دانشگاه زنجان

دانشکده‌ی علوم- گروه فیزیک

پایان‌نامه ی کارشناسی ارشد

دینامیک کوانتومی گاز بوزونی در پتانسیل‌های چندگانه کج شده‌ی یک بعدی

سیده حمیده کاظمی

استاد راهنما:

دکتر سعید قنبری

استاد مشاور:

دکتر علی رضا ولی زاده

بهمن ۱۳۸۹

دانشگاه زنجان

دانشکده علوم

رساله ی کارشناسی ارشد

دینامیک کوانتومی گاز بوزونی در پتانسیل‌های چندگانه کج شده‌ی یک بعدی

نگارش: سیده حمیده کاظمی

استاد راهنما: دکتر سعید قنبری امضاء:

استاد ممتحن داخلی: دکتر قدیر محمدخانی امضاء:

استاد ممتحن خارجی: دکتر ملکی امضاء:

کی رفته ای ز دل که تمنا کنم تورا

کی بوده ای نهفته که پیدا کنم تورا...

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

همسر مهربانم

سپاس‌گزاری

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را زیور عقل آراست.

در آغاز وظیفه خود می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استاد راهنمای خود جناب آقای دکتر قنبری، صمیمانه تشکر و قدردانی کنم که قطعاً بدون راهنمایی‌های ارزنده ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید.

از جناب آقای دکتر ولی زاده که زحمت مطالعه و مشاوره این رساله را تقبل فرمودند کمال امتنان را دارم.

همچنین لازم می‌دانم از جناب آقای دور، به خاطر پاسخ‌گویی به سوالاتم در مورد نمایش P پیمانه ای کمال قدردانی را داشته باشم.

سیده حمیده کاظمی

بهمن ۱۳۸۹

چکیده

تصویر چند ترازه از یک پتانسیل دو چاهه ی کج شده برای ایجاد کامپیوتر کوانتومی، حسگر گرانشی بر روی تراشه اتمی و مطالعه ی پدیده‌های انتقال کوانتومی مفید است. کجی، اختلاف پتانسیل بین دو چاه است که در واقع خطای سیستماتیک یا اختلافی که به طور عمدی وارد شده است را نشان می دهد.

ما دراین پایان نامه، دینامیک گاز بوزونی برهم کنشی در پتانسیل‌های یک بعدی متشکل از ۲، ۳ و ۴ چاه کج شده را با روش P پیمانه ای بررسی می کنیم. گاز بوزونی کوانتومی را در آنسامبل کانونی بزرگ در نظر گرفته و با استفاده از مدل بوز- هابارد گونه ای که دینامیک اتم های فوق سرد را در پتانسیل های تناوبی توصیف می کند، این گونه اتم ها را در دمای محدود شبیه سازی می کنیم. ما برای شبیه سازی از نرم افزار $XMDS$ که کد $C++$ تولید می کند استفاده می کنیم.

در قسمت اول پایان نامه، با در نظر گرفتن هامیلتونی تک ترازه این مدل، کمیت های مختلفی مانند تعداد ذرات، انحراف معیار تعداد ذرات و همدوسی بین نقاط برای دماهای مختلف و مقادیر مختلف کج شدگی را به دست می آوریم. همان طور که انتظار می رفت با افزایش کجی، همدوسی بین نقاط کاهش می یابد.

در قسمت دوم، تقریب دو ترازه از این هامیلتونی بررسی شده است. تعداد متوسط ذرات، انحراف معیار و همدوسی بین سایت ها در دمای متناهی برای این مدل به دست آمده است. نتایج به دست آمده با تقریب تک ترازه مطابقت کامل داشته و همان طور که انتظار می رفت با افزایش دما، تطابق بیشتری وجود دارد. نتایج مربوط به این حالت مشابه حالت تک ترازه است.

واژگان کلیدی: چگاله‌های بوز- اینشتین، مدل بوز- هابارد، پتانسیل های کج شده، روش P پیمانه ای، معادلات دیفرانسیل تصادفی.

فهرست مطالب

۱ مقدمه **۱**

۱.۱ چگالهی بوز- اینشتین ۱

۱.۱.۱ شبکه های اپتیکی ۶

۲.۱.۱ کاربرد شبکه های اپتیکی ۷

۲ نمایش P پیمانه ای **۱۱**

۱.۲ شبیه سازی هایِ بس ذره ای ۱۱

۲.۲ نمایش های فضای فازی ۱۶

۱.۲.۲ مقدمه ۱۶

۲.۲.۲ یک مثال: P مثبت ۱۷

۳.۲ معادله های تصادفی ۱۹

۴.۲ نمایشP پیمانه ای ۲۱

۱.۴.۲ خواص نمایش P پیمانه ای ۲۲

۳ بوزون های فوق سرد در چاه های دوگانه **۲۵**

۱.۳ چاه دوگانه ۲۵

۲.۳ هامیلتونی بوز- هابارد ۲۸

۳.۳ شبیه سازی مدل بوز- هابارد ۳۱

۱.۳.۳ چاه دو گانه ۳۱
۲.۳.۳ پتانسیل های سه و چهار چاهه ۴۰
۴.۳ نتایج شبیه سازی ۴۲
۱.۴.۳ چاه پتانسیل دو گانه ی کج شده ی یک ترازه ۴۲
۲.۴.۳ چاه پتانسیل دو گانه کج شده ی دو ترازه ۴۵
۳.۴.۳ چاه های پتانسیل سه و چهار گانه ی کج شده ۴۵

لیست تصاویر

۱.۳ طرح واره ای از یک چاه پتانسیل دوگانه. ۲۷

۲.۳ مقایسه بین نتایج شبیه سازی و حل دقیق عددی برای مقدار متوسط ذرات $\langle \hat{n}_1 \rangle$ و $\langle \hat{n}_2 \rangle$ برای $n_\cdot = 2$، $U = 0/5$، $J = 0$ و $\mu_T = 0/5$. ۴۳

۳.۳ نتایج شبیه سازی برای متوسط تعداد ذرات، انحراف معیار، انحراف معیار برای حالت همدوس و حالت گرمایی ۴۳

۴.۳ مقایسه ی تعداد ذرات چاه دوگانه ی متقارن و کج شده ۴۴

۵.۳ همدوسی نسبی بین چاه یک و دو ۴۵

۶.۳ مقایسه نتایج شبیه سازی چاه دوگانه دو ترازه و یک ترازه ۴۶

۷.۳ انحراف معیار برای دو مقدار متفاوت J و برای $M = 3,4$ ۴۶

۸.۳ $\langle \hat{n}_r \rangle$ برای مقادیر کج شدگی $\Delta V = 0/1, 0/01$ ۴۷

۹.۳ نتایج شبیه سازی برای $\langle \hat{n}_r \rangle$، $\langle \hat{n}_c \rangle$، $\langle \hat{n}_l \rangle$، Δn_r، Δn_{coh} و Δn_{th} ۴۷

فصل ۱

مقدمه

۱.۱ چگالهی بوز- اینشتین

پیش بینی چگالهی بوز- اینشتین [۱] به سال ۱۹۲۴ برمی گردد. در این سال به دنبال کار ساتیندرا بوز [۲]، فیزیک دان هندی، که قانون پلانک برای تابش جسم سیاه را با در نظرگرفتن فوتون ها به صورت گازی از ذرات یکسان به دست آورده بود، اینشتین [۳] ایده ی آماری بوز را به یک گاز ایده آل بوزونی با تعداد ذرات ثابت تعمیم داد، که نتیجه ی آن آمار بوز-اینشتین [۴] است [۱، ۲]. سپس اینشتین از این آمار نتیجه گرفت که در دماهای به اندازهی کافی پایین، کسر متناهی از کل ذرات سیستم پایین ترین حالت تک ذره ای را اشغال می کنند که به این پدیده چگالش بوز-اینشتین گفته می شود. این پدیده به فرایند تراکم گاز و تبدیل آن به مایع شبیه است، اما از نظر مفهومی، این دو فرایند کاملاً با هم متفاوت هستند. اول این که، چگالش بوز- اینشتین یک منشأ کوانتومی دارد که حتی در غیاب نیروهای بین مولکولی نیز رخ می دهد، دوم، این پدیده در فضای تکانه بهترین

---

[۱] Bose- Einestein condensate

[۲] Sateyndra Bose

[۳] Einestein

[۴] Bose- Einestein statistics

رخ داد را دارد و نه در فضای مختصات [۳]. در آن زمان این تئوری که از پیش گویی های قبلی به طور مشخص متمایز بود برای مدت ها به صورت یک سوال باقی ماند، حتی به وسیله ی نویسنده اصلی اش که در نامه ای به پاول اهرنفست [۵] چنین اظهار می کند[۴].

تئوری بسیار خوبی است اما آیا حقیقتی در آن نهفته است؟

این پدیده که نتیجه ای از آمار کوانتومی است، تنها در مورد بوزون ها، که اسپین کل آنها مضرب صحیحی از $\hbar$ است، روی می دهد. چگالهی بوز- اینشتین، اشغال بزرگ مقیاس یک تک حالت کوانتومی است. بزرگ مقیاس به این معنی است که تعداد ذرات در این تک حالت، یک کسر بزرگ متناهی از تعداد کل ذرات N است و خصوصیات آن با یک تابع موج ماکروسکوپی داده می شود. آنسامبلی از ذرات در حال تعادل با دمای T را در نظر بگیرید. در فیزیک کوانتومی هر ذره با یک بسته ی موج جایگزیده توصیف می شود که به طور میانگین گسترش این بسته ی موج دو برابر طول موج دوبروی گرمایی [۶] (λ_{dB}) است. λ_{dB}، که به جرم ذره (m) و دما (T) بستگی دارد، برابر است با

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{(۲\pi m k_B T)^{\frac{۱}{۲}}} \qquad (۱.۱)$$

که در آن، k_B ثابت بولتزمن و h ثابت پلانک است. در دمای پایین یا چگالی ذره بالا، این طول موج می تواند قابل مقایسه با فاصله متوسط بین ذرات باشد. در این ناحیه، بسته موج هر ذره با همسایه هایش همپوشانی[۷] کرده و یک گاز تبهگن کوانتومی شکل می گیرد. در گاز بوزونی در یک تله نوسانگر هماهنگ، رابطه ی بین طول موج دوبروی گرمایی و چگالی اتمی به این صورت است [۵]

$$n\lambda_{dB}^{۳} = ۱/۲۰۲. \qquad (۲.۱)$$

---

[۵] P. Ehrenfest

[۶] thermal de Broglie wavelength

[۷] overlapping

در سال ۱۹۳۸، با کشف ابرشارگی هلیوم مایع (توسط کاپیتزا و مستقلا مایسنر) لاندن [۸] ، با توجه به بوزون بودن این اتم ها و این حقیقت که دمای گذار مشاهده شده برای آن نزدیک مقدار پیش بینی شده از نظریه اینشتین بود، ارتباط بین ابرشاره هلیوم مایع و چگاله را پیشنهاد کرد [۶]. ابرشاره هلیوم دمای گذار ۲/۱۹ کلوین داشت و دارای قله ای در نمودار ظرفیت گرمای ویژه بود که با نظریات آن زمان قابل توجیه و توضیح نبود. اگرچه به خاطر برهم کنش های نسبتا قوی بین اتم های هلیوم، نمی تواند به وسیله این خاصیت که همه اتم ها در یک تک حالت کوانتومی هستند توصیف شود. اما نمونه ی اولیه ای از چگاله بود که نقش مهمی در گسترش و فهم مفاهیم فیزیکی ایفا کرد. این نکته در واقع بیانگر این حقیقت مهم است که برهم کنش های بین اتمی در مایع که موجب می شوند این طیف با طیف گاز ایده آل فرق کند، در ایجاد ابرشارگی بسیار مهم است. پس گاز ایده آل هرچند چگاله می شود، نمی تواند ابرشاره باشد. در سال ۱۹۵۹ هِشت [۹] نشان داد که هیدروژن اسپین قطبیده [۱۰] نماینده ی خوبی برای گاز بوزونی با برهم کنش ضعیف است. از آن جایی که بر هم کنش جاذبه بین دو اتم هیدروژن که اسپین آنها هم خط شده است، بسیار ضعیف بوده و تشکیل مولکول نمی دهند؛ تا دمای دلخواه پایین به صورت گاز باقی خواهند ماند [۷]. البته مشاهده ی چگاله ی بوزونی در اتم های گازی هیدروژن به دلیل ترکیب اتم ها و تشکیل مولکول های هیدروژن تا سال ۱۹۹۸ به تعویق افتاد [۸]. یکی از مشکلات رسیدن به چگاله، دمای گذار بسیار پایین برای اتم ها بود که با تکنولوژی آن زمان غیر قابل دسترس بود. در دهه ی ۱۹۸۰ تکنیک هایی مانند سردسازی لیزری [۱۱] و تله های مگنو اپتیکی [۱۲] به دام اندازی و سردسازی اتم ها را بسیار راحت تر کرد که با این روش ها به دماهایی از مرتبه ۱۰۰ میکروکلوین دست یافتند [۹]. البته سردسازی لیزری نتوانست چگالی و دمای مورد نیاز برای چگاله را ایجاد

---

[۸] Fritz London

[۹] Hecht

[۱۰] spin-polarized

[۱۱] laser-coolig

[۱۲] magneto-optical trap (MOT)

کند تا این که سردسازی تبخیری [۱۳] پیشنهاد شد [۱۰]. این روش جدید یکی از قدیمی ترین و معمول ترین پدیده های زندگی ما به شمارمی رود؛ همان اتفاقی است که در سرد کردن چای در فنجان اتفاق می افتد. در این روش، اتم های به تله افتاده ای که انرژی بالاتری از انرژی متوسط سیستم دارند، از آن خارج شده و اتم های باقی مانده که انرژی کمتری از انرژی متوسط داشته و در نتیجه انرژی کل سیستم کم می شود. در روش اخیر اتم ها ۱۰۰ مرتبه سردتر از سردسازی لیزری بودند. برای استفاده از این روش، نیاز به ایزوله سازی اتم ها است که بهترین آن استفاده از تله های مغناطیسی است.

سرانجام آزمایشگران با ترکیب سردسازی لیزری و تبخیری برای اتم های قلیایی [۱۴] موفق به تولید دما و چگالی لازم برای چگاله ها شدند [۱۱]. تحت این شرایط حالت تعادل سیستم فاز جامد است و برای مشاهده ی چگاله باید بتوان آن را در فاز شبه پایدار به مدت نسبتا طولانی نگه داشت. در گاز های سرد و رقیق به خاطر نادر بودن برخورد های سه تایی که منجر به تشکیل مولکول می شوند، این امر امکان پذیر است و طول عمر سیستم نیز به اندازه ای است که بتوان آزمایش ها را انجام داد. پیروی این پیشرفت ها، اتم های قلیایی نماینده های خوبی برای چگاله شدند؛ علاوه بر طیف ساده و مطالعه شده ی این اتم ها برای سردسازی تبخیری و بزرگی سطح مقطع برخورد آنها، گذار اپتیکی این اتم ها با لیزرهای موجود برانگیخته شده و ساختار انرژی داخلی خوبی برای سردسازی تا دماهای پایین دارند [۹، ۱۲]. سرانجام، پس از گذشت حدود ۷۰ سال از پیش گویی اینشتین، در ۵ ژوئن ۱۹۹۵ چگاله ی بوز- اینشتین در گاز های رقیق برای تقریبا ۲۰۰۰ اتم روبیدیم توسط پروفسور کترلی [۱۵]از دانشگاه ام. آی .تی و پروفسور کورنل[۱۶] از *JILA* [۱۷] با دمای گذار ۱۷۰ نانو کلوین به دست آمد [۱۲]. ۴ ماه بعد برای اتم های سدیم توسط

---

[۱۳]evaporative cooling

[۱۴]alkali atoms

[۱۵]W. Ketterle

[۱۶]E. A. Cornell

[۱۷]joint institue for laboratory astrophysics

پروفسور وایمن [18] از دانشگاه کولورادو[19] با موفقیت انجام شد [۱۳].

به خاطر این موفقیت های چشمگیر، جایزه نوبل سال ۲۰۰۱ برای ایجاد و مطالعه ی چگاله های بوز- اینشتین در گازهای رقیق به این سه فیزیک دان تعلق گرفت [۱۴، ۱۵]. در سال های بعد، چگالش بوز-اینشتین در ۹ عنصر و ۱۲ ایزوتوپ مشاهده شد [۱۶-۲۰]. با تحقق تجربی چگاله ها در گازهای اتمی رقیق، اهداف بسیاری تحقق یافته است. اول اینکه با سردسازی اتمها کنترل نهایی روی حرکت و موقعیت آنها خواهیم داشت. دوم این که یک نمونه ی همدوس ماکروسکوپیک از اتم هایی داریم که تک حالت کوانتومی را اشغال کرده اند و منجر به کشف لیزرهای اتمی شده است. یك لیزر اتمی [20] وسیله ای است با باریکه ای از اتم های همدوس با شدت بالا، مشابه اتفاقی که در لیزرهای اپتیکی برای نور می افتد، با این تفاوت که لیزرهای اپتیکی، موج های الکترومغناطیسی همدوس[21] و لیزرهای اتمی، موج های مادی همدوس[22] گسیل می کنند. سوم گازهای کوانتومی تبهگن به دست آمده دارای خواص کاملاً متمایزی از مایعات کوانتومی مانند ^{3}He هستند و زمینه ساز آزمونی برای نظریه های های بس ذره ای هستند که مدتها قبل به دست آمده بودند، اما هرگز به صورت تجربی آزمایش نشده بود. به طور کلی چگالیده یک آزمایشگاه نانو کلوینی است که برهمکنش و برخوردها در انرژی های فوق سرد را مورد مطالعه قرار می دهد [۱۸]. هم چنین ابزار مناسبی جهت کاوش و مطالعه ی پدیده های جالبی نظیر گذار از چگاله به چگالیده زوج BCS، اثرات تداخلی و بی نظمی است که در حیطه ی ابررسانایی قابل دسترس نبود [۲۱].

---

[18] C. E. Wieman

[19] Colorado

[20] atom laser

[21] coherent electromagnetic waves

[22] coherent matter waves

۱.۱.۱ شبکه های اپتیکی

بعد از تحقق تجربی چگالیده ها، اتم های فوق سرد جهت مطالعه‌ی بسیاری از پدیده های فیزیکی با کنترل پذیری باورنکردنی به کار گرفته شدند. یکی از ابزارهای مهم و بسیار کنترل پذیر برای این مطالعات، شبکه های اپتیکی [۲۳] است. این شبکه ها آرایه هایی شبیه کریستال از پتانسیل های اپتیکی هستند، که در آنها شدت و یا قطبش نور به صورت تناوبی تغییر می کند. برای تجسم بهتر، می توان پتانسیل اپتیکی را شانه ی تخم مرغ و اتم ها را توپ های کوچک درآن فرض کرد. چگالیده ی بوز- اینشتین در شبکه های اپتیکی زمینه ی غنی و مناسبی برای مطالعه ی پدیده های مختلفی از فیزیک نظیر فیزیک حالت جامد، فیزیک اتمی و فرآیندهای اطلاعات کوانتومی [۲۴] فراهم می کند. همچنین این شبکه ها جهت به دام اندازی اتم ها نیز به کار گرفته می شود [۲۹-۲۲] . اتم های سرد برهم کنش کننده با پتانسیل اپتیکی، از جنبه های بسیاری شبیه به الکترون در کریستال جامد هستند. هرچند این شبکه ها چندین حسن نسبت به سیستم های حالت جامد دارند. شبکه های اپتیکی از نقیصه [۲۵] و ناخالصی به دور هستند؛ وجود این نقیصه ها مانع مشاهده ی نوسان های بلوخ [۲۶] در کریستال های جامد می شد. علاوه براین این شبکه ها را به راحتی می توان با تغییر خصوصیات لیزر کنترل کرد. برای مثال، با تغییر شدت لیزر عمق شبکه را کنترل می کنند که چنین کنترلی می تواند در گذار ابرشاره به عایق مات [۲۷] مورد استفاده قرار بگیرد [۲۵، ۲۶]. هندسه ی این شبکه ها نیز با تغییر قطبش لیزر قابل تنظیم است. هم چنین حرکت آنها با تغییر قطبش نور یا فرکانس لیزر امکان پذیر است. علاوه بر این قدرت و حتی علامت برهمکنش های اتمی با تشدید فشباخ [۲۸] قابل تنظیم است. [۲۷، ۲۸] حتی می توان پتانسیل شبکه را حین

---

[۲۳] optical lattices

[۲۴] quantum information processing

[۲۵] defects

[۲۶] Bloch oscillations

[۲۷] superfluid to mott insulator quantum phase transition

[۲۸] Feshbach resonance

آزمایش تغییر داد و یا خاموش کرد که لااقل مورد اخیر در هیچ آزمایش حالت جامدی ممکن نیست [۲۲-۲۴] .

چگونه می توان از لیزرها شبکه اپتیکی ساخت؟

اتم ها در میدان باریکه لیزر تحت تاثیر نیروهای دوقطبی [۲۹] و پراکندگی قرار می گیرند. نیروی دوقطبی که ناشی از برهمکنش پایستار [۳۰] میدان و اتم و نیروی پراکندگی ناشی از برهمکنش اتلافی [۳۱] آن ها است. این نیرو از جذب فوتون توسط اتم و تابش خود به خودی فوتون ناشی می شود که در اثر انتقال تکانه ی ناشی از این جذب و گسیل خود به خودی، نیروی اتلافی ای به اتم ها وارد می شود که می توان از این نیرو در روش سردسازی لیزری استفاده کرد. مؤلفه ی پایستار، ناشی از بر هم کنش میدان نور با ممان دوقطبی مغناطیسی القا شده در اتم است. اگر اتم ها به جای یک میدان تک فام، با بر هم نهی چندین باریکه ی نور روشن شوند از طرح تداخلی آن ها شبکه ی اپتیکی ایجاد می شود.

۲.۱.۱ کاربرد شبکه های اپتیکی

در سال ۱۹۹۵ بِرنن نشان داد که اتم های به دام افتاده در شبکه های اپتیکی می توانند درگاه های منطقی [۳۲] کوانتومی باشند، بنابراین، این سیستم ها نماینده ی خوبی برای کامپیوترهای کوانتومی [۳۳] هستند [۲۶، ۳۰، ۳۱]. به خاطر این که امکان نگه داری تک اتم ها در سایت های مجزا با دقت بالایی وجود دارد، بنابراین امکان ایزوله سازی و دستکاری جفت اتم های محبوس در این شبکه ها برای ایجاد درگاه های کوانتومی وجود خواهد داشت [۳۲-۳۴]. تداخل سنج های امواج مادی به عنوان ابزار استانداردی جهت اندازه گیری بسیار دقیق نیروها و فواصل کوچک مورد استفاده

---

[۲۹] dipole force

[۳۰] conservative

[۳۱] dissipative

[۳۲] gate

[۳۳] quantum computers

قرار می گیرند. چگاله در پتانسیل های چندچاهه، انقلابی در گرانش سنجی به پا کرده است. سنسورهای [۳۴] ساخته شده براساس چگاله در چاه های دوگانه، حساسیت بی سابقه ای به گرانش داشته و این حساسیت موجب پیداکردن انحراف قانون گرانش نیوتن در فواصل بسیار نزدیک شده است [۳۵]. هم چنین به خاطر شباهت اتم های فوق سرد در شبکه های اپتیکی با سیستم های حالت جامد، این شبکه ها می توانند در ایجاد وسایلی شبیه حالت جامد به کار گرفته شوند که این زمینه ی جدید اتم ترونیک [۳۵] خوانده می شود؛ شباهت نیمه رسانای نوع p و n با بالا بردن و پایین آوردن سایت های مجزا در این شبکه ها به دست می آید [۳۶]. رفتار ترانزیستور مانندِ چگاله در پتانسیل های سه گانه به صورت نظری بررسی شده است [۳۷]. اتم های فوق سرد در پتانسیل های اپتیکی به خاطر کنترل پذیری پارامترهایی چون عمق شبکه، بعد، ضریب انباشتگی و هندسه فرصت مناسبی برای مطالعه ی پدیده های کوانتومی فراهم می آورند [۳۸، ۳۹]. به ویژه یک چاه دوگانه که از ساده ترین این پتانسیل ها است، جهت مطالعه ی تونل زنی کوانتومی [۳۶] و گربه شرودینگر [۳۷] بسیار مفید خواهد بود. در مورد اخیر، گربه شرودینگر حالتی را توصیف می کند که چگاله می تواند هم زمان در هر دو چاه وجود داشته باشد. ایجاد ابررساناها و ابرشاره، منجر به مشاهده ی اثرات جوزفسون، که ناشی از همدوسی فازی کوانتومی بزرگ مقیاس بود [۳۸]، شد. اثر جوزفسون در شبکه های اپتیکی و هم چنین دو چگاله ی بوز-اینشتین جفت شده در یك چاه پتانسیل دوگانه ی ماکروسکوپیك مشاهده شده است [۴۰]. برخلاف اثر جوزفسون در ابر رساناها و ابرشاره ها، در چگاله های جفت شده، به خاطر وجود نیروهای بر همکنشی بین ذرات، منجر به ایجاد دو ناحیه ی دینامیکی جدید شده است. اگر اختلاف جمعیت اولیه دو چاه پتانسیل، از یك مقدار بحرانی کمتر باشد، نوسانگر هماهنگ جوزفسون[۳۹] خواهیم داشت و در

[۳۴] sensors

[۳۵] atomtronics

[۳۶] quantum tunneling

[۳۷] cat 's Schrodinger

[۳۸] Josephson effect

[۳۹] Josephson oscilllations

صورتی که اختلاف جمعیت بین دو چاه بیشتر از این مقدار بحرانی باشد، خود به دام اندازی[۴۰] کوانتومی ماکروسکوپیك خواهیم داشت که این دو ناحیه در چاه دوگانه مشاهده شده است [۴۱]. مطالعه های نظری بسیاری روی شباهت بین چگاله های به دام افتاده در چاه دوگانه و نوسانات بلوخ [۴۱] انجام گرفته است [۴۳-۵۳]. از دیگر کاربردهای چاه دوگانه، امکان مطالعه ی درهم تنیدگی مزوسکوپی [۴۲] است [۵۴] که اگر کجی این پتانسیل به صورت تناوبی با زمان تغییر کند، می تواند جهت بررسی آشوب [۴۳] کوانتومی نیز به کار گرفته شود [۵۵، ۵۶]. در دهه ی اخیر، اتم های فوق سرد در این پتانسیل ها توجه بسیاری را به خود جلب کرده است. برای مرور دقیق و یافته های اولیه در این مورد به مراجع [۵۱، ۵۴، ۵۷] مراجعه کنید. در این پتانسیل ها، کجیِ پتانسیل، نمایانگر خطای سیستماتیک و یا اختلافی که به طور عمدی وارد شده است است. برای مثال، در گرانش سنجی گرادیان میدان گرانش محلی باعث ظهور کجی می شود. اتم های فوق سرد در پتانسیل های اپتیکی کج شده، امکان مطالعه ی پدیده های انتقال کوانتومی نظیر تونل زنی لاندائو- زینر [۴۴] و وانیه استارک [۴۵] را فراهم می کند [۵۸-۶۰]. لاندائو- زینر به تونل زنیِ بین باندی در حضور یک میدان قوی اطلاق می شود که در میدان های ضعیف تر، این باندها به لایه های انرژی هم فاصله ای که وانیه-استارک خوانده می شود شکافته خواهند شد. هم چنین این سیستم ها شبیه به الکترون در کریستال های تناوبی بوده که کجی نقش یک میدان الکتریکی خارجی را ایفا میکند. چاه های دوگانه توسط روش های مختلفی نظیر تقریب دو چاهه [۶۶-۶۱]، تئوری میدان متوسط [۴۶] [۶۷-۷۱]، مدل های فضای فاز کوانتومی [۴۷] [۷۲، ۷۳] و روش

---

[۴۰] self-trapping

[۴۱] Bloch oscilllations

[۴۲] entanglement

[۴۳] chaos

[۴۴] Landau - Zener tunneling

[۴۵] Wannier - Stark ladder

[۴۶] mean field theory

[۴۷] phase space representations

های انتگرال مسیر $SU(۲)$ [۷۴] مورد بررسی قرار گرفته است. معمولا برای توصیف این سیستم از هامیلتونی بوز- هابارد [۴۸] استفاده می شود [۴۴، ۷۵-۷۸، ۸۰، ۸۱].

تصویر چندترازه از چاه دوگانه ی کج شده برای ایجاد کامپیوترهای کوانتومی [۳۱، ۸۲]، حسگرهای گرانشی برروی تراشه های اتمی [۸۳، ۸۴] و مطالعه ی پدیده های انتقال کوانتومی [۵۸، ۶۰] لازم است.

[۴۸] Bose- Hubbard Hamiltonian

فصل ۲

نمایش P پیمانه ای

۱.۲ شبیه سازی هایِ بس ذره ای

طبق قانون دوم نیوتن، حرکت ذره توسط معادلات دیفرانسیل حاکم بر نیروهای وارد بر ذره توصیف می شود؛ که برای نیروهای مشخص توسط مکان و سرعت ذرات در زمان مشخص کاملاً معلوم خواهد بود [۸۵]. اگر چه در تعریف هامیلتونی، بهتر است به جای سرعت از تکانه استفاده کنیم. در این صورت فضای $۶N$ بعدی تشکیل شده را فضای فاز خوانده، که N تعداد کل ذرات است، و حالت سیستم توسط یک نقطه در این فضا داده می شود. متوسطِ تابعی از متغیر های مکان و تکانه هم از این رابطه به دست خواهد آمد [۸۶]:

$$\langle \hat{A} \rangle = \int \mathrm{d}q \int \mathrm{d}p \, A(p,q) \, P_{cl}(p,q) \qquad (۱.۲)$$

که P_{cl} تابع توزیع فضای فازی خوانده می شود. در مکانیک کلاسیک شبیه سازی جامع از سیستم های N ذره ای حتی بر هم کنشی قابل اجرا است. به عنوان یک مثال گاز ۳بعدیِ غیر بر هم کنشی در یک پتانسیل را در نظر بگیرید، از $۶N$ متغیر مربوط به شرایط اولیه شروع کرده و با حل این $۶N$ معادله دیفرانسیل به دست آمده، شبیه سازی انجام خواهد شد. برای ذرات با بر هم کنش دو تایی که در اکثر مدل های کلاسیکی چنین بر هم کنشی داریم، به همان تعداد معادله ی دیفرانسیل خواهیم داشت که از مرتبه ی N بوده و شبیه سازی با کامپیوتر های رایج ممکن خواهد بود [۸۷].