



## دانشگاه صنعتی شیراز

### دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا گروه طراحی جامدات

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک، گرایش طراحی کاربردی

ارتعاش آزاد غیر خطی و پایداری میکرو / نانوتیرهای هدفمند با

استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده

نگارش:

محمد رضایی

استاد راهنما:

دکتر علیرضا ستوده

استاد مشاور:

دکتر امیر لطف آور

شهریور ماه ۱۳۹۲

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

بسمه تعالیٰ

## ارتعاش آزاد غیرخطی و پایداری میکرو / نانوتیرهای هدفمند با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده

پایان نامه ارائه شده به عنوان بخشی از فعالیت‌های تحصیلی

توسط:

محمد رضایی

برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

گروه مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا  
دانشگاه صنعتی شیراز

ارزیابی پایان نامه توسط هیات داوران با درجه: عالی  
دکتر علیرضا ستوده، دانشیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما) .....  
دکتر امیر لطف آور، استادیار مهندسی مکانیک (استاد مشاور) .....  
دکتر سید حسن عصایی، استادیار مهندسی مکانیک (استاد داور) .....  
دکتر علیرضا توکل پور صالح، استادیار مهندسی مکانیک (استاد داور) .....

---

مدیر امور آموزشی و تحصیلات تکمیلی دانشگاه: نصرت الله علی قنبری

---

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه صنعتی شیراز است.

شهریور ماه ۱۳۹۲

## تقدیم به

روح پدرم که در آخرین سکنات عمرش نزیر بیاد باود.

مادر مهربانم، بهترین دوست در زندگی ام. فرشته‌ای که بهتر از او نمی‌توانست برایم وجود داشته باشد، کسی که برای من صبور ترین، مهربانترین و فداکارترین بود.

## پاکنگاری

با پایان یافتن این پایان نامه لازم میدانم که از زحمات بسیار زیاد دکتر علیرضا ستوده که نقش بسیاری در انجان شدن این پایان نامه داشته باشد و قدردانی کنم.  
از دکترا مسیر لطف آور نیز که استاد مشاور ایحانب بودند پاکنگارم.

## چکیده

به علت کاربرد گستردہ میکرو/ نانوتیرها در ریز سازه‌ها، برای مثال در میکروسکوپ نیروی اتمی، سیستم‌های میکرو/نانو الکترو مکانیکی، ریز پردازنده‌ها، بیو سنسورها و بسیاری از تجهیزات مهندسی پزشکی، به مطالعه رفتار ارتعاشی و پایداری آنها پرداخته شده است. ارتعاشات آزاد خطی و غیرخطی و بار بحرانی کمانش و رفتار پس از کمانش میکرو/نانوتیرهای ساخته شده از مواد هدفمند برای دو شرط مرزی دو سر تکیه‌گاه ساده و دو سر تکیه‌گاه گیردار بررسی شده است. معادله‌های حاکم با روش انرژی و استفاده از اصل همیلتون بدست آمده‌اند. معادله دیفرانسل حاکم با روش تحلیلی هموتوپی که یک روش قدرتمند در حل مسائل غیر خطی می‌باشد، حل شده است. در این پایان‌نامه از تئوری غیر کلاسیک کوپل تنش که یک حالت خاص از تئوری گرادیان کرنش می‌باشد استفاده شده است، و به جای سه پارامتر اندازه که در تئوری گرادیان کرنش نیاز است، تنها نیاز به یک پارامتر اندازه می‌باشد. هر دو تئوری تیر اولر-برنولی و تئوری تیر تیموشنکو استفاده شده و نتایج بدست آمده از این دو تئوری با مراجع مختلف مقایسه شده است. ماده میکروتیر از مواد هدفمند می‌باشد که معمولاً از دو فاز سرامیک و فلز تشکیل می‌شوند. جهت نشان دادن ویژگی‌های مواد هدفمند در راستای ضخامت از هر دو ایده ارائه شده توسط ردی و موری تاناکا جهت مقایسه با مراجع مختلف استفاده شده است. اثرات دمایی روی فرکانس طبیعی و بار بحرانی کمانش بررسی شده است. در این بررسی دمای سراسر میکروتیر به طور یکنواخت افزایش می‌یابد. در عمل در بسیاری از موارد، محیطی که میکروتیر در آن قرار دارد محیطی الاستیک می‌باشد، جهت شبیه سازی این محیط‌های الاستیک، حالت کلی که بستر از سه لایه خطی، برشی و غیرخطی تشکیل شده، در نظر گرفته شده است و اثرات هر سه لایه بررسی شده است. نمودارها و جداول متعددی جهت نشان دادن اثر پارامتر اندازه، شاخص توانی ماده هدفمند، دما، بستر الاستیک، نسبت لاغری میکروتیر، شرایط تکیه‌گاهی مختلف، روی فرکانس طبیعی و بار بحرانی کمانش میکروتیر هدفمند بدست آمده است.

**واژه‌های کلیدی:** ارتعاش غیرخطی، پایداری، میکرو/نانوتیر، اثرات اندازه، مواد هدفمند، روش

هموتوپی

## فهرست مطالب

عنوان	صفحه
۱- فصل اول: مقدمه	۱
۲-۱- میکرو/نانوتیر	۲
۲-۱-۱- مواد هدفمند	۲
۴-۱- ارتعاشات غیرخطی	۴
۱-۳- معرفی روش‌های نیمه تحلیلی	۶
۱-۴- پیشینه تحقیق	۶
۲- فصل دوم: تئوری‌ها و روش‌ها	۱۳
۱-۲- مقدمه	۱۴
۲-۲- رهیافت‌های موجود در مدلسازی نانو ساختارها	۱۴
۳-۲- معرفی تئوری گرادیان کرنش	۱۶
۴-۲- تئوری کوپل تنش اصلاح شده	۱۷
۵-۲- میکروتیر هدفمند	۲۲
۶-۲- مدل‌های مربوط به تخمین خواص مکانیکی مواد هدفمند	۲۳
۷-۲- روش نیمه تحلیلی هموتوپی	۲۵
۳- فصل سوم: ارتعاشات آزاد غیرخطی و پایداری میکرو/نانوتیرهای هدفمند با استفاده از تئوری تیر اولر-برنولی و تئوری غیر کلاسیک کوپل تنش اصلاح شده	۲۷
۱-۳- مقدمه	۲۸
۲-۳- مدل سازی میکروتیر با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده	۲۸
۳-۳- استخراج معادله حاکم میکروتیر اولر-برنولی	۲۹
۴-۳- معادله حاکم بر حسب منتجه‌های تنش	۳۴

۳۶	۳-۵- اعمال شرایط تکیه گاهی
۳۷	۳-۶- اعمال روش تحلیلی هموتوپی
۳۹	۳-۷- تحلیل کمانش و پس از کمانش
۴۰	۳-۸- نتایج
۷۳	۴- فصل چهارم: ارتعاشات آزاد غیرخطی و پایداری میکرو/نانوتیرهای هدفمند با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو و تئوری غیر کلاسیک کوپل تنش اصلاح شده
۷۴	۴-۱- مقدمه
۷۴	۴-۲- استخراج معادله حاکم میکروتیر تیموشنکو
۸۶	۴-۳- اعمال روش هموتوپی
۹۰	۴-۴- تحلیل کمانش و پس از کمانش
۹۲	۴-۵- نتایج
۱۰۳	۵- فصل پنجم: ارتعاشات آزاد غیرخطی میکرو/نانوورق هدفمند با استفاده از تئوری ورق کلاسیک و تئوری گشتاور تنش اصلاح شده
۱۰۴	۵-۱- مقدمه
۱۰۴	۵-۲- استخراج معادله حاکمه
۱۱۳	۵-۳- اعمال روش هموتوپی
۱۱۴	۵-۴- نتایج
۱۲۱	۶- فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات
۱۲۲	۶-۱- نتیجه گیری
۱۲۴	۶-۲- پیشنهادات
۱۲۵	۶- مراجع

## فهرست جدول ها

جدول ۱-۳: شرایط مرزی متناظر با شرایط تکیه گاهی مختلف ..... ۳۶
جدول ۲-۳: نمایی کلی از شرایط مرزی دو سر مفصل و دو سر گیردار و تابع شکل آنها ..... ۳۷
جدول ۳-۳: ویژگیهای مکانیکی ماده هدفمند نوع اول، آلومینیوم و سرامیک کربید سیلیسیم ..... ۴۱
جدول ۴-۳: ویژگیهای مکانیکی ماده هدفمند نوع دوم، آلومینیوم و سرامیک آلومینا ..... ۴۱
جدول ۵-۳ : مقایسه نسبت فرکانسی $\frac{\omega_{nl}}{\omega_1}$ تیر ایزوتروپیک دو سر مفصل ..... ۴۳
جدول ۶-۳: مقایسه نسبت فرکانسی $\frac{\omega_{nl}}{\omega_1}$ تیر ایزوتروپیک دو سر گیردار ..... ۴۳
جدول ۷-۳: مقایسه تقریب اول و دوم نسبت فرکانسی تیر دو سر مفصل از روش هموتوپی با روش عددی رانجکوتا برای $n = 0, \frac{h}{l} = 2, \frac{L}{h} = 12$ ..... ۴۴
جدول ۸-۳: مقایسه تقریب اول و دوم نسبت فرکانسی تیر دو سر گیردار از روش هموتوپی با روش عددی رانجکوتا برای $n = 0, \frac{h}{l} = 2, \frac{L}{h} = 12$ ..... ۴۴
جدول ۹-۴: مقایسه فرکانس خطی بی بعد برای نسبت های لاغری مختلف در میکروتیر دو سر مفصل ..... ۹۵
جدول ۱۰-۴: مقایسه فرکانس طبیعی خطی(بر حسب مگا هرتز) میکروتیر دو سر مفصل در برابر تغییرات نسبت لاغری برای ماده هدفمند نوع دوم برای $\frac{h}{l} = 1, b = 2h, n = 1.5, \Delta T = 20^\circ C$ ..... ۹۶
جدول ۱۱-۴: مقایسه فرکانس طبیعی خطی(بر حسب مگا هرتز) میکروتیر دو سر گیردار در برابر تغییرات نسبت لاغری برای ماده هدفمند نوع دوم برای $\frac{h}{l} = 1, b = 2h, n = 1.5, \Delta T = 20^\circ C$ ..... ۹۶
جدول ۱۲-۴: مقایسه اثر پارامتر بی بعد اندازه $\frac{h}{l}$ ، روی فرکانس خطی بی بعد، برای میکروتیر هدفمند به ازای $n = 2, \frac{L}{h} = 12$ ..... ۹۷
جدول ۱۳-۴: مقایسه بار بحرانی کمانش (بر حسب نیوتون) میکروتیر دو سر مفصل ..... ۹۷
جدول ۱۴-۴: مقایسه بار بحرانی کمانش (بر حسب نیوتون) میکروتیر دو سر گیردار ..... ۹۸
جدول ۱۵-۴: مقایسه اثر پارامتر بی بعد اندازه $\frac{h}{l}$ ، روی نسبت فرکانسی غیرخطی به خطی

$$98 \dots n = 2, \frac{L}{h} = 12, W_{\max} = 0.2, \text{ برای میکروتیر هدفمند نوع اول به ازای } \frac{\omega_{NL}}{\omega_L}$$

جدول ۸-۴: مقایسه اثر پارامتر بی بعد اندازه  $\frac{h}{l}$ , روی نسبت فرکانسی غیرخطی به خطی

$$99 \dots n = 2, \frac{L}{h} = 12, W_{\max} = 0.4, \text{ برای میکروتیر هدفمند نوع اول به ازای } \frac{\omega_{NL}}{\omega_L}$$

جدول ۹-۴: مقایسه اثر پارامتر بی بعد اندازه  $\frac{h}{l}$ , روی نسبت فرکانسی غیرخطی به خطی

$$99 \dots n = 2, \frac{L}{h} = 12, W_{\max} = 0.6, \text{ برای میکروتیر هدفمند نوع اول به ازای } \frac{\omega_{NL}}{\omega_L}$$

جدول ۱۰-۴: مقایسه اثر پارامتر بی بعد اندازه  $\frac{h}{l}$ , روی نسبت فرکانسی غیرخطی به خطی

$$100 \dots n = 2, \frac{L}{h} = 12, W_{\max} = 0.8, \text{ برای میکروتیر هدفمند نوع اول به ازای } \frac{\omega_{NL}}{\omega_L}$$

جدول ۱۱-۴: مقایسه اثر پارامتر بی بعد اندازه  $\frac{h}{l}$ , روی نسبت فرکانسی غیرخطی به خطی

$$100 \dots n = 2, \frac{L}{h} = 12, W_{\max} = 1, \text{ برای میکروتیر هدفمند نوع اول به ازای } \frac{\omega_{NL}}{\omega_L}$$

جدول ۱۲-۴: روند تغییرات نسبت فرکانسی میکروتیر تیموشنکو با افزایش ضرایب بی بعد تکیه گاه الاستیک و افزایش دما برای شرایط مرزی دو سر مفصل

جدول ۱۳-۴: روند تغییرات نسبت فرکانسی میکروتیر تیموشنکو با افزایش ضرایب بی بعد تکیه گاه الاستیک و افزایش دما برای شرایط مرزی دو سر گیردار

جدول ۱۴-۴: روند تغییرات فرکانس غیر خطی بی بعد با افزایش ضرایب بی بعد تکیه گاه الاستیک و افزایش دما در تکیه گاه دو سر مفصل

جدول ۱۵-۴: روند تغییرات فرکانس غیر خطی بی بعد با افزایش ضرایب بی بعد تکیه گاه الاستیک و افزایش دما در تکیه گاه دو سر گیردار

جدول ۱-۵: مقایسه نسبت فرکانس غیر خطی به خطی برای میکروورق ایزوتروپیک مربعی در حالتیکه پارامتر اندازه صفر می باشد ( $a = b$ )

جدول ۲-۵: مقایسه فرکانس خطی بی بعد میکروورق مربعی هدفمند با تکیه گاه ساده در برابر نسبت های لاغری مختلف و نسبت های مختلف پارامتر اندازه به ضخامت برای

۱۱۶ .....  $n = 0$

جدول ۳-۵: مقایسه فرکانس خطی بی بعد میکروورق مربعی هدفمند با تکیه گاه ساده در برابر نسبت های لاغری مختلف و نسبت های مختلف پارامتر اندازه به ضخامت برای

۱۱۶ .....  $n = 1$

جدول ۴-۵: تأثیر پارامتر اندازه بی بعد روی نسبت فرکانسی و فرکانس خطی بی بعد برای شرایط تکیه گاهی مختلف

۱۱۷ .....  $n = 0$

جدول ۵-۵: تأثیر نسبت لاغری روی نسبت فرکانسی و فرکانس خطی بی بعد برای شرایط تکیه گاهی مختلف.	۱۱۸
جدول ۵-۶: تأثیر شاخص تغییرات ماده هدفمند روی نسبت فرکانسی و فرکانس خطی بی بعد.	۱۱۹

## فهرست شکل ها

شکل ۲-۱: نمایش انتقال اثر بردار کوپل ذره A بر روی ذره B با توجه به آزاد نبودن بردار کوپل ..... ۱۸
شکل ۲-۲: نمایی از یک میکروتیر هدفمند ..... ۲۳
شکل ۳-۱: میکرو/ نانو تیر تحت نیروی محوری که بر روی تکیه گاه الاستیک میباشد. ..... ۲۹
شکل ۳-۲: نسبت فرکانسی به ازای پارامتر بی بعد اندازه ..... ۴۵
شکل ۳-۳: نسبت بار بحرانی کمانش به ازای پارامتر بی بعد اندازه ..... ۴۶
شکل ۳-۴: نسبت فرکانسی بر حسب دامنه بی بعد برای هر دو تکیه گاه دو سر مفصل و دو سر گیردار ..... ۴۷
شکل ۳-۵: فرکانس غیر خطی بی بعد بر حسب دامنه بی بعد برای هر دو تکیه گاه دو سر مفصل و دو سر گیردار ..... ۴۷
شکل ۳-۶: نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش بر حسب دامنه بی بعد برای هر دو تکیهگاه دوسر مفصل و دو سر گیردار ..... ۴۸
شکل ۳-۷: بار پس کمانش بی بعد بر حسب دامنه بی بعد برای هر دو تکیه گاه دو سر مفصل و دو سر گیردار ..... ۴۸
شکل ۳-۸: نسبت فرکانسی بر حسب دامنه بی بعد برای مقادیر مختلف پارامتر اندازه بی بعد در میکروتیر دو سر مفصل ..... ۴۹
شکل ۳-۹: نسبت فرکانسی بر حسب دامنه بی بعد برای مقادیر مختلف پارامتر اندازه بی بعد در میکروتیر دو سر گیردار ..... ۴۹
شکل ۳-۱۰: نسبت بار پس کمانش به بار کمانش بحرانی بر حسب دامنه بی بعد برای مقادیر مختلف پارامتر اندازه بی بعد $(\frac{h}{l})$ در میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۰
شکل ۳-۱۱: نسبت بار پس کمانش به بار کمانش بحرانی بر حسب دامنه بی بعد برای مقادیر مختلف پارامتر اندازه بی بعد $(\frac{h}{l})$ در میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۱
شکل ۳-۱۲: تغییرات نسبت فرکانسی برای مقادیر مختلف شاخص تغییرات ماده هدفمند (n) ، نسبت به دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۲
شکل ۳-۱۳: تغییرات نسبت فرکانسی برای مقادیر مختلف شاخص تغییرات ماده هدفمند (n) ، نسبت به دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۲
شکل ۳-۱۴: تغییرات نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای مقادیر مختلف شاخص تغییرات ماده هدفمند (n) ، نسبت به دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۳

شکل ۳-۱۵: تغییرات نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای مقادیر مختلف شاخص تغییرات ماده هدفمند (n) ، نسبت به دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۳
شکل ۳-۱۶-۳: تأثیر ضریب خطی تکیه گاه الاستیک روی نسبت فرکانسی برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۴
شکل ۳-۱۷-۳: تأثیر ضریب خطی تکیه گاه الاستیک روی نسبت فرکانسی برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۴
شکل ۳-۱۸-۳: تأثیر ضریب خطی تکیه گاه الاستیک روی فرکانس غیرخطی بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۵
شکل ۳-۱۹-۳: تأثیر ضریب خطی تکیه گاه الاستیک روی فرکانس غیرخطی بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۵
شکل ۳-۲۰-۳: تأثیر ضریب خطی بستر الاستیک روی نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۶
شکل ۳-۲۱-۳: تأثیر ضریب خطی بستر الاستیک روی نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۶
شکل ۳-۲۲-۳: تأثیر ضریب خطی بستر الاستیک روی بار پس کمانش بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۷
شکل ۳-۲۳-۳: تأثیر ضریب خطی بستر الاستیک روی بار پس کمانش بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۷
شکل ۳-۲۴-۳: تأثیر ضریب برشی تکیه گاه الاستیک روی نسبت فرکانسی برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۸
شکل ۳-۲۵-۳: تأثیر ضریب برشی تکیه گاه الاستیک روی نسبت فرکانسی برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۸
شکل ۳-۲۶-۳: تأثیر ضریب برشی تکیه گاه الاستیک روی فرکانس غیرخطی بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۵۹
شکل ۳-۲۷-۳: تأثیر ضریب برشی تکیه گاه الاستیک روی فرکانس غیرخطی بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۵۹
شکل ۳-۲۸-۳: تأثیر ضریب برشی بستر الاستیک روی نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۶۰
شکل ۳-۲۹-۳: تأثیر ضریب برشی بستر الاستیک روی نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای میکروتیر دو سر گیردار ..... ۶۰
شکل ۳-۳۰-۳: تأثیر ضریب برشی بستر الاستیک روی بار پس کمانش بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل ..... ۶۱

شکل ۳: تأثیر ضریب برشی بستر الاستیک روی بار پس کمانش بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۶۱
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی تکیه گاه الاستیک روی نسبت فرکانسی برای میکروتیر دو سر مفصل	۶۲
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی تکیه گاه الاستیک روی نسبت فرکانسی برای میکروتیر دو سر گیردار	۶۳
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی تکیه گاه الاستیک روی فرکانس غیرخطی بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل	۶۴
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی تکیه گاه الاستیک روی فرکانس غیرخطی بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۶۵
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی بستر الاستیک روی نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای میکروتیر دو سر مفصل	۶۶
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی بستر الاستیک روی نسبت بار پس کمانش به بار بحرانی کمانش برای میکروتیر دو سر گیردار	۶۷
شکل ۳: تأثیر ضریب غیرخطی بستر الاستیک روی بار پس کمانش بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل	۶۸
شکل ۳: تغییرات نسبت فرکانسی با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۶۹
شکل ۳: تغییرات نسبت فرکانسی با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل	۷۰
شکل ۳: تغییرات فرکانس غیرخطی بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۱
شکل ۳: تغییرات فرکانس غیرخطی بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۲
شکل ۳: تغییرات فرکانس غیرخطی بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۳
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۴
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۵
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۶
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۷
شکل ۳: تغییرات فرکانس غیرخطی بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۸
شکل ۳: تغییرات فرکانس غیرخطی بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۷۹
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش به بار کمانش بحرانی با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل	۸۰
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش به بار کمانش بحرانی با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۸۱
شکل ۳: تغییرات بار پس کمانش بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار	۸۲

شکل ۳-۴: تغییرات بار پس کمانش بی بعد با افزایش دما در برابر دامنه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار .....	۷۱
شکل ۳-۵: تغییرات بار کمانش بحرانی با افزایش دما در برابر پارامتر اندازه بی بعد برای میکروتیر دو سر مفصل .....	۷۲
شکل ۳-۶: تغییرات بار کمانش بحرانی با افزایش دما در برابر پارامتر اندازه بی بعد برای میکروتیر دو سر گیردار .....	۷۲
شکل ۴-۱: نمایی از تیر تیمو شنکو قبل و بعد از خمین .....	۷۴
شکل ۴-۲: بار بحرانی کمانش میکروتیر هدفمند دو سر مفصل برای حالت های کلاسیک و غیر کلاسیک .....	۹۳
شکل ۴-۳: بار بحرانی کمانش میکروتیر هدفمند دو سر گیردار برای حالت های کلاسیک و غیر کلاسیک .....	۹۳
شکل ۴-۴: فرکانس طبیعی خطی میکروتیر هدفمند دو سر مفصل برای حالت های کلاسیک و غیر کلاسیک .....	۹۴
شکل ۴-۵: فرکانس طبیعی خطی میکروتیر هدفمند دو سر گیردار برای حالت های کلاسیک و غیر کلاسیک .....	۹۴
شکل ۵-۱: نمایی از یک میکروورق .....	۱۰۴
شکل ۵-۲: اهمیت تحلیل غیرخطی و تئوری غیر کلاسیک کوپل تنش اصلاح شده .....	۱۱۴
شکل ۵-۳: تأثیر شاخص تغییرات ماده هدفمند روی نسبت فرکانسی میکروورق هدفمند با شرایط مرزی تکیه گاه ساده .....	۱۲۰
شکل ۵-۴: تأثیر شاخص تغییرات ماده هدفمند روی نسبت فرکانسی میکروورق هدفمند با شرایط مرزی گیردار .....	۱۲۰

## فهرست نشانه‌های اختصاری

$a$	طول میکروورق
$b$	عرض میکروورق
$h$	ضخامت میکروتیر یا میکروورق
$k_l$	ضریب خطی تکیه گاه الاستیک
$k_G$	ضریب برشی تکیه گاه الاستیک
$k_{nl}$	ضریب غیرخطی تکیه گاه الاستیک
$l$	پارامتر اندازه
$m$	تانسور کوپل تنش
$n$	شاخص تغییرات ماده هدفمند
$p$	بار محوری
$q$	پارامتر کمکی در روش هموتوپی
$t$	زمان
$u$	جابجایی در راستای طول
$v$	جابجایی در راستای عرض
$w$	جابجایی در راستای ضخامت
$w_{max}$	بیشترین جابجایی میکروتیر یا میکروورق
$x$	مؤلفه در راستای طول
$y$	مؤلفه در راستای عرض
$z$	مؤلفه در راستای ضخامت
$E$	مدول یانگ
$K_L$	ضریب خطی بی بعد تکیه گاه الاستیک
$K_G$	ضریب برشی بی بعد تکیه گاه الاستیک
$K_{NL}$	ضریب غیرخطی بی بعد تکیه گاه الاستیک
$L$	طول میکروتیر
$P$	تابع شکل استفاده شده در روش گالرکین
$P_{cr}$	بار بحرانی کمانش
$P_{NL}$	بار پس کمانش
$\bar{P}_{NL}$	بار پس کمانش بی بعد

$Q$	تابع شکل استفاده شده در روش گالرکین
$S$	تابع شکل استفاده شده در روش گالرکین
$T$	انرژی جنبشی، دما
$W_{max}$	بیشترین خیز بی بعد میکروتیر یا میکروورق
$X$	تابع شکل استفاده شده در روش گالرکین
$Y$	تابع شکل استفاده شده در روش گالرکین
$\alpha$	ضریب انبساط طولی
$\chi$	تانسور انحناء
$\delta$	نشانه تغییرات
$\varepsilon$	تانسور کرنش
$\lambda$	ثابت لامه
$\mu$	ثابت لامه
$\nu$	ضریب پوآسون
$\rho$	چگالی
$\sigma$	تانسور تنش
$\tau$	زمان بی بعد
$\omega_L$	فرکانس خطی
$\bar{\omega}_L$	فرکانس خطی بی بعد
$\omega_{NL}$	فرکانس غیرخطی
$\bar{\omega}_{NL}$	فرکانس غیرخطی بی بعد
$\psi$	چرخش تیر
$\Delta$	نشان دهنده تغییرات
$\Omega$	فرکانس غیرخطی
$\hbar$	پارامتر کمکی در روش هموتوپی

# **فصل اول: مقدمه**

## ۱-۱- میکرو/نانوتیر

میکرو/نانوتیرها کاربرد بسیار زیادی در صنعت دارند. برای مثال میکروتیرها از اساسی‌ترین اجزاء سیستم‌های میکرو/نانوالکترومکانیکی<sup>۱</sup> می‌باشند، میکروسکوپ نیروی اتمی، میکرومومتور-ها، میکروپمپ‌ها، شتاب سنج‌ها، میکرو حسگرها، میکرو پروسسورها و بسیاری دیگر از میکروسازه‌ها و میکروماسین‌ها و تجهیزات نوین مهندسی پژوهشی از تعداد بسیار زیادی میکروتیر ساخته شده‌اند. بنابراین بررسی ارتعاشات و کمانش آنها ضروری می‌باشد.

### ۱-۱- مواد هدفمند

اموزه با پیشرفت علوم مختلف، نیاز به استفاده از مواد جدید با ویژگی‌های مکانیکی بهتر ضروری به نظر می‌رسد. مواد هدفمند یک نمونه از این مواد می‌باشد. مواد هدفمند نوعی از مواد مرکب می‌باشند که از دو یا چند فاز مختلف تشکیل شده‌اند. تفاوت این مواد با مواد مرکب معمولی در این است که در مواد هدفمند خواص تابعی از مکان، مثلاً ضخامت یک تیر یا ورق می‌باشند. به عبارت دیگر توزیع فاز‌های تشکیل دهنده ماده هدفمند بر اساس یک تابع مشخص، در راستای یک یا چندین بعد مکانی تغییر می‌کند. در این تحقیق خواص در راستای ضخامت میکروتیر و میکرو ورق تغییر می‌کند. مواد هدفمند اولین بار در اواسط دهه ۱۹۸۰ در حین ساخت یک سفینه فضایی در ژاپن مطرح شد. این مواد مرکب غیر همگن بوده و خواص مکانیکی آنها پیوسته و به آرامی از یک سطح به سطح دیگر تغییر می‌کند. و همین تغییر پیوسته ماده سبب تغییر خواص مکانیکی می‌شود و خواصی مانند ضربه پوآسون، مدول الاستیسیته و چگالی و... تابعی از راستای تغییرات می‌باشند. رایج‌ترین ترکیب این مواد از سرامیک و پودر فلز می‌باشد. تغییر فلز و سرامیک از یک سطح به سطح دیگر کاملاً پیوسته می‌باشد. همین پیوستگی خواص مکانیکی بهتری را نسبت به مواد مرکب لایه‌ای از خود نشان می‌دهد. چرا که در مواد مرکب لایه‌ای به دلیل عدم تطابق خواص مکانیکی و تغییرات ناگهانی خواص از یک ماده به ماده دیگر در فصل مشترک بین لایه‌ها تمرکز تنش به خصوص در دماهای بالا بوجود می‌آورد، و به اصطلاح موجب لایه لایه شدن ماده مرکب می‌گردد. بیشترین

<sup>1</sup> Micro/Nano Electro Mechanical Systems

استفاده از مواد هدفمند در کاربرد هایی می باشد که اثرات دما چشمگیر می باشد. در چنین سازه هایی، بخشی که در معرض دمای بالا قرار دارد را از سرامیک می سازند و به این ترتیب مقاومت سازه را در برابر دما افزایش می دهند.

همانند دیگر مواد ساخته شده به دست بشر که نمونه ای در طبیعت دارند، مواد هدفمند نیز نمونه هایی در طبیعت دارند. دندان ها، صدف ها، بامبو و استخوان ها نمونه هایی طبیعی از این مواد می باشند. علت ساخته شدن این ساختارهای بیولوژیکی این است که امکان شکست در حالت شوک حرارتی یا ضربه را کاهش دهند.

### ۱-۱-۱- روش های ساخت مواد هدفمند

از آنجاییکه روش ساخت مواد هدفمند ارتباطی با این تحقیق ندارد تنها به معرفی این روش ها می پردازیم:

۱. روش رسوب گذاری بخار
۲. متالوژی پودر
۳. گریز از مرکز
۴. روش ساخت شکل دلخواه جامد

### ۱-۲- کاربرد مواد هدفمند

تعدادی از موارد پر کاربرد مواد هدفمند در زیر توضیح داده شده است:

۱. هواضا
- مواد هدفمند می توانند در مقابل اختلاف دمای بسیار زیاد مقاومت کنند. همین امر باعث شده است این مواد برای استفاده در سازه های فضایی و بدنه هواپیما، اجزا موتور فضا پیما و... مناسب باشند.
۲. پزشکی
- برخی از اجزاء بدن مانند استخوان ها و دندان ها به صورت طبیعی از مواد هدفمند ساخته شده اند. پس برای جایگزینی آنها نیز از مواد هدفمند باید استفاده کرد.
۳. نظامی

یکی از مهمترین خصوصیات مواد هدفمند، جلوگیری از توسعه ترک می باشد. این