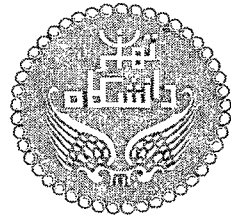
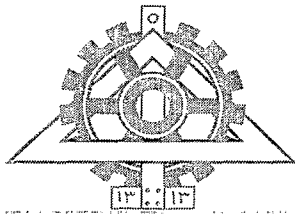




۱۳۸۷ / ۳ / ۲۸

۹۳۹۸۷



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
گروه مهندسی نقشه‌برداری  
قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی

## تعیین ارتفاع ارتومتریک در شبکه تراز یابی درجه ۱ ایران

نگارش:

عبدالرحمان مصطفائی

اساتید راهنما:

دکتر عبدالرضا صفری

دکتر علیرضا آزموده اردلان

استاد مشاور:

دکتر یحیی جمور

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی‌ارشد در رشته نقشه‌برداری گرایش ژئودزی-هیدروگرافی

اردیبهشت ۱۳۸۷

۹۳۹۱۶

۱۳۸۷ / ۲ / ۲۸

بنام خدا

اینجانب عبدالرحمان مصطفائی تأیید می‌کنم که مطالب مندرج در این پایان‌نامه، حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این نوشته از آنها استفاده شده است مطابق مقررات ارجاع گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشکده فنی دانشگاه تهران می‌باشد.

نام و نام خانوادگی دانشجو  
امضاء دانشجو  
عبدالرحمان مصطفائی  
۱۳۸۷/۲/۲۳

تقدیم به

پدرم و مادرم

و

همسرم

## چکیده

یکی از مباحث مهم در ژئودزی تعیین ارتفاع نقاط می‌باشد. ارتفاع به عنوان کمیتی مرتبط با شیب و جهت جریان آب از اطلاعات ضروری در انجام بسیاری از فعالیت‌ها و پروژه‌های عمرانی در هر کشوری است. شیب نیز در مفهوم فیزیکی چیزی جز اختلاف پتانسیل نیست و تعیین آن بدون اندازه‌گیری شتاب ثقل امکان‌پذیر نیست. بدین جهت برای تعیین ارتفاع نقاط در بیشتر کشورها شبکه‌های ترازیبی دقیق ایجاد گردیده است. که همراه با انجام ترازیبی مشاهدات ترازیبی، مشاهدات ثقل نیز در آنها انجام می‌شود.

در این پایان‌نامه علاوه بر بررسی دقت شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران و نحوه توزیع خطاهای اتفاقی و سیستماتیک درون شبکه روشی برای تعیین شتاب ثقل متوسط ارائه و شتاب ثقل متوسط برای نقاط شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران به این روش محاسبه شده است. روش ارائه شده بر مبنای حل مسئله مقدار مرزی ثابت-آزاد بر اساس مشاهدات از نوع: (۱) قدر مطلق شتاب ثقل حاصل از ثقلسنجی زمینی، (۲) طول و عرض نجومی، (۳) پتانسیل ثقل حاصل از عملیات ترازیبی و ثقلسنجی و (۴) ارتفاعسنجی ماهواره‌ای می‌باشد. پس از حل مسئله مقدار مرزی، پتانسیل ثقل تفاضلی در روی سطح بیضوی رفرانس حاصل می‌گردد. پتانسیل ثقل تفاضلی در خارج بیضوی رفرانس در معادله لاپلاس صدق می‌نماید. پس از حل مسئله مقدار مرزی دیربخله می‌توان پتانسیل ثقل تفاضلی را در نقطه با ارتفاع متوسط تعیین نموده و پس از اعمال اپراتور گرادینت، شتاب ثقل تفاضلی را نیز در این نقطه بدست آورد. با در اختیار داشتن شتاب ثقل تفاضلی در نقطه با ارتفاع متوسط و بازگرداندن اثرات حذف شده در این نقطه، شتاب ثقل متوسط بدست می‌آید.

پس از آن با سرشکنی لوپ‌هایی از شبکه که دارای اطلاعات ثقلی کامل می‌باشند اختلاف پتانسیل‌های تعدیل شده و سپس اختلاف ارتفاعات دینامیک و ارتومتریک در این لوپ‌ها محاسبه شده است.

## تقدیر و تشکر

خدا را شکر که در این مرحله از زندگی نیز مرا یاری نمود. پس از آن بر خود لازم می‌دانم از زحمات اساتید گرانقدر و بزرگوایم جناب آقای دکتر عبدالرضا صفری و جناب آقای دکتر علیرضا آزموده اردلان که راهنمائیهای ایشان در به انجام رسیدن این پایان‌نامه نقش بسزایی داشت سپاس - گذاری نموده و برای ایشان پیروزی و سربلندی در تمام مراحل زندگی را آرزو مندیم.

همچنین از جناب آقای دکتر جمور و هیئت محترم داوران آقایان دکتر مشهدی حسینعلی، دکتر شریفی به خاطر مطالعه دقیق این پایان‌نامه و ارائه پیشنهادات مهم قدردانی می‌کنم و از جناب آقای دکتر رجبی که مسئولیت نظارت بر جلسه دفاعیه را بر عهده داشتند متشکرم.

از دوستان عزیز و خوبم آقایان مهندس حیدر راستی ویسی، مهندس محمد طاهر کاوش، محمد راستی ویسی، مهندس مهدی نیکخو و مهندس عطاءالله حدادی و سایر دوستان به خاطر تشویق‌ها و حمایت‌هایشان با کمال احترام سپاسگزارم و امیدوارم در تمامی مراحل موفق و پیروز باشند.

در انتها لازم می‌دانم از خانواده‌ام بخصوص پدر و مادرم که در تمام دوران تحصیل و زندگی همواره مشوق و پشتیبان من بودند سپاسگزاری می‌کنم.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
أ.....	تقدیم .....
ب.....	چکیده .....
ت.....	تقدیر و تشکر .....
ث.....	فهرست مطالب .....
ح.....	فهرست اشکال .....
د.....	فهرست جداول .....
۱.....	فصل اول - مقدمه .....
۷.....	فصل دوم - تئوری ارتفاعات .....
۸.....	۱-۲ گرانش، ثقل و پتانسیل زمین .....
۱۳.....	۲-۲ سیستم‌های ارتفاعی .....
۱۵.....	۱-۲-۲ ارتفاعات دینامیک .....
۱۵.....	۲-۲-۲ ارتفاعات اورتومتریک .....
۱۸.....	۳-۲-۲ ارتفاعات نرمال .....
۲۳.....	فصل سوم - بررسی خطاها در شبکه ترازایی دقیق .....
۲۵.....	۱-۳ آنالیز واریانس .....
۲۸.....	۲-۳ فرمولهای لالمنند .....
۲۹.....	۳-۳ فرمولهای ویگنال .....
۳۰.....	۴-۳ مطالعه موردی: بررسی خطاها در شبکه ترازایی درجه یک ایران .....
۳۳.....	۵-۳ بحث و نتیجه‌گیری .....
۳۴.....	فصل چهارم - محاسبه شتاب ثقل متوسط .....
۳۸.....	۱-۴ مقدمات ریاضی .....
۳۸.....	۱-۱-۴ سطوح منظم .....
۳۹.....	۲-۱-۴ هارمونیکهای خارجی .....
۴۱.....	۳-۱-۴ مسئله مقدار مرزی دیریکله .....
۴۲.....	۴-۱-۴ مسئله مقدار مرزی گسسته دیریکله .....

۴۲	..... استفاده از اسپیلاینهای هارمونیک
۴۲	..... ۱-۲-۴ اسپیلاینهای هارمونیک
۴۴	..... ۲-۲-۴ درونیایی اسپیلاین هارمونیک (مسئله درونیایی)
۵۰	..... ۳-۳-۴ اسپیلاینهای هموارسازی
۵۱	..... ۴-۳-۴ مثالهای از انواع کرنلها
۵۲	..... ۴-۴ مطالعه موردی: تعیین شتاب ثقل متوسط در منطقه ایران
۶۱	..... ۵-۴ بحث و نتیجه گیری
۶۳	..... فصل پنجم - مدل‌های ریاضی سرشکنی و تست‌ها
۶۳	..... ۱-۵ سرشکنی بر اساس اختلاف پتانسیل‌ها
۶۶	..... ۲-۵ وابستگی مشاهدات و کواریانس بین آنها
۶۶	..... ۱-۲-۵ عدم استقلال مشاهدات ترازیایی
۶۹	..... ۲-۲-۵ حالت‌های حدی وابستگی
۷۳	..... ۳-۲-۵ بررسی مدل کواریانس
۷۷	..... ۳-۵ تعیین ماتریس واریانس-کواریانس مشاهدات ترازیایی
۷۸	..... ۱-۳-۵ محاسبه مقادیر $\alpha$ و $\lambda$
۷۹	..... ۴-۵ تعیین ماتریس وزن مشاهدات سرشکنی
۸۰	..... ۵-۵ پردازشهای قبل از سرشکنی
۸۱	..... ۶-۵ پردازشهای بعد از سرشکنی
۸۱	..... ۱-۶-۵ تست فاکتور واریانس
۸۳	..... ۲-۶-۵ تست باردا
۸۴	..... ۳-۶-۵ تست برآورد پایدار
۸۴	..... ۷-۵ مطالعه موردی: سرشکنی شبکه ترازیایی درجه یک ایران
۸۹	..... فصل ششم - نتیجه گیری و پیشنهادات
۸۹	..... ۱-۶ نتیجه گیری
۹۰	..... ۲-۶ پیشنهادات
۹۲	..... فهرست منابع
۹۷	..... پیوست‌ها
۹۷	..... پیوست ۱- مدلسازی بخش جهانی میدان ثقل
۱۰۲	..... پیوست ۲- رابطه مختصات کارترین $\{x, y, z\}$ به مختصات بیضوی $\{\lambda, \phi, u\}$
۱۰۳	..... پیوست ۳- رابطه مختصات کارترین $\{x, y, z\}$ به مختصات بیضوی $\{\lambda, \phi, \eta\}$
۱۰۴	..... پیوست ۴- جواب انتگرال نیوتن در سیستم مختصات کارترین $\{x, y, z\}$



## فهرست اشکال

عنوان شکل	صفحه
شکل ۲-۱: ارتفاع از بیضوی در مقابل ارتفاع نسبت به ژئوئید .....	۸
شکل ۲-۲: پروسه اندازه‌گیری ارتفاع بین دو نقطه از طریق مشاهدات ترازیبی .....	۱۰
شکل ۲-۳: یک لوپ بسته از مشاهدات ترازیبی دقیق .....	۱۴
شکل ۲-۴: ارتفاع نرمال $H^*$ و آنامولی ارتفاعی $\zeta$ ، تلورئید و کوازی ژئوئید .....	۲۱
شکل ۲-۵: ارتباط بین ارتفاع ژئوئید و ارتفاعات اورتومتربیک و بیضوی .....	۲۲
شکل ۳-۱: شبکه ترازیبی درجه ۱ طراحی شده برای ایران و پراکندگی اطلاعات ترازیبی موجود .....	۳۲
شکل ۳-۳: توزیع اندازه خطاهای اتفاقی در کل شبکه و توزیع اندازه خطاهای سیستماتیک در کل شبکه ۳۲	
شکل ۳-۴: هیستوگرام اندازه خطاهای اتفاقی در کل شبکه و هیستوگرام اندازه خطاهای سیستماتیک در کل شبکه .....	۳۳
شکل ۴-۱: توزیع نقاط در بانک داده BGI .....	۵۶
شکل ۴-۲: توزیع نقاط نجومی درجه یک در ایران .....	۵۶
شکل ۴-۳: تغییرات ژئوئید دریایی در خلیج فارس حاصل از مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای .....	۵۷
شکل ۴-۴: تغییرات پتانسیل ثقل تفاضلی بر روی سطح بیضوی فرانس در منطقه ایران .....	۵۷
شکل ۴-۵: منحنی GCV و نقطه حداقل منحنی بعنوان پارامتر هموارسازی $4.5278 \times 10^{-10}$ .....	۵۸
شکل ۴-۶: تغییرات شتاب ثقل تفاضلی بر روی سطح بیضوی فرانس .....	۵۸
شکل ۴-۸: تغییرات ارتفاع در منطقه ایران حاصل از مدل SRTM .....	۵۹
شکل ۴-۹: نقشه تغییرات شتاب ثقل تفاضلی در نقطه با ارتفاع متوسط در منطقه ایران بر اساس روش پیشنهادی .....	۶۰
شکل ۴-۱۰: نقشه تغییرات شتاب ثقل فرانس حاصل از بسط هارمونیکهای تا درجه و مرتبه ۳۶۰ و اثر میدان گریز از مرکز در نقطه با ارتفاع متوسط در منطقه ایران .....	۶۰
شکل ۴-۱۱: نقشه تغییرات اثر جرمهای در فاصله نزدیک در نقطه با ارتفاع متوسط در منطقه ایران .....	۶۱
شکل ۴-۱۲: نقشه تغییرات شتاب ثقل متوسط محاسبه شده براساس روش پیشنهادی .....	۶۱
شکل ۵-۱: خط ترازیبی و یک قطعه .....	۶۷

- شکل ۲-۵: خانواده "قوانین توزیع خطاها" ..... ۷۳
- شکل ۳-۵: مدل پیوسته ماتریس کواریانس ..... ۷۴
- شکل ۴-۵: حالت‌های حدی توابع کواریانس ..... ۷۵
- شکل ۵-۵: اولین خانواده از توابع کواریانس ..... ۷۶
- شکل ۶-۵: دومین خانواده از توابع کواریانس ..... ۷۷
- شکل ۷-۵: اختلاف پتانسیل‌های تعدیل شده ..... ۸۷
- شکل ۸-۵: اختلاف ارتفاعات دینامیک محاسبه شده ..... ۸۷
- شکل ۹-۵: اختلاف ارتفاعات ارتومتریک محاسبه شده ..... ۸۸
- شکل ۱۰-۵: اختلاف بین اختلاف ارتفاعات ارتومتریک و دینامیک محاسبه شده ..... ۸۸
- شکل پ ۱-۴: سیستم مختصات کارتزین  $\{x, y, z\}$  در صفحه تصویر و عنصر جرمی  $\Delta V_i$  ..... ۱۰۶

## فهرست جداول

صفحه	عنوان جدول
۲۸	جدول ۱-۳: پارامترهای آنالیز واریانس خطوط ترازیبی.....
۳۱	جدول ۲-۳: نتایج آنالیز واریانس خطوط ترازیبی شبکه ترازیبی دقیق ایران.....
۳۷	جدول ۱-۴: مسئله مقدار دو مرزی با مرزهای ثابت و آزاد و غیر خطی با اطلاعات بیش از مورد نیاز.....
۵۳	جدول ۲-۴: مسئله مقدار مرزی خطی دیربخله برای پتانسیل ثقل تفاضلی.....
۷۵	جدول ۱-۵: خصوصیات یک مدل کواریانس.....
۷۶	جدول ۲-۵: دو مدل کواریانس معرفی شده.....

# فصل اول

## مقدمه

مبحث ارتفاعات برخلاف آنچه که در ظاهر به نظر می‌رسد، از پیچیده‌ترین مباحث علم ژئودزی به شمار می‌رود. بر این اساس مباحثی چون تعیین ارتفاع دقیق و مبنای ارتفاعی از موضوعات مهم تحقیقاتی در ژئودزی است. بر خلاف موقعیت مسطحاتی که از سالها قبل توسط روش‌های ماهواره‌ای همچون GPS<sup>1</sup> در اختیار عموم قرار گرفته است تا کنون امکان ساخت سیستمی برای تعیین ارتفاعات به مفهوم فیزیکی آن وجود نداشته است. ارتفاعات جزو معدود کمیت‌های فیزیکی هستند که هنوز مبدأ و دیتوم<sup>2</sup> جهانی برای آن تعریف نشده است. ساده‌ترین شیوه بمنظور تعیین ارتفاع، ترازیبی<sup>3</sup> است. از اینرو یکی از مباحث مهم در زمینه ارتفاعات شبکه‌های ترازیبی دقیق است که در اکثر کشورها وجود دارد. از استفاده‌های شبکه‌های ترازیبی دقیق می‌توان به بررسی جابجایی‌های ارتفاعی پوسته زمین (ژئودینامیک منطقه)، ایجاد نقاط مبنایی برای شبکه کنترل میکروژئودزی، ایجاد سیستم ارتفاعی یکسان برای نقشه‌های پوششی ملی مورد اشاره کرد.

ضرورت انجام ترازیبی دقیق اولین بار در دومین کنفرانس نقشه‌برداری در برلین در سال ۱۸۶۷ مطرح شد و روابط استاندارد برای آن ارائه شد. در شبکه‌های ترازیبی دقیق، مشاهدات همانند سایر مشاهدات در کارهای نقشه‌برداری تحت تأثیر عواملی چون اشتباهات، خطاهای

---

<sup>1</sup> Global Positioning System

<sup>2</sup> Datum

<sup>3</sup> Levelling

سیستماتیک و خطاهای اتفاقی قرار دارند. قبل از محاسبات بایستی اثرات این عوامل از مشاهدات حذف شود. مشاهدات اشتباه با یکسری کنترل‌ها قابل تشخیص و حذف است. حتی‌الامکان می‌بایست؛ مشاهدات مربوطه تکرار گردند. مطالعات زیادی جهت بررسی دقت شبکه ترازیبی دقیق و نیز اثر خطاهای سیستماتیک و اتفاقی در این شبکه‌ها صورت گرفته است (Vignal, 1936؛ Wassef, 1957؛ Wassef et al, 1960؛ Wassef, 1962؛ Wassef, 1974). فرمول‌های لالمنده<sup>۱</sup> برای خطاهای سیستماتیک<sup>۲</sup> و اتفاقی<sup>۳</sup> در شبکه‌های ترازیبی در کنفرانس عمومی بین‌المللی نقشه‌برداری<sup>۴</sup> در هامبورگ سال ۱۹۱۲ مطرح و پذیرفته شدند. در مجمع اسلو اتحادیه بین‌المللی ژئودزی<sup>۵</sup> در سال ۱۹۴۸، فرمول‌های خطای ترازیبی مجدداً بازبینی شده و فرمول‌های ویگنال<sup>۶</sup> برای برآورد دقت شبکه ترازیبی پذیرفته شد.

خطاهای ناشی از دستگاه‌ها، شرایط دمای محیط و اپراتور، ساختاری دارند که حذف آنها از مشاهدات بسیار سخت است، همچنین ارزیابی و تشخیص دقت ترازیبی کار ساده‌ای نیست. در چند دهه اخیر چندین روش برای برآورد دقت در شبکه‌های ترازیبی ارائه شده است، برای مطالعه جزئیات آنها به (Jordan et al, 1956, pp. 223- 255) مراجعه شود.

بعد از سال ۱۹۵۵، توسط واسف و مش در مقالاتی چون (Wassef, 1955؛ Wassef & Messh, 1960؛ Wassef, 1962) کاربرد آماره‌های ریاضی، برای آنالیز واریانس در مطالعه اختلاف اختلاف

---

<sup>1</sup> Lallemand's formulae

<sup>2</sup> Systematic error

<sup>3</sup> Random error

<sup>4</sup> General Conference of International Surveying

<sup>5</sup> Oslo Assembly of the International Association of Geodesy

<sup>6</sup> Vignal's formulae

ارتفاعات رفت و برگشت<sup>۱</sup> قطعات ترازیابی بر اساس آزمونی بوسیله تست فیشر<sup>۲</sup> مطرح شده است.

همانطور که بیان شد یکی از اهداف شبکه‌های ترازیابی دقیق ایجاد سیستم ارتفاعی یکسان برای نقشه‌های پوششی ملی است ولی ارتفاع حاصل از ترازیابی بدلیل وابستگی اختلاف ارتفاع حاصل از ترازیابی به مسیر ترازیابی یکتا نمی‌باشد. بنابراین نمی‌توان این روش را بعنوان یک روش مناسب جهت تعیین ارتفاع نقاط بکار برد (Sanso & Vaníček, Vaníček & Krakiwsky, 1986؛ 2006؛ Jekeli, 2000). بدین جهت در شبکه‌های ترازیابی دقیق مشکل را می‌توان با تبدیل نتایج وابسته به مسیر به نتایج مستقل از مسیر حل نمود و اینجاست که مشاهدات ثقل در این شبکه‌ها نقش اساسی پیدا می‌کند و مسئله یافتن اختلاف ارتفاعات به یافتن اختلاف پتانسیل، کمیتی مستقل از مسیر، تبدیل می‌شود.

از جمله سیستم‌های ارتفاعی، سیستم ارتفاعی ارتومتریک<sup>۳</sup> است. صرف نظر از خطاهای ترازیابی و منابع خطای دیگر، محاسبه مقدار دقیق ارتفاع ارتومتریک به محاسبه دقیق میانگین شتاب ثقل در داخل زمین در امتداد خط شاقولی<sup>۴</sup> از ژئوئید<sup>۵</sup> تا نقطه مورد نظر روی سطح زمین منتهی می‌شود. با توجه به تعریف ارتفاع ارتومتریک، میانگین شتاب ثقل در امتداد خط شاقولی بین سطح زمین و ژئوئید بصورت انتگرالی تعریف می‌شود. برای محاسبه میانگین شتاب ثقل تا کنون مطالعات فراوانی صورت گرفته است. این کار با مطالعات هلمرت<sup>۶</sup> شروع شد. وی در تعریفی که منسوب به خود اوست، با فرض تغییر خطی شتاب ثقل در امتداد خط شاقولی، میانگین شتاب ثقل

---

1 Discrepancy

2 Fisher test

3 Orthometric

4 Plumb line

5 Geoid

6 Helmert

را با استفاده از شتاب ثقل مشاهده شده در سطح زمین از گرادایانت شتاب ثقل پوانکاره-پری<sup>1</sup> تعیین کرد. بعدها نیامر (Niethammer, 1932) و مادر (Mader, 1954) با ثابت فرض نمودن توزیع دانسیته توپوگرافی در امتداد خط شاقولی، اثر جاذبه توپوگرافی را به تصحیح پلایت بوگه<sup>2</sup> و تصحیح هوای آزاد<sup>3</sup> افزودند. هایسکانن و موریتز (Heiskanen & Moritz, 1967) نیز روش‌های عمومی را برای محاسبه میانگین شتاب ثقل در داخل زمین در امتداد خط شاقولی ارائه نمودند. ونیچک و همکاران (Vaníček et al, 1995) تغییرات جانبی دانسیته توپوگرافی را به تعریف ارتفاع ارتومتریک هلمرت افزودند. هوانگ و هسیا (Hwang & Hsiao, 2003) و دنیس و فدرستون (Dennis & Featherstone, 2003) نیز تصحیحات دیگری را برای محاسبه تغییرات دانسیته در جهات عرضی و شعاعی ارائه نمودند. در ادامه تنزر (Tenzer, 2004) مقدار میانگین انتگرال شتاب ثقل در امتداد خط شاقولی داخل توپوگرافی را با در نظر گرفتن دانسیته توپوگرافی واقعی و تغییر توزیع شتاب ثقل با عمق را تعریف کرد. اردلان و جزایری در سال ۱۳۸۴ با مدلسازی شتاب ثقل در داخل زمین مقدار میانگین شتاب ثقل در داخل زمین را محاسبه کردند. علاوه بر موارد یاد شده مطالعات زیادی نیز در خصوص محاسبه ارتفاع ارتومتریک انجام شده است که به عنوان نمونه می‌توان به (Rapp, 1961؛ Krakiwsky, 1965؛ Strange, 1982؛ Allister & Featherstone, 2001؛ Hwang & Hsiao, 2003؛ Dennis & Featherstone, 2003؛ Tenzer & Featherstone, 2005؛ Santos et al. 2006؛ Sjöberg, 2006) اشاره کرد.

---

<sup>1</sup> Poincaré-Prey

<sup>2</sup> Bouguer Plate

<sup>3</sup> Free Air Reduction

از جمله کارهای انجام شده در ایران مرتبط با شبکه ترازیبی دقیق این کشور و خطاهای موجود در این شبکه نیز می‌توان به (Voosoghi, 1994؛ Moosavi, 1996؛ Meamarzadeh, 1998؛ کریمی، ۱۳۸۲؛ احمدی، ۱۳۸۲؛ یوسفی، ۱۳۸۶) اشاره کرد.

اغلب کارهای انجام شده در ایران مرتبط با خطاهای سیستماتیک موجود در شبکه ترازیبی، اثرات این خطاها و مدلها مربوط به آنها است. از تحقیقات انجام شده مرتبط با ارتفاعات (کریمی، ۱۳۸۲؛ یوسفی، ۱۳۸۶) را می‌توان نام برد. کریمی در سال ۱۳۸۲ اعداد ژئوپتانسیل<sup>۱</sup> را برای کل شبکه ترازیبی دقیق ایران با مدلسازی ثقل در پنج‌مارکهای بدون ثقل این شبکه و با فرض استقلال مشاهدات محاسبه نمود و ارتفاعات دینامیک<sup>۲</sup> را در شبکه با توجه به اعداد ژئوپتانسیل محاسبه شده بدست آورد. پس از آن یوسفی در سال ۱۳۸۶ ارتفاعات نرمال<sup>۳</sup> را با آن اعداد ژئوپتانسیل در شبکه محاسبه نمود و تا کنون جهت محاسبه ارتفاع ارتومتریک در شبکه ترازیبی دقیق ایران تلاشی صورت نگرفته است لذا این پایان‌نامه با هدف محاسبه ارتفاع ارتومتریک در شبکه ترازیبی درجه یک ایران تعریف شده است و جهت انجام آن از اطلاعات ترازیبی و ثقل سنجی مرحله اول شبکه ترازیبی درجه یک ایران که از سازمان نقشه‌برداری کشور دریافت شده، استفاده شده است.

این اطلاعات، مشاهدات ترازیبی مربوط به ۵۸ لوپ ترازیبی<sup>۴</sup> شامل ۲۰۲ خط ترازیبی<sup>۵</sup> و ۱۱۴۱۰ قطعه ترازیبی<sup>۶</sup> و ۱۱۳۵۲ پنج‌مارک است و از میان آنها فقط ۱۳ لوپ شامل، ۶۰ خط ترازیبی، ۳۵۰۱ قطعه ترازیبی و ۳۴۹۳ پنج‌مارک دارای اطلاعات ثقل کاملی بودند.

<sup>1</sup> Geopotential Number

<sup>2</sup> Dynamic heights

<sup>3</sup> Normal Height

<sup>4</sup> Levelling Loop

<sup>5</sup> Levelling Line

<sup>6</sup> Levelling Section



فصل دوم این پایان‌نامه به مروری بر مفاهیم گرانث، ثقل و پتانسیل زمین و سیستم‌های ارتفاعی مختلف اختصاص یافته‌است و در فصل سوم به بررسی خطاها در شبکه‌های ترازیبی دقیق پرداخته شده است و در انتهای فصل شبکه ترازیبی دقیق ایران از نظر وجود خطاها مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل چهارم مسئله محاسبه شتاب ثقل مطرح شده و روشی جهت محاسبه شتاب ثقل متوسط در امتداد خط شاقولی ارائه شده است و ثقل متوسط پنج‌مارک‌های لوپ‌هایی از شبکه ترازیبی دقیق ایران که دارای اطلاعات ثقلی کامل بودند محاسبه شده است. فصل پنجم با بررسی روش سرشکنی شبکه‌های ترازیبی دقیق و مدل‌هایی که می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد شروع و پس از بیان نحوه تشکیل ماتریس‌ها و معادلات مورد نیاز برای سرشکنی، نتایج مربوط به سرشکنی ۱۳ لوپ مذکور ارائه شده است. در نهایت اختلاف ارتفاعات دینامیک پنج‌مارک‌های این لوپ‌ها محاسبه و از آنها جهت محاسبه اختلاف ارتفاعات ارتومتریک استفاده شده است و نمایش داده شده است. فصل ششم نیز به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری اختصاص یافته است.

## فصل دوم

### تئوری ارتفاعات

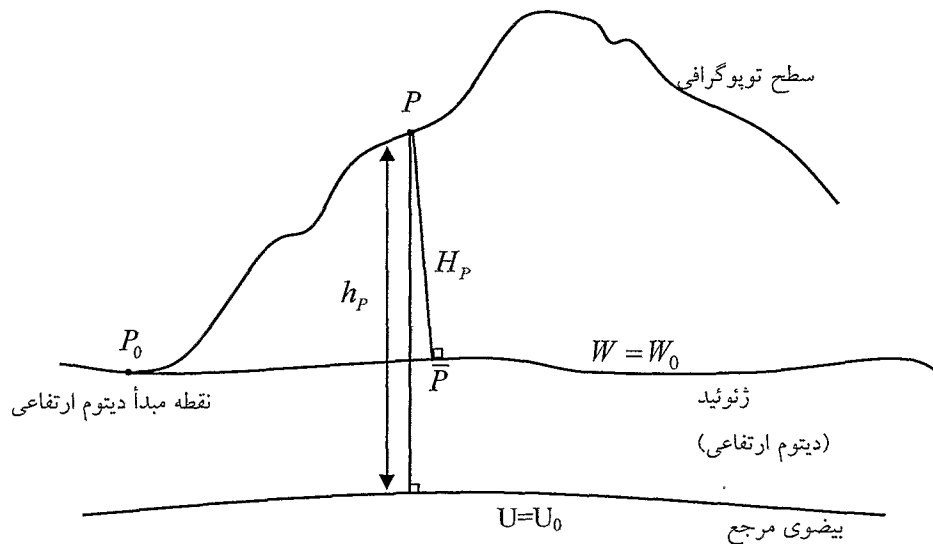
نقاط روی یا نزدیک سطح زمین بطور معمول با سه مختصه بیان می‌شوند، عرض، طول و ارتفاع. عرض و طول به یک بیضوی دورانی مربوط شده و بطور دقیق‌تر بصورت طول و عرض ژئودتیکی تعریف می‌شوند. بیضوی شکل هندسی ریاضی است و طوری انتخاب می‌شود که بطور جهانی به سطح متوسط دریا برازش یابد. فرض می‌شود که مرکزش در مرکز جرم زمین است و محور کوچک آن از قطب زمین می‌گذرد. ارتفاع نقطه  $P$ ، می‌تواند نسبت به این بیضوی تعریف شود، همانطور که طول و عرض اینگونه است و می‌توان ارتفاع از بیضوی،  $h_p$ ، را بصورت ارتفاع در امتداد قائم بر بیضوی از نقطه مورد نظر تا سطح بیضوی تعریف کرد، (شکل ۲-۱).

در هر صورت، در بسیاری از کاربردهای نقشه برداری، ارتفاع نقطه بایستی به سطح متوسط دریا<sup>۱</sup>، نسبت داده شود یا بطور دقیق‌تر به یک دیتوم ارتفاعی (یعنی، یک سطح مرجع برای ارتفاعات که حداقل در یک نقطه، نقطه مبدأ، قابل دسترسی است). لازم به ذکر است که سطح بیضوی با سطح متوسط دریا یکسان نیست، و با آن در حد ۳۰ تا ۱۱۰ متر می‌تواند اختلاف داشته باشد (Jekeli, 2000). به عبارت دیگر، بیضوی ممکن است به عنوان «دیتوم ارتفاعی» برای ارتفاعات بیضوی در نظر گرفته شود. در این صورت در دسترس بودن بیضوی بطور غیرمستقیم از این فرض حاصل می‌شود که بیضوی در یک چارچوب مختصاتی ایجاد شده از مشاهدات ماهواره-

---

<sup>1</sup> Mean Sea Level (MSL)

ای حاصل می‌شود و مختصات سه بعدی یک نقطه را می‌دهد. یک دیتوم ارتفاعی به صورت هر مقدار عددی یا مجموعه‌ای از مقادیر عددی است که به عنوان مرجع یا پایه‌ای برای دیگر مقادیر به کار می‌رود (Jekeli, 2000). در آن صورت، یک دیتوم ارتفاعی مرجعی برای ارتفاعات می‌باشد.



شکل ۱-۲: ارتفاع از بیضوی در مقابل ارتفاع نسبت به ژئوئید، (ارتفاع ارتومتریک).

## ۱-۲ گرانش<sup>۱</sup>، ثقل<sup>۲</sup> و پتانسیل زمین<sup>۳</sup>

کلمات ثقل و گرانش معادله معروف نیروی جاذبه گرانشی نیوتن را یادآور می‌شوند

$$F_{12} = \frac{Gm_1m_2}{R_{12}^2} \quad (1-2)$$

که

$F_{12}$ ، نیروی جاذبه گرانشی بین دو جرم نقطه‌ای ۱ و ۲ بر حسب نیوتن (N)،  $G$  ثابت جهانی گرانش

$(G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2)$ ،  $m_1$  و  $m_2$  جرم اجرام نقطه‌ای بر حسب کیلوگرم و  $R_{12}$  فاصله

بین دو نقطه بر حسب متر است.

<sup>1</sup> Gravitation

<sup>2</sup> Gravity

<sup>3</sup> Earth Potential

با توجه به معادله بالا نیرو بر واحد جرم برای جرم  $m_2$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$a_2 = \frac{F_{12}}{m_2} \quad (2-2)$$

$$a = \frac{Gm_1}{R_{12}^2} \quad (3-2)$$

وقتی این مقدار برای یک جسم نسبت به نیروی گرانش جاذبه زمین در نظر گرفته شود، می‌توان

اندیس‌ها را حذف نمود و معادله بالا را به صورت زیر نوشت

$$a_2 = \frac{GM}{R^2} \quad (4-2)$$

از آنجائیکه نیرو یک بردار است معادله بالا به صورت برداری بازنویسی می‌شود

$$\vec{a} = \frac{GM}{R^3} \vec{R} \quad (5-2)$$

مقدار  $\vec{a}$  جاذبه گرانش جرم  $M$  است، که جرم زمین می‌باشد. میدان جاذبه گرانش زمین یک میدان

غیر دورانی است، بدین معنی که مقدار کار انجام شده برای رفتن از نقطه ۱ به ۲ مستقل از مسیر

می‌باشد. نمایش این مسئله به زبان ریاضی به صورت زیر می‌باشد

$$\text{rot } \vec{a} = \nabla \times \vec{a} = \vec{0} \quad (6-2)$$

که با توجه به آنالیز برداری معادل با گرادیانت  $F$  ( $\nabla F$ ) می‌باشد که  $F$  میدانی اسکالر است.

بنابراین، جاذبه گرانش را می‌توان بصورت گرادیانت یک میدان اسکالر نوشت و این میدان اسکالر

میدان پتانسیل گرانش  $V$  نامیده می‌شود.  $\vec{a}$  جاذبه و  $V$  پتانسیل گرانش نامیده می‌شود. پتانسیل

گرانش زمین به صورت زیر نوشته می‌شود

$$V = \frac{GM}{R} \quad (7-2)$$

معادله بالا را می‌توان با جایگذاری دانسیته بجای جرم بازنویسی کرد،

$$V = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho(x, y, z)}{R} dx dy dz \quad (8-2)$$

که  $\Omega$  معرف حجم زمین می‌باشد.