف‌ها هم سبز هستند و هم غیر سبز و در آن هم A داریم و هم غیرA. شما این منطق فازی یا خاکستری را در سیستم‌های اعتقادی شرقی، چه قدیم و چه جدید، در ژاپن می‌یابید.

ورنر هایزنبرگ [۳]، به فیزیکدان‌ها نشان داد که این‌طور نیست که همه اظهارات و مطالب علمی الزاماً یا درست یا نادرست باشند. اگر نخواهیم بگوییم همه‌ی آنها، ولی بیشتر آنها چیزهایی میانه، نامطمئن، خاکستری و یا فازی هستند. « برتراند راسل » که اهل منطق است، دریافت که پارادکس « دروغگوی کرتی » جزء مبانی ریاضیات جدید به حساب می‌آید. فیلسوفان همواره تلاش کرده‌اند که با وصله و پینه، بنیان‌های سیاه و سفید خود را به صورتی بسازند که از پارادکس‌های خاکستری خلاصی یابند، اما پارادکس‌ها و تفکر پیرامون آنها همواره باقی مانده است. بیان « اینشتین » در مورد عدم انطباق ریاضیات با واقعیات، کسی که خود در ساختن اصول سیاه و سفید علم بشری نقش

---

[۳] *Werner Heisenberg*

داشته، سؤال برانگیز است. حتی « اینشتین » جایگزینی برای حالت دو مقداری نداشت. در عوض، او و گروه دانشمندان نظریه‌ای جدید به نظریه‌ی دو مقداری افزودند. آنها نظریه‌ی احتمالات را مطرح ساختند. ایده‌ی کارچنین است که هر پیشامد، عددی مربوط به خود دارد و آن عدد عبارت است از، احتمال آن پیشامد. آن پیشامد باید رویی از سکه باشد، A یا B. پس از پرتاب سکه، یا A خواهد آمد و یا B و این دو احتمال با یکدیگر جمع می‌شود که حاصل یک است. در حالت کلی، جمع احتمال آنکه یک پیشامدی اتفاق بیفتد و احتمال آنکه آن پیشامد اتفاق نیفتد، یک می‌شود. مجموع اعداد مرتبط با هر پیشامد یک می‌شود و پیشامدهای مورد بحث سیاه و یا سفید هستند. آنها همه رخ می‌دهند یا هیچ کدام واقع نخواهند شد. احتمالات، تصویر سیاه و سفید جهان را تغییر نمی‌دهد و حتی تلاشی هم در تغییر آن ندارد. قانون A یا غیرA ی « ارسطو » همواره در احتمالات معتبر است. فیزیکدانان جدید احتمالات را در هر جا که در دیدشان قرار می‌گرفت می‌دیدند. اما « اینشتین » با آن احساس راحتی نمی‌کرد. به همین علت بود که گفت: خداوند تاس بازی نمی‌کند. نگرش احتمالاتی فرض را بر این می‌گذارد که آمدن هر روی سکه موضوعی مشخص و دقیقاً دو مقداری است. A می آید یا نمی آید، همه یا هیچ، شکست یا موفقیت.

۳.۱ اصل فازی

اصل فازی بیان می‌دارد که همه چیز نسبی است. صرف نظر از میزان دقت ما در مشاهده‌ی چیزهای مختلف، بعضی چیزها فازی نیستند. این چیزها بیشتر از دنیای ریاضیات می آیند. در اینجا می‌توان گفت که انسان در طراحی خود مقوله‌ی فازی بودن را بکار نبرده است. ما قبول می‌کنیم که دو بعلاوه دو مساوی چهار است و این موضوع صد در صد درست است. اما هنگامی که از دنیای مصنوعی خارج می‌شویم، حالت فازی ظهور کرده و بر همه چیز غلبه می‌کند. حالت فازی تمام مرزها و محدوده‌ها را تار و مبهم می‌کند.

حالت فازی نامی رسمی در علوم دارد: حالت چند ارزشی. عکس حالت فازی، حالت دو ارزشی

یا دو مقداری است که در آن برای هر سؤالی دو پاسخ وجود دارد: درست یا نادرست، صفر یا یک. فازی بودن به معنای چند ارزشی بودن است، این بدان معناست که سه یا تعداد بیشتری انتخاب در پاسخ به هر سؤال وجود دارد و شاید طیف نامحدودی از انتخاب‌ها به جای فقط دو انتخاب نهایی وجود داشته باشد. یعنی به جای حالت دودویی، سایه‌های نامحدودی از خاکستری بین سیاه و سفید داریم.

دانشمندانی نظیر برتراند راسل، اصطلاح « ابهام» را برای حالت چند ارزشی بکار می‌بردند. در سال ۱۹۳۷ فیلسوف کوانتومی ماکس بلک [۴] مقاله‌ای در رابطه با مجموعه‌های گنگ و یا آنچه که ما اکنون مجموعه‌های فازی می‌نامیم منتشر ساخت. در سال ۱۹٦۵ لطفی‌زاده که در آن زمان رئیس دپارتمان مهندسی برق دانشگاه کالیفرنیا در برکلی بود، مقاله‌ای تحت عنوان مجموعه‌های فازی منتشر ساخت. در این مقاله از منطق چند مقداری لوکا سیه ویچ [۵] برای مجموعه‌ها و گروه‌های اشیاء و چیزها استفاده شده بود. لطفی زاده نام فازی $(FUZZY)$ را روی این مجموعه‌های گنگ یا چندارزشی قرار داد، مجموعه‌هایی که اجزای آنها با درجات مختلفی به آنها تعلق دارند، نظیر مجموعه‌ای از مردم که از کار خود راضی هستند.

به عقیده‌ی جان استوارت میل [٦] عقاید و نظرات جدید، عموماً از سه مرحله‌ی نفی و انکار می‌گذرند. در مرحله اول آنها را اشتباه می‌دانند. در مرحله دوم آنها را خلاف مذهب و دین می‌شمارند و در مرحله سوم عقاید و نظریات جدید را موضوعاتی قدیمی، بی‌حاصل و معمولی می‌دانند که دیگران نیز در صورت داشتن زمان، پول و علاقه می‌توانستند به همان نتایج برسند. منطق فازی نیز که به نرخ سریع تغییر اطلاعات جامعه وابسته شده است، در حال عبور از مرحله اول به مرحله سوم است. در غرب نظریه‌ی فازی بین مراحل اول و دوم قرار دارد. هنوز دانشمندان به آن حمله می‌کنند، زیرا مخالف ایمان دودویی یا دو ارزشی است. فقط موفقیت تجاری محصولات فازی، آن را به صورت یک پدیده قابل بحث درآورده است. در غیر این صورت همچنان این منطق می‌بایست در مقالات کم

---

[۴] $Max\ Black$

[۵] $John\ Lukasiewicz$

[٦] $John\ StuartMill$

تیراژ و گمنام باقی می‌ماند. در شرق، نظریه فازی تقریباً به مرحله سوم رسیده و مخالفت‌ها با منطق فازی بیشتر در رابطه با مسائل فنی هستند تا در رابطه با مقوله‌های فلسفی.

۴.۱ فازی در حال حاضر

دیوید هیوم[۷]:

« بین ریاضیدانان این امری متداول است که ایده‌های مورد نظر خود را آن چنان معنوی بدانند که درک آنها فقط با دیدی ناب و روشنفکرانه میسر است. همین امر در مورد اغلب مطالب فلسفی نیز صادق است. برای از بین بردن این روش باید نشان دهیم که اینها همه ناشی از برداشتهای احساسی ما هستند.»

برتراند راسل:

« هر چیزی درجه‌ای از ابهام دارد، تا سعی در واضح و روشن کردن آن نکنید، آن را درک نخواهید کرد.»

لطفی زاده:

« منطق کلاسیک شبیه شخصی است که با یک لباس رسمی مشکی، بلوز سفید آهاردار، کروات مشکی، کفش‌های براق و غیره به یک میهمانی رسمی آمده است. این لباس‌ها را در گذشته نمی‌پذیرفتند، اما امروزه جور دیگری است.»

کلمات، معرف مجموعه‌ها هستند. کلمه‌ی « خانه»، معرف خانه‌های زیادی است. خانه‌های مختلفی که یا آنها را دیده‌ایم و یا در آنها زندگی کرده‌ایم. « خانه»، معرف مجموعه‌ی خانه‌ها می‌باشد، یعنی فهرستی از خانه‌ها، گروهی از اشیاء و یا هر چیزی که بتوان از آن به عنوان خانه نام برد. کدامیک از ساختمان‌ها، خانه بشمار می‌روند و کدامیک نه؟ بعضی چیزها را به سادگی می‌توانیم خانه بنامیم. اما کاخ‌ها، کاروان‌ها، خانه‌های دو طبقه دوبلکس ، چادرهای سرخپوستان، غارها، خیمه‌ها، کارتن‌های

[۷] David Hume

مقوایی واقع در محله‌های فقیرنشین چطور؟ این موضوع نسبی است. اطلاق کلمه‌ی « خانه» به بعضی از بناها، ساده تر از بقیه است. بعضی از آنها را می‌توان تا حدودی خانه دانست و تا حدودی خانه ندانست. استثناها، مرز بین خانه‌ها و غیرخانه‌ها را مبهم می‌کند. بنابراین A و غیر A برقرار است. اسم خانه، معرف مجموعه‌ی فازی « خانه‌ها» است.

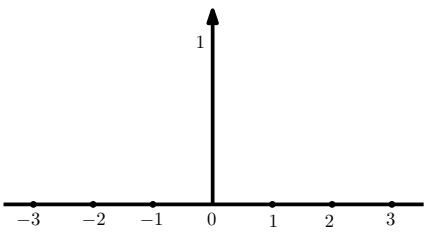
ساخت این مجموعه‌ها با اسم‌ها متوقف نمی‌شود. شما با اضافه کردن یک صفت، می‌توانید مجموعه‌ی فازی دیگری بدست آورید. خانه‌های گران قیمت، خانه‌های ارزان قیمت، خانه‌های قدیمی. مثلاً هر خانه‌ی قدیمی یک خانه است، ولی هر خانه‌ای، قدیمی نیست.

اینطور در نظر بگیرید که: مغز ما پر از مجموعه‌های فازی است. ما در فضای مجموعه‌های فازی فکر می‌کنیم و به روشهای مختلف مرزهای فازی خود را تعریف و با مثال‌های متفاوت مشخص می‌کنیم. اجزای جهان را در قالب مجموعه‌های فازی انباشته می‌سازیم. تفکر ما، کار با این مجموعه‌ها است. این همان چیزی است که منطق فازی نام دارد؛ تعقل و استدلال با مجموعه‌های فازی.

اعداد چگونه‌اند؟ اعداد نشانه‌های دقت هستند. آیا می‌توانیم آنها را فازی کنیم؟ همچنان که، « کانت » می‌پرسید: « آیا اعداد فازی وجود دارند؟» جواب‌هایی که تا قبل از این داده می‌شد، منفی بود. چطور اعداد می‌توانستند فازی باشند؟

اعداد، اشکالی صحیح داشتند. هر عددی زوج یا فرد بود. نه در بین، یا در ناحیه‌ی میانی و نه در حالت خاکستری.

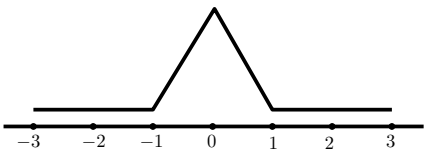
عدد صفر را در نظر بگیرید. به نظر می‌رسد بعضی از دانشمندان قدیمی هزاران سال است در پی یافتن صفر هستند. حالا ما می‌توانیم آن را در یک نگاه بیابیم؛ مانند یک فلش روی خط اعداد.(شکل ۱—۱)



شکل (۱—۱)

معنی فلش این است که، عدد صفر صد در صد به مجموعه‌ی صفر متعلق است و هیچ عدد دیگری به آن تعلق ندارد. هر عدد، یا در مجموعه‌ی صفر قرار دارد یا خارج از آن.

اما در مورد اعداد نزدیک به صفر یا تقریباً صفر چطور؟ این اعداد، همانند اعداد بزرگ یا اعداد متوسط و یا بسیار کوچک، اعداد فازی هستند. آنها طیف اعداد نزدیک به صفر یا اعدادی که تعلق بیشتری نسبت به سایر اعداد، به این مجموعه دارند را تعیین می‌کنند. نزدیکترین عدد به صفر تعلق بیشتری به مجموعه فازی عدد صفر دارد. عدد ۰/۵ به صفر نزدیکتر بوده تا عدد یک و همین‌طور عدد منفی ۰/۵ به صفر نزدیک تر از منفی یک است. پس می‌توان گفت، عدد صفر صد در صد متعلق به این مجموعه است ولی اعداد نزدیک، ممکن است ۸۰ ،۵۰ یا ۱۰ درصد به مجموعه‌ی فازی صفر متعلق باشند. ممکن است که ما عدد فازی رابه صورت منحنی نرمال یا مثلثی که در عدد صفر تمرکز یافته، رسم کنیم. (شکل ۱ — ۲)



شکل (۱ — ۲)

اگر ما مثلث را به حد کافی باریک رسم کنیم، به فلش ریاضیات قطعی (کلاسیک) خواهیم رسید. در این صورت ریاضیاتی که ما می‌شناسیم حالت خاصی از ریاضیات فازی است. ما می‌توانیم مثلثها را مانند اعداد جمع و تفریق کنیم. همچنین می‌توانیم عدد صفر فازی را به روش‌های نامحدودی ترسیم کنیم.

شما می‌توانید با اعداد فازی استدلال کنید. منظور از« منطق فازی » استدلال با اعداد فازی و مجموعه‌های فازی است. منظور این منطق در عمل این است که رایانه‌ای بسازیم که بتواند با اعداد فازی در قالب جملات « اگر— آنگاه » یا قوانین تجربی به استدلال بپردازد. به عنوان مثال جمله زیر را در نظر بگیرید: اگر ماشین بسیار سریع حرکت کرد آنگاه پدال گاز را کمی رها کنید. اگر ماشین زیاد به سمت چپ حرکت کرد، آنگاه فرمان را به راست بگردانید. اگر عبور و مرور ماشین‌ها در جهت

شمال به جنوب بیشتر است، آنگاه می‌توان چراغ سبز را طولانی‌تر کرد. هر عبارت، مجموعه‌ای فازی است. سنگینی عبور و مرور در هر خیابان پر رفت و آمدی، نسبی است. طولانی بودن زمان توقف چراغ سبز نیز مقداری تقریبی است. دانش یا هوشمندی از تداعی و بکارگیری این دو رویداد فازی پدید می آید.

حالا ما این نکته را ثابت کرده‌ایم که اعداد نیز، فازی هستند و تمام وقت با آنها کار می‌کنیم. اگر اعداد فازی هستند پس چیزهای دیگر نیز می‌توانند فازی باشند، هر چیزی.

اکنون این سؤال پیش می آید که، یک مجموعه، دقیقاً چقدر فازی است؟ چگونه می‌توان میزان فازی بودن را اندازه گرفت ؟ « آنتروپی فازی[۸] » مقدار فازی بودن مجموعه‌ی فازی را اندازه‌گیری می‌کند و به این سؤال که مجموعه‌های فازی تا چه حدی فازی هستند پاسخ می‌دهد. منظور از آنتروپی، نامشخص بودن و یا بی‌نظمی در یک سیستم است. یک مجموعه، نشان دهنده‌ی یک سیستم یا اجتماعی از اشیاء است. وقتی مجموعه‌ای ، فازی است، عناصر متعلق به آن حدود تقریبی دارند و مجموعه نیز به همان اندازه دارای تقریب و ابهام خواهد بود. آنتروپی فازی این درجات را اندازه گیری می‌کند.

---

[۸] *Fuuzy Entropy*