بسم الله الرحمن الرحيم

**دانشکده علوم پایه**

**گروه ریاضی**

**(گرایش کاربردی)**

# کاربرد تبدیلات موجک پیوسته در پردازش تصویر

**از**

**رضا ولی زاده**

**استادان راهنما**

**دکتر سعید کتابچی**
**دکتر محمد کیانپور**

**اسفند** 88

**تقدیم به مادرم**

**و**

**روان پاک پدرم**

# تشکر و قدردانی

حمد و سپاس بی پایان خداوند متعال که توفیق اتجام این پژوهش را به من ارزانی داشت. برخود لازم می دانم از استادان راهنمای ارجمندم جناب آقای دکتر سعید کتابچی و جناب آقای دکتر محمد کیانپور که انجام این تحقیق بدون راهنمایی های علمی و مساعدت همه جانبه این دو بزرگوار امکان پذیر نبود، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

از اساتید محترم جناب آقای دکتر صلاحی و جناب آقای دکتر یاقوتی که به عنوان داور، زحمت بازخوانی پایان نامه را به عهده داشته و نظرات ارزنده ای در هر چه بهتر شدن آن ارایه نموده اند سپاسگزارم.

در پایان از کلیه عزیزانی که به هر نحوی در جهت پیشبرد این پژوهش گام برداشته اند کمال تشکر و قدردانی را داشته و موفقیت روز افزون این عزیزان را از خداوند منان خواستارم.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فهرست جدول ها .....چ

فهرست شکل ها .....ح

چکیده فارسی .....ذ

چکیده انگلیسی .....ر

مقدمه .....ز

فصل اول: پردازش تصویر

*1-1*- تاریخچه پردازش تصویر..... 2

*1-2*- اهمیت و کاربرد پردازش تصویر ..... 3

1-3- تعاریف و مقدمات ..... 3

*1-4*- روابط بین پیکسل ها ..... 6

1-5- همجواری ..... 7

1-6- مبانی فیلترکردن ..... 8

1-6-1- عملکرد فیلتر کردن مکانی ..... 8

1-6-2- پیچش و همبستگی مکانی ..... 9

1-7- انواع پردازش تصویر .....11

1-7-1- ارتقاء تصویر ..... 11

1-7-2- باز یابی تصویر ..... 13

1-7-2–1- بازسازی تصویر در حوزه ی فرکانس ..... 15

1-7-3- بخش بندی تصویر ..... 15

1-7-4- فشرده سازی تصویر ..... 18

1-8- تصویر رنگی و فضاهای رنگ .....20

1-8-1- بیان رنگ ..... 20

1-8-2- تصویر رنگی ..... 21

1-8-2–1- فضای رنگ RGB ..... 22

1-8-2–2- فضای رنگ HSI ..... 22

*فصل دوم:* مقدمات ریاضی و تبدیل فوریه

2-1- تاریخچه مختصری از سری ها و تبدیلات فوریه ..... 25

2-2- فضای هیلبرت ..... 26

2-3- چند تعریف مقدماتی ..... 28

2-4- سری های فوریه و تبدیلات فوریه ..... 29

2-5- پیچش و تئوری پیچش یک بعدی ..... 31

2-6- تئوری نمونه برداری در حالت یک بعدی ..... 33

2-7- بسط مفاهیم به توابعی با دو متغیر ..... 36

2-8- نمونه برداری دوبعدی ..... 38

2-9- تبدیل فوریه گسسته دو بعدی و معکوس آن ..... 39

2-10- بعضی از خواص تبدیل فوریه ی گسسته دو بعدی ..... 40

2-11- طیف فوریه و زاویه ی فاز ..... 41

2-12- تئوری پیچش دو بعدی ..... 46

*فصل سوم:* تبدیل STFT

3-1- ضرورت نیاز به اطلاعات حوزه ی فرکانس ..... 48

3-2- مزایا و معایب تبدیل فوریه بر روی یک سیگنال ..... 48

3-3- تبدیل فوریه زمان کوتاه ..... 51

3-3-1– پنجره وتعاریف مرتبط با آن ..... 51

3-3-2–تبدیل STFT ..... 55

3-3-3–معکوس تبدیل STFT ..... 57

3-3-4– تبدیل STFT دوبعدی ..... 57

3-4- ضرورت نیاز به تبدیل WT ..... 57

*فصل چهارم:* تبدیل ویولت

4-1- تاریخچه ی تبدیل موجک ..... 60

4-2- معرفی تبدیل موجک گسسته و پیوسته ..... 61

4-3- تجزیه و تحلیل با دقت چندگانه ..... 65
4-4- موجک های دو بعدی ..... 74
4-5- موجک دوبعدی گوسی در پردازش تصویر ..... 78
4-6- طیف فوریه در مقایسه با تبدیل موجک ..... 80
فصل پنجم:کاربرد SVD در فشرده سازی و حذف نویز
5-1- تاریخچه ی SVD ..... 86
5-2- مروری بر SVD ..... 86
5-3- فشرده سازی تصویر با SVD ..... 88
5-4- محاسبه ی نرخ فشرده سازی SVD ..... 90
5-4-1– ماکزیمم مقدار k ..... 91
5-5- کد Matlab و نتایج ..... 91
5-6- حذف نویز از تصاویر به کمک SVD ..... 94
پیشنهاد برای ادامه کار ..... 97
فهرست منابع ..... 98
واژه نامه ..... 99

# فهرست جدول ها

عنوان صفحه

جدول3-1چهار پارامتر پنجره گوسی ..... 52

جدول3-2 چهار پارامتر پنجره مستطیلی ..... 54

جدول 4-1 تغییرات چهار پارامتر پنجره ..... 65

## فهرست شکل ها


**عنوان** ---------- **صفحه**

شکل(1-1):(الف) تصویر پیوسته ای که روی آرایه حسگر انداخته شد. (ب) نتیجه نمونه برداری و کمی سازی تصویر ---------- 4

شکل(1-2): نمایش یک تصویر به صورت (الف) یک سطح، (ب) یک آرایه شدت بصری و (پ) یک آرایه عددی دوبعدی -------- 5

شکل(1-3): نمایش گرافیکی سه نوع همسایگی یک پیکسل ---------- 7

شکل(1-4): نمایش همجواری ---------- 8

شکل(1-5): عملکرد فیلتر کردن مکانی خطی با استفاده از نقاب فیلتر 3 × 3 ---------- 9

شکل(1-6): نمایش همبستگی و پیچش ---------- 10

شکل(1-7): نمایش تبدیل نگاتیو تصویر ---------- 12

شکل(1-8): نمایش کاهش نویز با نقاب میانگین گیری 3×3 ---------- 13

شکل(1-9): مدلی از فرایند تقلیل-بازیابی ---------- 14

شکل(1-10): نمایش بخش بندی تصویر ---------- 17

شکل(1-11): مدل رنگ HSI مبتنی برصفحات(الف) مثلثی، (ب) دایره ای ---------- 23

شکل(2-1): نمایش تبدیل فوریه یک تابع یک متغیره ---------- 30

شکل(2-2): نمایش تابع مقیاس هار ---------- 30

شکل(2-3): ضربه گسسته و ترن ضربه ---------- 34

شکل(2-4): نمونه برداری از تابع پیوسته---------- 35

شکل(2-5): نمایش جعبه واحد ---------- 36

شکل(2-6): تبدیل فوریه جعبه واحد---------- 37

شکل(2-7): تبدیل فوریه یک تابع دو متغیره ---------- 37

شکل(2-8): ضربه و ترن ضربه دوبعدی ---------- 39

شکل(2-9): نمایش انتقال تبدیل فوریه---------- 41

شکل(2-10): نمایش زاویه فاز جعبه ی واحد ---------- 42

شکل(2-11): طیف و تبدیل لگاریتمی یک طیف برای یک تصویر ---------- 44

شکل(2-12): نمایش زاویه فاز تصویر اصلی شکل(2-11) ---------- 44
شکل(2-13): نمایش اهمیت زاویه فاز به کمک یک تصویر ---------- 45
شکل(3-1): سیگنال ایستا ---------- 49
شکل(3-2): تبدیل فوریه سیگنال ایستا ---------- 49
شکل(3-3): سیگنال غیر ایستا---------- 50
شکل(3-4):تبدیل فوریه سیگنال غیر ایستا---------- 50
شکل(3-5): نمایش چهار پارامتر برای یک پنجره به صورت گرافیکی ---------- 52
شکل(3-6): تبدیل STFT یک بعدی---------- 55
شکل(3-7): نمایش یک سیگنال برای نشان دادن ناکارآمدی STFT ---------- 58
شکل(4-1): محل ویولت ها به هنگام گسسته کردن بر روی درجه بندی دودویی---------- 65
شکل(4-2): نمایش زیرفضاهای مقیاس و موجک ---------- 68
شکل(4-3): نمایش ارتباط بین اعضای $V_j$ و $V_{j+1}$---------- 71
شکل(4-4): نمایش تابع گوسی ---------- 78
شکل(4-5): نمایش تصویر حرف N---------- 80
شکل(4-6): طیف فوریه حرف N ---------- 81
شکل(4-7): تبدیل ویولت حرف N با استفاده از موجک $W^1$ . ---------- 81
شکل(4-8): تبدیل ویولت حرف N با استفاده از موجک $W^2$ ---------- 82
شکل(4-9): نمایش تصاویر حاصل از تبدیل فوریه ---------- 83
شکل(4-10): نمایش چهار زیر باند حاصل از تبدیل موجک---------- 84
شکل(5-1): نمایش قسمتی از یک آرایه شدت تصویر RGB ---------- 88
شکل(5-2): نمایش یک تصویر رتبه کامل و رتبه ناقص و نتیجه حاصل در SVD ---------- 89
شکل(5-3): نمایش یک تصویر خاکستری---------- 92
شکل(5-4): تصویر فشرده شده با کمک SVD از شکل(5-3) ---------- 92
شکل(5-5): نمایش یک تصویر رنگی---------- 93

شکل(5-6): تصویر فشرده شده با کمک SVD از شکل(5-5)---------- 94

شکل(5-7): تصویر خاکستری نویزی با نویز گوسی---------- 94

شکل(5-8): نمایش تصویر حاصل از حذف نویز از شکل(5-7) با کمک SVD---------- 95

شکل(5-9): تصویر رنگی نویزی با نویز نمک و فلفل---------- 96

شکل(5-10): نمایش تصویر حاصل از حذف نویز از شکل(5-9) با کمکSVD ---------- 96

**چکیده**:

**کاربرد تبدیلات موجک پیوسته در پردازش تصویر**

**رضا ولی زاده**

این پایان نامه، کاربرد تبدیلات موجک دوبعدی را، روی سیگنال های دوبعدی(تصاویر) مطالعه می کند. تکنیک کلاسیک اغلب بوسیله ی تبدیلات فوریه تحقق می یابد. در این پایان نامه، یک بحث در ارتباط با مقایسه ی دو تبدیل روی یک سیگنال الفبایی ارائه می شود و ضمن این بحث، خصوصیات کلی این دو تبدیل ارائه می گردد. در ادامه، با استفاده از SVD، یک تکنیک برای فشرده سازی تصاویر و حذف نویز از تصاویر ارائه می شود.

**کلید واژه**: پردازش تصویر، پایه های متعامد، تبدیل فوریه، تبدیل موجک.

**Abstract:**

**Application of the continuous wavelet transform in image processing**

**Reza Valizadeh**

This dissertation, the two-dimensional wavelet transform applied to two-dimensional Signals (images) has been studied. The classical technique oftentimes implements the Fourier transform. This dissertation, offers a discussion regarding the comparison of the two transforms on a signal alphabet. Through this topic, a major characteristic and Specification of these two transform will be discussed. In the following, by using of SVD, we will offer a method to Images Compression and noise elimination.

**Key words:** Image processing, Orthogonal Basis, Fourier Transformation, Wavelet Transformation.

## مقدمه

در این پایان نامه، کاربرد تبدیلات ویولت دوبعدی را روی تصاویر دوبعدی بررسی می کنیم. تکنیک کلاسیک بوسیله ی تبدیلات فوریه تحقق می یابد. مقایسه ایی بین دو تبدیل ذکر شده بر روی یک تصویر واحد ارائه خواهد شد و خصوصیات کلی این دوتبدیل مطالعه می شود. در فصل آخر، به طور مستقل از سایر فصل ها، یک روش برای فشرده سازی و حذف نویز از تصاویر ارائه می گردد.

پایان نامه در پنج فصل تهیه و تنظیم شده است. در فصل اول به بررسی تاریخچه ی پردازش تصویر، بیان برخی تعاریف و مفاهیم مرتبط با تصویر و دلایل اهمیت فراوان پردازش تصویر می پردازیم. در ادامه ی این فصل، به طور خلاصه، چند جنبه از پردازش تصویر را معرفی می کنیم. فصل دوم به مطالعه ی سری ها و تبدیلات فوریه و کاربردهای آن بر روی تصاویر دوبعدی اختصاص دارد. در این فصل به طور مختصر، برخی از مقدمات ریاضی ضروری برای ورود به آنالیز فوریه را بیان می کنیم. پس از بیان تاریخچه ی سری ها و تبدیلات فوریه، سری فوریه و تبدیل فوریه را برای توابع یک بعدی بیان می کنیم. در ادامه تئوری ها و قضایایی از آنالیز فوریه را که با تصویر مرتبط است، بررسی می کنیم. کلیه مفاهیم مطرح شده در حالت یک متغیره را به حالت دوبعدی گسترش داده، آن ها را در حالت گسسته، مطرح می کنیم. سرانجام در پایان این فصل، پس از بیان خواص مهم سری های فوریه، به معرفی طیف و زاویه ی فاز می پردازیم. فصل سوم به مفاهیم پنجره و تبدیلات فوریه زمان کوتاه می پردازد. در این فصل، دلایل نقص تبدیل فوریه را با یک مثال نشان داده، بر ضرورت گذر از تبدیل فوریه به تبدیل فوریه زمان کوتاه تأکید می کنیم. سرانجام در پایان این فصل، دلایل ناکارآمدی تبدیل فوریه زمان کوتاه را، به کمک یک مثال نشان داده و بر ضرورت نیاز به تبدیل کارآمدتری نظیر تبدیل ویولت اشاره می کنیم. در فصل چهارم به تئوری موجک ها که مبنایی برای تئوری چند دقتی که یک روش جدید و قدرتمند در تحلیل و پردازش سیگنال ها و تصاویر است، خواهیم پرداخت. در این فصل، پس از بیان تاریخچه ی تبدیل موجک، به معرفی تبدیل موجک گسسته و پیوسته و بیان شرایط لازم جهت معکوس پذیری این تبدیل می پردازیم. در ادامه ی این فصل روش دیگر آشنایی با تبدیل موجک، یعنی آنالیز چند ریزه ساز را بررسی می کنیم. در همین راستا به معرفی فضاهای مقیاس و موجک پرداخته، قضایای مرتبط با این جنبه از تبدیل موجک را بیان می کنیم. در ادامه این فصل، به معرفی مختصری از موجک دوبعدی می پردازیم. در پایان این فصل به دنبال اعمال دو تبدیل فوریه و موجک بر روی یک تصویر واحد و مقایسه ی خصوصیات این دو تبدیل هستیم. در فصل پنجم، ضمن مروری بر روش SVD، از آن برای فشرده سازی و حذف نویز از تصاویر، استفاده می کنیم.

# فصل اول

## پردازش تصویر

**مقدمه**

در این فصل ابتدا به بررسی تاریخچه ی پردازش تصویر، بیان اهمیت وکاربرد پردازش تصویر و سپس به معرفی تصویر و برخی مفاهیم مرتبط با آن می پردازیم. سپس برخی از جنبه های پردازش تصویر را به طور اجمالی معرفی می کنیم.

## 1-1- تاریخچه پردازش تصویر

یکی از اولین کاربردهای تصاویر دیجیتال در صنعت روزنامه بوده است. برای اولین بار در دهه ی 1920، یک تصویر خاکستری توسط سیگنال های تلگراف و از طریق کابل زیردریایی بارتلین[1] از انگلستان به آن سوی اقیانوس اطلس فرستاده شد. بدین طریق، زمان مورد نیاز برای انتقال تصویر، از بیش از یک هفته به کمتر از 3 ساعت کاهش یافت. اگر چه درآن زمان، عملیات انجام شده برای ارسال تصویر در عمل بر روی تصاویر دیجیتال انجام می شد، معمولا از نظر تاریخی آن را جزء پردازش تصویر دیجیتال به حساب نمی آورند، زیرا در شکل گیری آن از کامپیوتر استفاده نشده است. بنابراین تاریخ پردازش تصویر دیجیتال، وابسته به شکل گیری و پیشرفت کامپیوترها می باشد. پردازش تصویر اساساً از آن زمانی شکل گرفت که کامپیوترها به حدی از ارتقاء رسیدند که ظرفیت بالایی برای ذخیره سازی و پردازش اطلاعات پیدا کردند. اولین کامپیوترها که توانایی کافی برای پردازش تصویر را داشتند، مربوط به اوایل دهه ی1960 است.

استفاده از روشهای کامپیوتری برای بهبود تصاویر، از تصاویر نجومی آغاز شد. در سال 1964 در آزمایشگاه جت پروپالشن[2] کالیفرنیا، تصاویری که توسط سفینه رنجر[3] 7 از ماه ارسال شده بود، توسط یک کامپیوتر پردازش شد تا انواع خرابی های موجود در آن بهبود یابد.

به موازات کاربردهای فضایی، شیوه های پردازش تصویر دیجیتال، در اواخر دهه ی1960و اوایل دهه ی1970در تصویر برداری پزشکی و همچنین مشاهدات منابع زمین از راه دور و نجوم به کار برده شد. در اوایل دهه ی1970 ابداع توموگرافی (CT) از مهمترین وقایع درکاربرد پردازش تصاویر در تشخیص پزشکی بود.

1. Bartlane cable
2. Jet propulsion
3. Ranger

از دهه ی1960 تا کنون، زمینه های کاربرد پردازش تصویر، از چنان رشد گسترده ای برخوردار بوده است که نمی توان تمام موارد آن را بر شمرد.

## 1-2- اهمیت و کاربرد پردازش تصویر

از پردازش تصویر در پزشکی(ماموگرافی، سیتی اسکن، MRI و . . .)، در صنعت(تشخیص اشیاء سالم از خراب، دسته بندی انواع تولیدات و... )، در سیستم های بازرسی و امنیتی(تشخیص هویت، کنترل ترافیک و...)، در بررسی های جغرافیایی (تشخیص جزئیات جغرافیایی، برآورد میزان محصولات کشاورزی از طریق عکس برداری هوایی و... )، در نجوم(کشف کهکشان ها و سحابی ها و...)، در کاربرد های نظامی، در سیستم بینایی ربات، در انتقال اطلاعات از طریق تصاویر و بررسی ذرات بنیادی در فیزیک که در آن ها تجزیه و تحلیل بر اساس تصاویر صورت می گیرد، استفاده می شود.

در ادامه به بررسی برخی مفاهیم در پردازش تصویر می پردازیم که اغلب مطالب از مرجع [1] انتخاب شده اند.

## 1-3- تعاریف و مقدمات

**تعریف 1-1-** پردازش تصویر دیجیتال[1]، دستکاری کردن تصویر با استفاده از کامپیوتر است که برای تمام انواع تصاویر به کار برده می شود. این دستکاری به دو منظور زیر انجام می شود:

**الف-** امکان تفسیر دقیق تصویر یا ایجاد تصویری دلپذیرتر برای انسان.

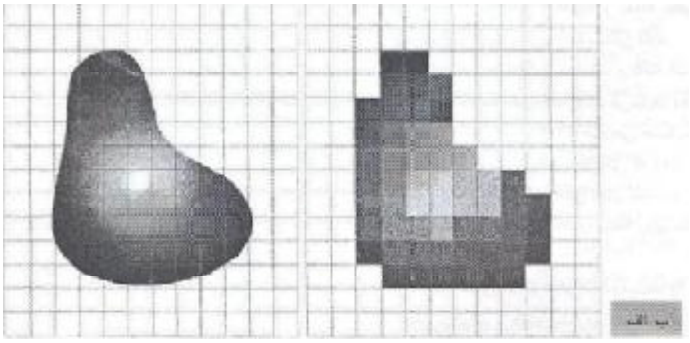
**ب-** ایجاد امکان کامپیوتری برای فشرده سازی، باز سازی، ارتقاء، آشکارسازی و ... در تصاویر.

پردازش تصویر شامل ترکیبی از شاخه های مختلف علوم نظیر الکترونیک، کامپیوتر، نورشناسی، ریاضی و عکاسی است. در ساده- ترین بیان، پردازش تصویر دیجیتال، نیاز به یک کامپیوتر برای پردازش تصویر و تجهیزات مخصوصی برای ورودی و خروجی(یک دیجیتایز کننده تصویر و یک قطعه نمایش دهنده تصویر) دارد. یک تصویر مستقیماً و ذاتاً قابل شناسایی و آنالیز برای کامپیوتر نیست. از آنجایی که کامپیوتر ها فقط با داده های عددی کار می کنند، یک تصویر هم قبل از پردازش، باید به صورت یک سری داده های عددی تبدیل شود.

1. Digital Image processing

**تعریف1-2-** در پردازش تصویر به هر اغتشاش تصادفی ناخواسته که بر تصویر اثر می کند، نویز[1] می گویند.

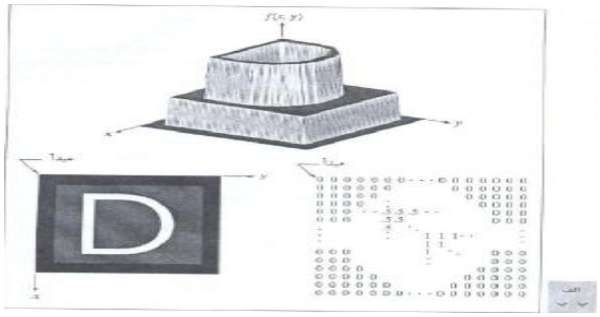
**تعریف1-3-** تصویر دوبعدی را می توان یک تابع دوبعدی مانند $f(x,y)$ در نظر گرفت که $x$ و $y$ مختصات مکانی هستند و مقدار $f$ در هر جفت از مختصات $(x,y)$، شدت روشنایی تصویر در آن نقطه است. وقتی $x$ و$y$ و مقادیر شدت $f$ متناهی و کمیت هایی گسسته باشند، تصویر را تصویر دیجیتال می نامیم. یک تصویر فیزیکی[2] به یک سری نواحی کوچک تقسیم می شود که آن ها را عناصر تصویر یا پیکسل[3] می گویند. متداولترین طرح شبکه بندی یک تصویر، به صورت یک شبکه ی مستطیلی است که در شکل (1-1) نشان داده شده است.



**(الف)تصویر پیوسته ای که روی آرایه حسگر انداخته شد. (ب) نتیجه نمونه برداری و کمی سازی تصویر**

( شکل 1-1 )

عددی که به هر کدام از این پیکسل ها نسبت داده می شود متناسب با شدت روشنی نقطه متناظر با تصویر است(البته برای تصاویر تک رنگ). به این فرایند دیجیتال کردن[4] یک تصویر گفته می شود که در شکل(1-2)، یک نمونه از آن ارائه شده است.




(الف) تصویری که مثل یک سطح رسم شد.. (ب) تصویر به صورت یک آرایه شدت بصری نمایش داده شد.

(پ) تصویر به صورت آرایه عددی دوبعدی نشان داده شد.(0، 0.5 و 1 به ترتیب سیاه، خاکستری و سفید را نمایش می دهند.)

(شکل 1-2 )

1. Noise
2. Physical Image
3. Pixel
4. Digitization

در هر پیکسل شدت روشنایی تصویر، نمونه برداری می شود. در این مرحله برای هر پیکسل یک عدد صحیح که نمایش دهنده شدت روشنی و یا تاریکی تصویر در آن نقطه است، در نظر گرفته می شود. به این مقدار صحیح، سطح خاکستری[1] پیکسل نیز گفته می شود. وقتی این مرحله انجام شد، تصویر با یک آرایه مستطیلی از اعداد صحیح نمایش داده می شود. در واقع یک آرایه مستطیلی از اعداد می تواند نشان دهنده یک تصویر فیزیکی باشد. مانند آرایه زیر که شبکه بندی دارای M قسمت روی محور x و N قسمت روی محور y است.

$$\begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & \dots & \dots\dots\dots & f(1,N-1) \\ \dots & \dots & & \dots\dots \\ f(M-1,0) & . & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$

این آرایه کاندیدایی برای پردازش تصویر با کامپیوتر است. حال این آرایه اطلاعاتی، توسط یک برنامه کامپیوتری دستخوش تغییر شده و اطلاعات جدیدی بدست آورده می شود. در صورتی که بخواهیم این آرایه اطلاعاتی را به صورت تصویر نمایش دهیم، باید هر کدام از اعداد را متناظر با یک شدت روشنایی در نظر بگیریم و توسط دستگاه خروجی این تصویر پردازش شده را نمایش دهیم. نمایش تصویر به عنوان آخرین قسمت زنجیره ی پردازش تصویر دیجیتال است. در این مرحله اطلاعات عددی، توسط یک نمایشگر به صورت قابل درک برای سیستم بینایی انسان تبدیل می شود. با مراجعه به شکل(1-2) پی می بریم که مبدأ تصویر دیجیتال در گوشه ی بالای سمت چپ قرار دارد به طوری که محور مثبت x به سمت پایین و محور مثبت y به سمت راست ادامه دارد. این نمایش با توجه به اینکه بسیاری از نمایشگر های تصویری(مثل مانیتور تلویزیون) تصویر را سطر به سطر، با شروع از گوشه ی بالای سمت چپ و با حرکت به سمت راست جارو می کنند، متداول است.

فرض کنید سطح خاکستری تصویر تک رنگ در هر مختصات $(x_0 , y_0)$ به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$l = f\,(x_0 , y_0)$$

در این صورت $l$ به فاصله ی $[L_{min} , L_{max}]$ تعلق دارد که بازه ی پویای[2] تصویر نامیده می شود. توجه کنید که

$$0 \le L_{min} \le l \le L_{max} < \infty$$

عمل متداول، شیفت دادن این فاصله از نظر عددی به فاصله ی $[0 , L-1]$ است که $l = 0$ را سیاه و $l \ge L-1$ را سفید در نظر می گیریم. مقادیر میانی سایه هایی از خاکستری اند که از سیاه تا سفید تغییر می کنند.

$(L_{max} - L_{min} = L - 1)$.

1. Gray Scale
2. Dynamic Interval

در فرایند دیجیتال سازی لازم است که راجع به مقادیر M و N و تعداد سطوح شدت گسسته، یعنی L(نمونه برداری به تعداد L از بازه ی پویای تصویر) تصمیم گیری شود. هیچ محدودیتی روی M و N وجود ندارد، جزء اینکه باید اعداد طبیعی باشند، اما به دلیل ملاحظات حافظه و سخت افزار کمی کننده، تعداد سطوح شدت معمولاً توان صحیح از 2 است. یعنی:

$$L = 2^k$$

که در آن k یک عدد طبیعی است. لذا تعداد بیت های لازم برای ذخیره ی یک تصویر M×N×k است.

## 1-4- روابط بین پیکسل ها

در این بخش چندین رابطه مهم بین پیکسل ها را در تصویر دیجیتال در نظر می گیریم. در این بخش از حروف کوچکی مانند p و q برای مراجعه به پیکسل استفاده می کنیم.

**تعریف**1-4- پیکسل p به مختصات $(x, y)$ دارای چهار همسایه افقی و عمودی است که مختصات آن ها به صورت زیر است:

$$\{(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)\}$$

این مجموعه از پیکسل ها چهار همسایه p نامیده می شوند، به صورت $N_4(p)$ نمایش داده می شوند.

تعریف 1-5- چهار همسایه قطری p، مختصات زیر را دارند و به صورت $N_D(p)$ نمایش داده می شوند:

$$N_D(p) = \{(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)\}$$

**تعریف** 1-6- نقاط همسایگی چهارگا نه و همسایگی قطری، همسایگی هشت گانه p نامیده می شوند و به صورت $N_8(p)$ نمایش داده می شوند. یعنی:

$$N_8(p) = N_4(p) \cup N_D(p)$$

نمایش گرافیکی هر سه نوع همسایگی درشکل(1-3) آمده است(پیکسل p را خاکستری نمایش داده ایم).