دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد عمران- گرایش سازه

موضوع پایان نامه:

تعیین بار کمانشی و فرکانس ارتعاشی اعضاء غیرمنشوری با استفاده از روش سری‌های توانی

استاد راهنما:

دکتر بهروز عسگریان

دانشجو: معصومه سلطانی

شماره دانشجویی: ۸۶۰۲۲۳۴

شهریور ماه ۱۳۸۸

بسم الله الرحمن الرحيم

اظهارنامه دانشجو

موضوع پایان نامه:

تعیین بار کمانشی و فرکانس ارتعاشی اعضاء غیرمنشوری با استفاده از روش سری‌های توانی

استاد راهنما: دکتر بهروز عسگریان

نام دانشجو: معصومه سلطانی

شماره دانشجویی: ۸۶۰۲۲۳۴

اینجانب **معصومه سلطانی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد مهندسی عمران گرایش مهندسی سازه دانشکده عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در این پایان نامه توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده مورد تائید می‌باشد و در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. به علاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین پایان نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو

حق طبع و نشر و مالکیت نتایج

۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می‌باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده عمران دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می‌باشد.

۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی می‌باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست. همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

تشکر و قدردانی:

استاد محترم راهنما، جناب آقای دکتر بهروز عسگریان، استاد محترم جناب آقای دکتر تومانیان، استاد محترم جناب آقای دکتر قره باغی، پدر، مادر و برادرم و ....

این یک صفحه کاغذ حقیرتر از آن است که بتواند وسعت حس قدردانی من از شما را در دل خود جای دهد.

چکیده:

از اواسط قرن ۱۸ میلادی، پدیده پایداری و کمانش ستون‌ها در بسیاری از تحقیقات آزمایشگاهی و تئوری مورد بررسی قرار گرفت. در بسیاری از موارد با رسم نمودار لنگر خمشی برای ستون کمانش یافته تحت بار محوری فشاری مشخص می‌گردد که ستون‌های منشوری برای تحمل لنگر خمشی و نیروی فشاری، همواره اقتصادی‌ترین اعضاء نیستند. در چنین حالتی، استفاده از اعضای غیرمنشوری می‌تواند پایداری سازه را بهبود بخشد و موجب کاهش وزن عضود بعلت استفاده بهینه از مصالح گردد.

همواره در بحث تحلیل و طراحی سازه‌های گوناگون دو موضوع مد نظر می‌باشد: (۱) توانایی یک سازه برای حمل یک بار مشخص بدون اینکه تنش‌های بیش از حد مجاز بر اساس تئوری‌های حاکم بر مقاوت سازه، در آن به وجود آید. (۲) قابلیت یک سازه برای تحمل یک بار مشخص بدون آن که تغییر شکل‌های غیر قابل قبول در آن ایجاد گردد. در این پایان نامه پایداری ارتجاعی اعضای منشوری و غیرمنشوری و یا به عبارت دیگر توانایی سازه برای تحمل معین بدون هیچ گونه تغییر شکل هندسی آن مورد توجه قرار می‌گیرد.

اولین و مهم‌ترین گام برای تحلیل ارتعاشی و کمانشی اعضای غیرمنشوری، حل معادله دیفرانسیل خطی حاکم بر آن سیستم سازه‌ای می‌باشد. بسط سری‌های توانی یکی از بهترین روش‌ها برای حل معادلات دیفرانسیل خطی با مرتبه‌های بالا و ضرایب متغیر می‌باشد. روش حل مبتنی بر این اندیشه است که جواب معادله به صورت یک سری توانی بر حسب x نوشته شود. پس از محاسبه‌ی جواب معادله دیفرانسیل پایداری و یا ارتعاشی حاکم بر سیستم تحلیلی مد نظر، گام بعدی تعیین مقدار بار بحرانی کمانش و یا فرکانس طبیعی ارتعاش آن سازه می‌باشد. در این پایان نامه، با استفاده از بسط سری‌های توانی، بار کمانشی و فرکانس ارتعاشی تیر ستون‌های غیر منشوری متکی بر بستر الاستیک، تیر تیموشنکو مستقر بر بستر الاستیک دو پارامتری و همچنین بار کمانش پیچشی و جانبی تیرهای غیرمنشوری به کمک روش‌هایی چون روش انرژی، تحلیل ماتریسی و یا حل معادله دیفرانسیل پایداری حاکم بر آن سیستم تعیین شده است. نتایج نشان دهنده کارایی استفاده از روش سری‌های توانی در حل معادلات دیفرانسیل تعادل و بدست آوردن مقادیر بار بحرانی و فرکانس‌های طبیعی ارتعاش در اعضاء غیرمنشوری می‌باشد.

فهرست مطالب:

فصل اول- کلیات ۱

۱-۱- مقدمه ۲

۱-۲-کمانش خطی سازه‌ها ۲

۱-۳- اعضای غیرمنشوری ۴

۱-۳-۱-کمانش ستون‌های با مقطع عرضی متغیر ۴

۱-۴- تئوری تیر اولر- برنولی ۵

۱-۴-۱- معادله تیر ۵

۱-۴-۲- ملاحظات مرزی ۶

۱-۴-۳- ملاحظات بارگذاری ۷

۱-۵- تئوری تیر تیموشنکو ۹

۱-۶- کمانش پیچشی جانبی ۱۱

۱-۷- لزوم انجام این مطالعه ۱۲

۱-۸- روش انجام این مطالعه ۱۲

۱-۹- ساختار این پایان نامه ۱۴

فصل دوم- مروری بر کارهای انجام شده قبلی ۱۶

۲-۱- مقدمه ۱۷

۲-۲- بررسی بار کمانشی تیر- ستون‌های غیرمنشوری ۱۷

۲-۳- بررسی بار کمانشی تیر تیموشنکو غیرمنشوری ۳۵

۲-۴- بررسی بار کمانش پیچشی جانبی ستون‌ها ۳۸

فصل سوم- آنالیز کمانشی و ارتعاشی تیر ستون‌های غیرمنشوری متکی بر بستر الاستیک ۴۲

۳-۱- مقدمه ۴۳

۳-۲- معرفی روش ۴۴

۳-۳- معادله دیفرانسیل حرکت ۴۴

۳-۴- روش انرژی ۵۰

۳-۵- نتایج عددی ۵۲

۳-۵-۱- معرفی اجمالی نرم افزار MATLAB ۵۲

۳-۵-۲- مدل سازی تیر ستون های غیرمنشوری در نرم افزار Ansys ۵۴

۳-۵-۳- مثال ۱ ۵۵

۳-۵-۴- مثال ۲ ۵۸

۳-۵-۵- مثال ۳ ۶۱

۳-۶- جمع بندی ۶۲

فصل چهارم- تحلیل کمانشی و ارتعاشی اعضای غیرمنشوری با استفاده از روش ماتریسی ۶۳

۴-۱- مقدمه ۶۴

۴-۲- تحلیل کمانشی بر اساس روش ماتریسی ۶۵

۴-۳- معرفی روش ۶۶

۴-۴- معادله دیفرانسیل مرتبه چهار پایداری ۶۷

۴-۵- تابع شکل ۷۴

۴-۵-۱- شرایط تابع شکل ۷۴
۴-۶- اصل کار مجازی ۷۷
۴-۷- ماتریس سختی عضو ۷۸
۴-۸- ماتریس جرم سازگار (Consistant- Mass Matrix) ۷۹
۴-۹- ماتریس سختی هندسی ۷۹
۴-۱۰- نتایج عددی ۸۱
۴-۱۰-۱- مثال ۱ ۸۱
۴-۱۰-۲- مثال ۲ ۸۳
۴-۱۰-۳- مثال ۳ ۸۵
۴-۱۰-۴-مثال ۴ ۸۷
۴-۱۰-۵- مثال ۵ ۹۰
۴-۱۱- جمع بندی ۹۲

فصل پنجم- تحلیل کمانشی و ارتعاشی تیر تیموشنکو غیرمنشوری متکی بر بستر الاستیک دو پارامتری ۹۳

۵-۱- مقدمه ۹۴
۵-۲- معادله دیفرانسیل تیر تیموشنکو بر بستر الاستیک دو پارامتری ۹۴
۵-۳- مثال‌های عددی ۱۰۴
۵-۳-۱- مثال ۱ ۱۰۴
۵-۳-۲- مثال ۲ ۱۰۵
۵-۳-۳- مثال ۳ ۱۰۸
۵-۴- جمع بندی ۱۰۹

فصل ششم- آنالیز کمانش پیچشی و جانبی تیر غیرمنشوری ۱۱۰

۶-۱- مقدمه ۱۱۱

۶-۲- کمانش پیچشی ۱۱۱

۶-۳- کمانش جانبی ۱۱۲

۶-۴- معادلات دیفرانسیل برای کمانش پیچشی جانبی یک تیر متکی بر بستر الاستیک ۱۱۴

۶-۴-۱- مقطع عرضی با دو محور تقارن ۱۱۵

۶-۴-۲- مقطع عرضی با یک محور تقارن ۱۱۵

۶-۵- مثال‌های عددی ۱۲۶

۶-۵-۱- مثال ۱ ۱۲۶

۶-۵-۲- مثال ۲ ۱۲۷

۶-۵-۳- مثال ۳ ۱۲۸

۶-۵-۴- مثال ۴ ۱۳۰

۶-۶- جمع بندی ۱۳۱

فصل هفتم- نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات ۱۳۲

۷-۱- نتایج ۱۳۳

۷-۲- ارائه پیشنهادات جهت ادامه کار ۱۳۵

پیوست۱- $y_i \ (i=1,2,3,4)$ و درایه‌های ماتریس سختی ارائه شده توسط Alsadder که با استفاده از نرم افزار Matlab تعیین شده‌اند. ۱۳۸

پیوست۲- چند جمله اول از سری توانی استفاده شده برای حل معادله دیفرانسیل مرتبه چهار حرکت $(y_i \ (i=1,2,3,4))$ که با ۱۴۱

استفاده از نرم افزار **Matlab** به صورت پارامتریک تعیین شده‌اند.

پیوست۳- چند جمله اول از تابع تغییر شکل حاکم بر تیر ستون ۱۴۳

غیرمنشوری متکی بر بستر الاستیک $(y_i \ \ (i=1,2,3,4))$ که با

استفاده از نرم افزار **Matlab** به صورت پارامتریک تعیین شده‌اند.

پیوست۴- چند جمله اول از توابع توصیف کننده تغییر شکل ۱۴۶

حاکم بر تیر تیموشنکو Φ_i ، W_i $(i=0,1,2,3)$ و U_i ، $(i=0,1)$

که با استفاده از نرم افزار **Matlab** به صورت پارامتریک تعیین شده‌اند.

پیوست۵- چند جمله اول از توابع تغییر شکل V_i ، W_i $(i=0,1,..,7)$ و ۱۵۱

θ_i $(i=0,1,..,11)$ که با استفاده از نرم افزار **Matlab**

به صورت پارامتریک تعیین شده‌اند.

منابع و مراجع ۱۵۶

فهرست اشکال:

فصل اول

شکل ۱-۱- ستون یک سر گیردار تحت بار محوری فشاری P ۳

شکل ۲-۱- تیر اولر یک سر گیردار [۴] ۷

فصل دوم

شکل ۱-۲- هندسه و قرارداد علامت گذاری یک ستون غیرمنشوری[۱۳] ۱۸

شکل ۲-۲- ستون دو سر مفصل با سطح مقطع متغیر[۱۴] ۲۰

شکل ۳-۲- مدل تحلیلی ارائه شده برای نیمی از عضو[۱۴] ۲۰

شکل ۴-۲- تغییرات جرم ستون پله‌ای نسبت به بار کمانشی متناظر با آن[۱۴] ۲۲

شکل ۵-۲- خصوصیات هندسی مدل (a) و قرار داد علامت و بارگذاری (b) [۱۰] ۲۳

شکل ۶-۲- ضریب طول موثر (k) برای ستون های تحت بار محوری کمانشی برای $C_i = 0.25$ (a) و $C_i = 1$ (b) در صورتی که جلوی تغییر مکان جانبی گرفته شده باشد و همچنین $l_i = 1$ و $e_i = 0$ [۱۰] ۲۴

شکل ۷-۲- خصوصیات هندسی ستون ماهیچه‌ای خطی با سطح مقطع I شکل و ستون معادل با سطح مقطع یکنواخت[۶] ۲۵

شکل ۸-۲- گراف‌های طراحی بی‌بعد برای ستون های ماهیچه‌ای خطی با شرایط تکیه‌گاهی مختلف که از تغیر مکان جانبی جلوگیری شده است.[۶] ۲۵

شکل ۹-۲- تیر ستون غیرمنشوری تحت بارگذاری محوری[۸] ۲۶

شکل ۱۰-۲- نیروهای وارده و نحوه تغییر شکل عضو در مختصات محلی عضو غیرمنشوری[۹] ۲۷

شکل ۱۱-۲- (a) ستون ماهیچه‌ای، (b) ستون پله‌ای، (c) سطح مقطع I شکل با ارتفاع جان متغیر[۱۲] ۲۸
شکل ۱۲-۲- تغییرات ارتفاع جان دریک عضو با ممان اینرسی متغیر در طول عضو [۷] ۳۰
شکل ۱۳-۲- نیروها و تغییر شکل عضو با در نظر گرفتن نیروی محوری وارد بر آن [۷] ۳۰
شکل ۱۴-۲- قاب شیبدار با اعضای ماهیچه‌ای[۷] ۳۱
شکل ۱۵-۲- فرم تغییر شکل و نیروهای داخلی نیمی از قاب متقارن با تکیه‌گاه‌های مفصلی[۷] ۳۱
شکل ۱۶-۲- نمودار بی‌بعد برای محاسبه بار کمانشی قاب شیبدار با اعضای ماهیچه‌ای و تکیه‌گاه‌های مفصلی [۷] ۳۲
شکل ۱۷-۲- نمودار بی‌بعد برای محاسبه بار کمانشی قاب شیبدار با اعضای ماهیچه‌ای و تکیه‌گاه‌های گیردار[۷] ۳۳
شکل ۱۸-۲- مدل سه بعدی از تیر ستونی که سختی خمشی آن به صورت پله‌ای تغییر می‌کند.[۱۱] ۳۳
شکل ۱۹-۲- (الف) تیر تیموشنکو مورد مطالعه، (ب) دیاگرام آزاد المانی به طول dx که تحت نیروی محوری مماس به محور تیر است. (ج) دیاگرام آزاد المانی به طول dx که تحت نیروی. محوری عمود بر نیروی برشی می‌باشد. [۱۸] ۳۵
شکل ۲۰-۲- تیر جدارنازک ماهیچه‌ای[۲۰] ۳۹
شکل ۲۱-۲- المان تیر تحت نیروی محوری و پیچشی[۱۹] ۴۰

فصل سوم

شکل ۱-۳- فرم تغییر شکل تیر الاستیک مستقر بر روی بستر الاستیک ۴۳
شکل ۲-۳- تیر ستون غیرمنشوری بر روی بستر الاستیک، تحت بار گسترده دینامیکی و بار محوری استاتیکی ۴۴

شکل ۳-۳- فرم تغییر شکل یافته عضو به همراه نیروهای انتهایی در مختصات محلی ۴۸
شکل ۳-۴- مدل تحلیلی برای آنالیز کمانشی تیر یک سر گیردار ۵۰
شکل ۳-۵- ستون‌های غیرمنشوری با شرایط مرزی متفاوت، (الف) یک سر گیردار، ۵۶
(ب) دو سر مفصل، (ج) یک سر گیردار- یک سر مفصل، تحت بار متمرکز فشاری P
شکل ۳-۶- ستون پله‌ای دو سر مفصل تحت بار متمرکز فشار ۵۹
شکل ۳-۷- تیر ستون غیرمنشوری بر روی بستر الاستیک ۶۱
و تحت بار گسترده یکنواخت محوری S و با شرایط مرزی مختلف
(الف) یک سر گیردار - یک سر آزاد؛ (ب) دو سر مفصل. (مثال ۳)

فصل چهارم

شکل ۴-۱- تیر ستون غیرمنشوری بر روی بستر الاستیک دو پارامتری، ۶۸
تحت بار گسترده جانبی و نیروی محوری استاتیک
شکل ۴-۲- فرم تغییر شکل یافته عضو با توجه به چهار درجه آزادی ۶۹
شکل ۴-۳- (الف) تیر تحت اثر انتقال بدون دوران در گره ۱ ۶۹
(ب) تیر تحت اثر دوران و بدون انتقال جانبی در گره ۱
(ج) تیر تحت اثر انتقال جانبی و بدون دوران در گره ۲
(د) تیر تحت اثر دوران و بدون انتقال جانبی در گره ۲
شکل ۴-۴- فرم تغییر شکل یافته عضو غیرمنشوری به همراه ۷۴
نیروهای گره‌ای در مختصات محلی
شکل ۴-۵- مراحل مختلف تحلیل ارتعاشی و یا پایداری ۸۰
شکل ۴-۶- بررسی عملکرد روش ارائه شده در تعیین بار ۸۳
بحرانی کمانش اعضای منشوری
شکل ۴-۷- بررسی عملکرد روش ارائه شده در تعیین ۸۴

فصل پنجم

شکل ۱-۵- تیر تیموشنکو غیرمنشوری متکی بر بستر الاستیک دو پارامتری، تحت بار گسترده جانبی دینامیکی ، نیروی محوری گسترده و نیروی استاتیکی $F(x)$ ۹۵

شکل ۲-۵- قطعه‌ای از تیر به طول dx تحت بار محوری $(\eta = 0)$ یا مماسی $(\eta = 1)$ [۱۷] ۹۶

شکل ۳-۵- ستون یک سر گیردار (الف)، ستون یک سر گیردار- یک سر مفصل (ب) تحت بار متمرکز استاتیکی P و بار گسترده مماسی S (مثال ۲) ۱۰۶

شکل ۴-۵- قاب تحت بار P : (الف) بدون انتقال افقی در گره ۱، (ب) همراه با انتقال افقی در گره ۱ [۱۷] ۱۰۹

فصل ششم

شکل ۱-۶- کمانش پیچشی یک میله متقارن دوبله و به شکل صلیب[۴] ۱۱۲

شکل ۲-۶- کمانش جانبی تیرها تحت بار متمرکز جانبی[۱] ۱۱۳

شکل ۳-۶- سطح مقطع تیر تحت کمانش پیچشی متکی بر بستر الاستیک[۱] ۱۱۴

شکل ۴-۶- تیر طره‌ای با سطح مقطع یکنواخت تحت بار متمرکز جانبی Q[۲۰] ۱۲۶

شکل ۵-۶- ستون ماهیچه‌ای با سطح مقطع I شکل تحت بار جانبی P[۲۰] ۱۲۷

شکل ۶-۶- تیر جدار نازک دو سر مفصل با نیمرخ I شکل: خصوصیات هندسی، مصالح و بارگذاری[۲۰] ۱۲۸

شکل ۷-۶- تیر جدار نازک ماهیچه‌ای با نیمرخ متقارن I شکل تحت بار جانبی متمرکز در انتهای آزاد خود [۲۰]. ۱۳۰

فصل هفتم

فهرست جداول:

فصل اول

فصل دوم

فصل سوم

جدول ۱-۳- فرکانس طبیعی ارتعاش (ω) برای ستون های غیرمنشوری با شرایط مرزی متفاوت ، مطابق با شکل (۵-۳) ۵۷

جدول ۲-۳- ضریب بار بحرانی کمانش (λ_{cr}) برای ستون‌های غیرمنشوری با شرایط مرزی متفاوت ۵۸

جدول ۳-۳- فرکانس طبیعی ارتعاش (ω) برای ستون‌های پله‌ای با طول سخت شدگی مختلف ۵۹

جدول ۴-۳- بار کمانشی (P_{cr}) برای ستون پله‌ای دو سر مفصل با طول سخت شدگی متفاوت تحت بار محوری فشاری ۶۰

جدول ۵-۳- فرکانس طبیعی ارتعاش (ω) برای ستون‌های ماهیچه‌ای متکی بر بستر الاستیک ۶۲

جدول ۶-۳- بار کمانشی (S_{cr}) برای ستون‌های ماهیچه‌ای رسم شده در شکل (۷-۳) ۶۲

فصل چهارم

جدول ۱-۴- ضریب بار کمانشی (λ_{cr}) برای ستون‌های رسم شده در شکل (۵-۳) تحت بار محوری فشاری ۸۲

جدول ۲-۴- مقایسه نتایج حاصله از تحلیل کمانشی ستون‌های مختلف ۸۶

به وسیله روش عددی معرفی شده با نتایج سایر مراجع
جدول ۳-۴- مقایسه نتایج حاصله از آنالیز کمانشی برای قاب‌های فولادی ۸۸
رسم شده با نتایج بدست آمده از سایر روش‌های عددی موجود
جدول ۴-۴- مقایسه نتایج حاصله از آنالیز ارتعاشی برای ستون‌های ۹۱
رسم شده با نتایج بدست آمده از سایر روش‌های عددی موجود

فصل پنجم

جدول ۱-۵- فرکانس طبیعی ارتعاش (ω) برای ستون های دو سر مفصل ۱۰۵
و یک سر گیردار مطرح شده در (مثال ۱) تحت ارتعاش آزاد
جدول ۲-۵- فرکانس طبیعی ارتعاش (ω) برای ستون با تکیه‌گاه ۱۰۷
گیردار تحت بار گذاری مختلف
جدول ۳-۵- پارامتر بار محوری بحرانی (P_{cr}) ستون با شرایط ۱۰۷
مرزی مختلف تحت بار محوری فشاری
جدول ۴-۵- پارامتر بار محوری بحرانی (S_{cr}) برای ۱۰۸
ستون‌های مختلف تحت بار گسترده مماسی S
جدول ۵-۵- بار بحرانی کمانش (P_{cr}) برای قاب رسم شده در شکل (۴-۵) (مثال ۳) ۱۰۹

فصل ششم

جدول ۱-۶- بار کمانش پیچشی جانبی برای تیر طره‌ای رسم شده در شکل (۴-۶) ۱۲۷
جدول ۲-۶- بار کمانش پیچشی جانبی برای ستون ماهیچه‌ای رسم شده در شکل (۵-۶) ۱۲۸
جدول ۳-۶- بار بحرانی کمانش پیچشی جانبی تیر جدار نازک دو سر مفصل (۶-۶) ۱۲۹
جدول ۴-۶- بار کمانش پیچشی جانبی تیر جدار نازک ماهیچه‌ای ۱۳۰

فصل اول

کلیات

۱-۱- مقدمه

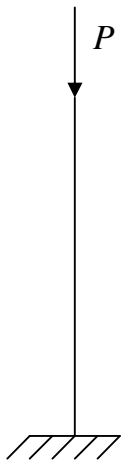
ستون‌ها (colums) اعضای قائمی هستند که تحت بارهای محوری فشاری قرار دارند، که معمولاً قسمت خیلی مهم یک سازه را تشکیل می‌دهند، زیرا شکست ستون معمولاً آثار فاجعه انگیزی به بار می‌آورد . بعلاوه، طرح ستون‌ها نسبت به طرح تیرهای تحت خمش و یا میله‌های تحت پیچش مشکل‌تر است زیرا رفتار آن‌ها پیچیده‌تر می‌باشد. اگر طول ستون زیاد باشد ممکن است در اثر کمانش (Buckling)، یعنی در اثر خمش و تغییر مکان جانبی زیاد، شکست بخورد تا تحت فشارمستقیم. بسته به لاغری ستون، کمانش ممکن است ارتجاعی یا غیر ارتجاعی باشد.

تقریباً اکثر اعضای سازه‌ها، تحت اثر توأم لنگر خمشی و نیروی محوری (چه کششی و چه فشاری) می‌باشند. وقتی که اثر یکی از نیروهای فوق کوچک باشد، در طراحی از آن نیرو صرف نظر شده و عضو برای لنگر خمشی یا نیروی محوری تنها طراحی می‌شود. در عمل حالات متفاوتی وجود دارد که اثر هیچکدام از نیروها قابل اغماض نبوده و عضو باید برای اثر توأم نیروی محوری و لنگر خمشی طرح گردد. اعضایی که تحت اثر توأم نیروی محوری و لنگر خمشی قرار دارند، تیر ستون (Beam-column) نامیده می‌شوند. وقتی که نیروی محوری کششی با لنگر خمشی توأم است، احتمال ناپایداری کاهش می‌یابد و غالباً تسلیم بر پایه مقاومت نهایی مقطع می‌باشد. در صورت ترکیب لنگر خمشی با نیروی محوری فشاری، احتمال کمانش افزایش می‌یابد. در این حالت علاوه بر خمش اولیه، یک خمش ثانویه که مساوی است با حاصل ضرب نیروی محوری فشاری در تغییر مکان جانبی ناشی از خمش می‌باشد، در عضو بوجود می‌آید.[۲۶]

۱-۲- کمانش خطی سازه‌ها

بار بحرانی ستون را می‌توان مستقیماً با مطالعه رفتار یک ستون ایده‌آل بدست آورد. فرض می‌شود، ستون مورد نظر کاملاً مستقیم و تحت یک بار فشاری مرکزی (باری که از مرکز سطح مقطع عرضی آن عبور کند) قرار داشته باشد. ابتدا ستون ایده‌آل لاغری به طول L که در انتهای تحتانی خود دارای تکیه‌گاه گیردار و در انتهای فوقانی آزاد می‌باشد مطابق با (شکل(۱-۱)) در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود، ستون از مصالح ارتجاعی خطی ساخته شده باشد. اگر بار محوری P کمتر از بار بحرانی

باشد، میله مستقیم باقی می‌ماند و فقط تحت فشار محوری قرار می‌گیرد. این شکل مستقیم تعادل پایدار می‌باشد و این بدان معنی است که اگر بر ستون نیروی جانبی وارد شود و تغییر مکان کوچکی ایجاد گردد، وقتی که نیروی جانبی برداشته شود، تغییر مکان ستون از بین رفته و ستون مجدداً به حالت مستقیم در می‌آید. اما با افزایش تدریجی بار P وقتی که این بار برابر P_{cr} می‌گردد، ستون یک حالت تعادل خنثی پیدا می‌کند. ستون تحت اثر بار مزبور به طور تئوری می‌تواند هر تغییر مکان کوچکی داشته باشد و نیروی جانبی کوچک در ستون تغییر مکانی ایجاد خواهد کرد که پس از برداشتن نیروی جانبی از بین نخواهد رفت. ستون تحت اثر بارهای بیشتر از بار بحرانی کمانشی ناپایدار است و فرو خواهد ریخت. این پدیده ناپایداری به کمانش موسوم می‌باشد و می‌توانیم بگوییم که ستون تحت اثر بار بحرانی کمانه می‌کند یا ناپایدار می‌شود. در رفتار فشاری به دلیل پدیده کمانش خصوصیات فیزیکی عضو تعیین کننده نیست، بلکه رسیدن به مد شکست کمانش محدوده‌ای را برای عضو ایجاد می‌کند. به همین علت باید دقت کنیم، به همان میزان که عضو رفتار کششی در حالت غیر خطی دارد، در رفتار فشاری به علت کمانش نمی‌تواند یک عضو شکل پذیر باشد. پس در رفتار فشاری به دلیل کمانش، ظرفیت شکل پذیری عضو پائین می‌باشد.[۲۷]



شکل ۱-۱- ستون یک سر گیردار تحت بار محوری فشاری P