

فصل اول

مقدمه‌ای بر لیزر الکترون آزاد

۱-۱- مقدمه

لیزرهای الکترون آزاد، لیزرهایی هستند که از باریکه^۱ الکترونی با سرعت نسبی برای ایجاد یک تابش همدوس^۲، استفاده می کنند. *FEL*ها^۳، نوع جدیدی از لیزرها هستند که الکترونها در چنین سیستمی بر خلاف لیزرهای معمولی، وابستگی اتمی و ملکولی ندارند، این الکترونها با سرعت نسبی از یک شتابدهنده خطی خارج می شوند و در داخل محیط خلا حرکت می کنند. در این نوع لیزرها، ترازهای اتمی و گذار الکترون به ترازهای پایین وجود ندارد، در نتیجه بر خلاف لیزرهای معمولی یک الکترون می تواند چندین فوتون تابش کند.

در لیزر الکترون آزاد، نقش محیط فعال و پمپاژ بر عهده باریکه الکترونی می باشد و همانطور که در ادامه توضیح می دهیم، طول موج خروجی به پارامترهای خارجی بستگی دارد که این پارامترها قابل تغییر

¹.Beam

².Coherent

³.Free electron laser

می‌باشند، در نتیجه محدوده فرکانسی در این لیزر دارای دامنه‌ی گسترده‌تری است. لیزرهای الکترون آزاد به عنوان منابع تابشی عمده در محدوده‌ی طول موج مادون قرمز^۴ مورد استفاده قرار می‌گرفتند، اما امروزه طول موج‌های تابش‌های لیزر الکترون آزاد به محدوده اشعه ایکس^۵ رسیده است.

در سال ۱۹۵۱، موتز^۶ به طور تحلیلی نشان داد که تابش الکترومغناطیسی می‌تواند با عبور از یک میدان مغناطیسی پیچشی تقویت شود [۱-۲]. محاسبات تقویتی را که او توضیح داد مبنای تئوریک مکانیزم عملکرد *FEL* واقع شد. در سال ۱۹۶۰ اولین آزمایش با این مکانیزم انجام شد و به عنوان منبع تولید امواج میکروویو^۷ مورد استفاده قرار گرفت [۳-۴]. در اواخر ۱۹۷۰، مدی و همکارانش لیزر الکترون آزادی ساختند که قادر به تولید تابش در محدوده مادون قرمز بود [۵-۷]. در سال ۱۹۷۱، تحلیل مکانیک کوانتومی عبور جریان پایین باریکه الکترونی از میان میدان مغناطیسی نوسانی توسط مدی منتشر شد [۵]. اشپرنگل^۸ در سال ۱۹۷۴، روش تحلیلی برای به دست آوردن نرخ رشد در رژیم رامان، برای هدایت با میدان مغناطیسی محوری ارائه کرد [۸-۹]. در سال ۱۹۷۷، کلسون^۹ رژیم کامپتون^{۱۰} با بهره‌پایین رابا استفاده از معادله آونگ مورد بررسی قرار داد [۱۰]. در سال ۱۹۷۸، کرال^{۱۱} و مولین^{۱۲} نرخ رشد در رژیم کامپتون با بهره بالا را محاسبه نمودند [۱۱]. در سال ۱۹۷۹، اشپرنگل با استفاده از فرمالیزم غیر خطی برای *FEL* نشان داد که با کاهش پیروی ویگلر^{۱۳} بازده افزایش می‌یابد [۳۱]. در اولین آزمایش *FEL* در دانشگاه استنفورد^{۱۴} با

4. Infrared

5. X Ray

6. Motz

7. Microwave

8. Sprangle

9. Colson

10. on regime Compt

11. Kroll

12. Mullin

13. Wiggler

14. Stand ford

استفاده از شتابدهنده خطی، تابشی در محدوده مادون قرمز با طول موج در حدود ۰/۵ میکرومتر تولید شد که در این آزمایش الکترونها دارای انرژی در حدود ۱۱۵ مگاالکترون ولت بودند [۶].

۲-۱ - تئوری لیزر الکترون آزاد

محیط فعال در لیزر الکترون آزاد باریکه الکترونی با سرعت نسبی می باشد که دارای انرژی در محدوده Mev تا Gev است. حرکت ذره باردار شتابدار، باعث ایجاد تابش‌های خودبه خودی می شود و منبع تابش‌های لیزرالکترون آزاد همین تابش‌های ساطع شده از الکترون‌های باریکه می باشد. برای ایجاد تابش خروجی ایده‌آل (تابش همدوس و تقویت شده) به شرایطی مناسب نیاز می باشد. تقویت این تابش مستلزم بر همکنش مناسب میان تابش ناشی از الکترون‌ها و باریکه الکترونی است. باریکه الکترونی در جهت محور z حرکت می کند، تابش الکترومغناطیسی ناشی از حرکت ذره باردار شتابدار، یک موج عرضی در صفحه (X-Y) می باشد. در نتیجه میدان الکتریکی باریکه E_b و سرعت الکترونها v_{z0} بر هم عمودند:

$$\Delta W = -e \int E \cdot v_{z0} dt = 0 \quad (1-1)$$

رابطه بالا نشان می دهد که تبادل انرژی میان میدان الکتریکی ناشی از تابش الکترومغناطیسی و باریکه الکترونی جهت تقویت میدان وجود ندارد. برای ایجاد بر هم کنش مناسب، سرعت باریکه و میدان باید هم جهت باشند در نتیجه با ایجاد یک سرعت عرضی برای باریکه الکترونی این تبادل انرژی صورت می گیرد. در لیزر الکترون آزاد، میدان ویگلر یک میدان مغناطیسی عرضی در جهت y است که این میدان یک میدان پیچشی است که نسبت به زمان ثابت است ولی وابستگی مکانی آن به صورت نوسانی تغییر می کند:

$$\mathbf{B}_w = B_w \cos(k_w z) \hat{y} \quad (2-1)$$

که B_w شدت میدان مغناطیسی است و $k_w = 2\pi/\lambda_w$ که λ_w پریود میدان ویگلر می باشد.

این میدان مغناطیسی بر ذرات باردار شتابدار (باریکه الکترونی) نیرو وارد می کند، تحت تاثیر این نیرو باریکه الکترونی در صفحه (X-Z) شروع به نوسان می کند و الکترون ها دارای سرعت عرضی v_w در جهت X می شوند:

$$\mathbf{v}_w = v_w \sin(k_w z) \hat{x} . \quad (3-1)$$

به این ترتیب شرط بر همکنش مناسب میان میدان تابشی و باریکه بر آورده شده و موج در طول این میدان مغناطیسی تقویت می شود. پس اجزای اصلی لیزر الکترون آزاد عبارتند از باریکه الکترونی و میدان مغناطیسی ویگلر.

۱-۲-۱ - نیروی پاندرماتیو^{۱۵}

با حرکت نوسانی هر الکترون که با سرعت نسبی حرکت می کنند، تابشی از آنها به سمت جلو با زاویه $1/\gamma$ ساطع می شود که γ انرژی الکترون هاست. تابش ناشی از هر الکترون با الکترونهاي دیگر بر هم کنش و در نتیجه این تابش تقویت می شود. اما اگر تابش هر الکترون را به صورت جداگانه در نظر بگیریم، یک تابش ناهمدوس خواهیم داشت، با توجه به وجود شرایط همدوسی در لیزر الکترون آزاد تابش همدوس خواهیم داشت، برای بررسی این شرایط ابتدا مفهوم پاندرماتیو و دسته بندی شدن^{۱۶} الکترونها را توضیح می دهیم.

بر اثر بر هم کنش میدان مغناطیسی ناشی از تابش الکترون ها B_R و سرعت عرضی الکترون ها v_w نیروی نوسانی طولی (پاندرماتیو) در جهت Z بر الکترون ها وارد می شود و الکترون ها در ناحیه مشخص دسته بندی می شوند.

$$\mathbf{B}_R = B_R \cos(kz - \omega t) \hat{y} , \quad (4-1)$$

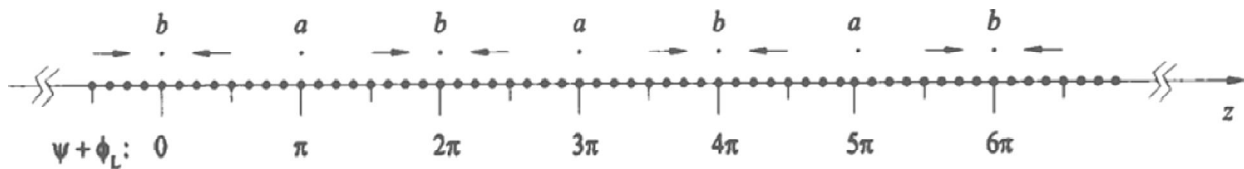
¹⁵ . Ponderomotive Force

¹⁶ . Bunching.

B_R شدت میدان مغناطیسی و k عدد موج تابش الکترومغناطیس می باشد. در نتیجه نیروی لورنتس وارد بر الکترون‌ها به صورت زیر می باشد:

$$F_z = ev_w B_R [\sin(k + k_w)z - \omega t] , \quad (5-1)$$

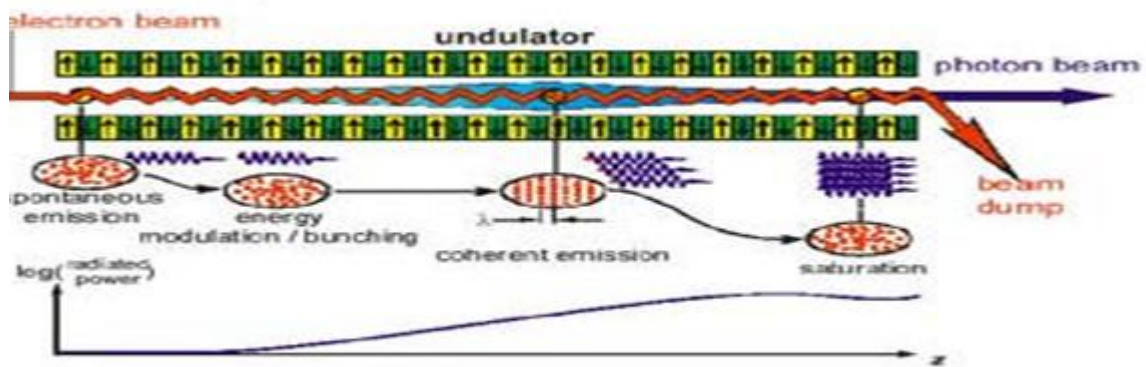
که فاز $(k + k_w)z - \omega t$ فاز پاندرماتیو می باشد و نقش مهمی در بر همکنش بین الکترون‌ها و موج تابشی دارد. جهت نیروی وارد بر الکترون‌ها و دسته بندی شدن الکترون‌ها در نواحی مشخص در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل (۱-۱): مکانیزم دسته بندی شدن الکترون‌ها [۳۰].

۱-۲-۲- تابش خروجی

از آنجایی که الکترون‌ها تحت تاثیر میدان ویگلر حرکت نوسانی دارند با توجه به جهت حرکت یا به عبارتی جهت v_w نیروی پاندرماتیو در جهت های مختلف وارد می شود و بر الکترون‌هایی که جلوتر حرکت می کنند این نیرو در جهت $-z$ و بر الکترون‌هایی که عقب تر حرکت می کنند این نیرو در جهت z وارد می شود و در نتیجه شکل گیری دسته بندی در الکترون‌ها شروع می شود. این دسته بندی در طول میدان ویگلر ادامه می یابد و در نهایت منجر به همدوس شدن تابش خروجی می شود:



شکل ۱-۲: طرح لیزر الکترون آزاد [۳۰].

شرط اینکه دسته بندی بهتری برای الکترون ها صورت پذیرد (شرط تشدید) این است که برهم کنش مناسبی صورت گیرد و لازمه‌ی این امر، این است که سرعت اولیه باریکه‌ی الکترونی (v_{z0}) و سرعت موج پاندرماتیو $\omega/(k + k_w)$ باهم برابر باشند که این شرط را می‌توان به صورت $\beta_{z0} = \lambda_w/(\lambda_w + \lambda)$ نیز نوشت و از آنجایی که $\lambda = \lambda_w(1 - \beta_{z0}^2)/2$ و همچنین $\gamma_z = (1 - \beta_{z0}^2)^{-1/2}$ ، می‌توان طول موج خروجی لیزر را به صورت زیر نوشت:

$$\lambda = \frac{\lambda_w}{2\gamma_{z0}^2} \quad (1-6)$$

۳-۱- رژیم‌های عملیاتی الکترون آزاد

نیروی طولی نوسانی (پاندرماتیو) را که در بخش (۱-۲-۱) توضیح دادیم را می‌توان بر حسب یک پتانسیل پاندرماتیو (Φ_p) توصیف کرد، این پتانسیل متناسب با دامنه‌ی میدان ویگلر و پتانسیل موج بار - فضا (Φ_{sc})^{۱۷} مربوط به باریکه الکترونی است و به چگالی الکترونها باریکه و انرژی آن بستگی دارد. با

¹⁷.Space - charge

توجه به این دو پتانسیل رژیم های مختلف عملیاتی مشخص می شوند. رژیم های عملیاتی در لیزر الکترون آزاد دو نوع می باشند که عبارتند از: رژیم کامپتون^{۱۸} و رژیم رامان^{۱۹}.

رژیم کامپتون برای انرژی های بالاتر از 2 MeV می باشد که الکترون ها به صورت منفرد عمل می کنند و خود این رژیم شامل دو نوع می باشد یکی رژیم کامپتون با بهره بالا و دیگری رژیم کامپتون با بهره پایین. اما رژیم رامان برای انرژی های پایین تر از 2 MeV می باشد که در این رژیم الکترون ها رفتار جمعی دارند، جفت شدگی ها در رژیم های مختلف لیزر الکترون آزاد متفاوت است، در رژیم کامپتون با بهره ی بالا موج پاندرماتیو بر اثرات جمعی موج بار - فضا غلبه می کند و در روابط پاشندگی، موج بار - فضا نادیده گرفته می شود و این رژیم شامل جفت شدگی مد الکترومغناطیس با موج پاندرماتیو است. در این رژیم شدت میدان ویگلر بسیار بالاست و ماکزیمم رشد امواج الکترومغناطیسی جایی است که از فرکانس باریکه ω_b در مقایسه با فرکانس ω چشم پوشی کنیم. در رژیم رامان به علت داشتن رفتار جمعی الکترون ها، فرکانس باریکه - پلاسما به اندازه ای بالاست که جفت شدگی^{۲۰} بین موج الکترومغناطیس و دو موج بار-فضا با انرژی مثبت و انرژی منفی می تواند به طور مستقل در نظر گرفته شود، رابطه پاشندگی در این رژیم با بر هم کنش بین موج بار-فضا با انرژی منفی و موج الکترومغناطیسی شرح داده می شود و بیشترین نرخ رشد هنگامی اتفاق می افتد که $k_{em} = k$ باشد و جفت شدگی موج الکترومغناطیسی با موج بار - فضا با انرژی مثبت ضعیف است [۱۵].

¹⁸ . Compton

¹⁹ . Raman

²⁰ . Coupling

۴-۱ - تعریف ناپایداری در پلاسما

یک سیستم زمانی پایدار است که در تعادل کامل ترمودینامیکی باشد که در این تعادل چگالی ذرات در کل سیستم یکسان است، ذرات در پایین ترین سطح از انرژی قرار دارند و از توزیع سرعت ماکسولی تبعیت می کنند. اگر سیستم به هر دلیلی در تعادلی غیر از تعادل ترمودینامیکی قرار گیرد، این تعادل یک تعادل ناپایدار است در نتیجه سیستم به سمتی پیش می رود که به تعادل ترمودینامیکی نزدیک شود و انرژی سیستم به کمترین مقدار خود برسد، انرژی آزاد شده در این فرایند در محیط پلاسما موجب برانگیختگی امواج می شود. یکی از مهمترین روش های بررسی پایداری و ناپایداری پلاسما، روش اختلال است. اگر اختلال به پلاسمایی که در حالت تعادل ترمودینامیکی قرار دارد وارد شود، پلاسما در حالت تعادل ناپایدار قرار می گیرد. با توجه به چگونگی ایجاد اختلال و اینکه اختلال بر روی چه کمیت هایی از پلاسما وارد شود، ناپایداری های مختلف برای پلاسما رخ می دهد. اگر اختلال بر روی کمیت های میکروسکوپی پلاسما اعمال شود، به علت انحراف کمیت های میکروسکوپی از تعادل ترمودینامیکی ناپایداری های بزرگ-مقیاس (دامنه ی بزرگ) به وجود می آیند و اگر اختلال بر روی کمیت های میکروسکوپی پلاسما اعمال شود به علت انحراف کمیت های میکروسکوپی از تعادل ترمودینامیکی ناپایداری های کوچک مقیاس (دامنه کوچک) به وجود می آیند [۱۳].

۵-۱ - انواع ناپایداریها در پلاسما

ناپایداریها در پلاسما به صورت زیر طبقه بندی می شوند [۱۴]:

(۱) ناپایداری جهانی (گرانشی)

(۲) ناپایداری ریلی - تیلور

۳) ناپایداری جنبشی

۴) ناپایداری جریانی

ناپایداری جهانی (گرانشی):

اگر نیروی محرکی مانند نیروی گرانش وجود نداشته باشد، یک پلاسمای محصور در تعادل ترمودینامیکی نخواهد بود و فشار پلاسما تمایل به انبساط آن دارد در نتیجه ذرات پلاسما در اثر انبساط به سطح پایین تر انرژی دست می یابند و به تعادل ترمودینامیکی می رسند، در نتیجه انرژی ناشی از انبساط می تواند باعث تحریک ناپایداری شود.

ناپایداری ریلی - تیلور:

این ناپایداری ناشی از گرادیان چگالی پلاسماست. همانطور که در بخش قبل گفته شد یکی از مشخصات تعادل ترمودینامیکی این است که چگالی ذرات در تمام فضای پلاسما یکسان باشد در غیر این صورت تعادل ناپایدار خواهد بود و سیستم به سمتی پیش می رود که به تعادل ترمودینامیکی نزدیک شود و در نتیجه انرژی آزاد شده در این فرایند باعث برانگیختگی امواج می شود.

ناپایداری جنبشی:

اگر توزیع سرعت ذرات از تابع توزیع سرعت ماکسولی تبعیت نکند، انحراف از تعادل ترمودینامیکی وجود خواهد داشت و ناپایداریها می توانند از ناهمسانگردی توزیع سرعت تحریک شوند که این ناپایداری، ناپایداری جنبشی نامیده می شود.

ناپایداری جریانی:

در این نوع ناپایداری یک باریکه‌ی پر انرژی ذرات از درون پلاسما عبور می‌کنند، در نتیجه گونه‌های مختلف نسبت به یکدیگر سوق می‌یابند، انرژی سوقی برای برانگیختگی امواج به کار می‌رود. یکی از انواع این ناپایداریها ناپایداری دو جریانی می‌باشد که در آن دو باریکه‌ی پر انرژی ذرات وارد محیط می‌شوند، در ادامه به بررسی این ناپایداری می‌پردازیم.

۶-۱ ناپایداری دو جریانی

این ناپایداری در اثر عبور دو باریکه پر انرژی از درون محیط به وجود می‌آید، با توجه به نوع باریکه‌ها، ناپایداریهای مختلف وجود دارند که عبارتند از: ناپایداری یون - الکترون، الکترون - الکترون، یون - یون، یون - آکوستیک [۱۶].

در این بخش ناپایداری دو جریانی مربوط به دو باریکه الکترونی که با سرعت نسبی از درون پلاسما عبور می‌کنند را مورد بررسی قرار می‌دهیم [۱۴] و [۱۷]، باریکه‌ی الکترونی با سرعت اولیه نسبی $v_{0\alpha}$ در نظر می‌گیریم در نتیجه معادلات خطی شده حرکت برای هر دو باریکه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{v}_{e\alpha}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{0\alpha} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{e\alpha} \right] = \frac{e}{\gamma_{0\alpha} m} \mathbf{E}_1, \quad \alpha = 1, 2 \quad (V-1)$$

$\gamma_{0\alpha}$ فاکتور نسبی مربوط به باریکه الکترونی می‌باشد. میدان الکترواستاتیکی را در این معادله به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$E_1 = E e^{i(kz - \omega t)} (\hat{z}), \quad (A-1)$$

با در نظر گرفتن میدان الکترواستاتیکی به صورت معادله (A-1)، معادله (V-1) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(-i\omega + ikv_{0\alpha})v_{e\alpha} = -\frac{e}{\gamma_{0\alpha}m} \mathbf{E}_1 , \quad (9-1)$$

در نتیجه:

$$v_{e\alpha} = -\frac{ie}{\gamma_{0\alpha}m} \frac{E}{(\omega - kv_{0\alpha})} \hat{z} , \quad (10-1)$$

معادله پیوستگی را برای دو باریکه الکترونی به شکل زیر می نویسیم:

$$\frac{\partial n_{e\alpha}}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot v_{e\alpha} + (v_0 \cdot \nabla) n_{e\alpha} = 0 , \quad (11-1)$$

در نتیجه:

$$n_{e\alpha} = \frac{kn_0}{\omega - kv_{0\alpha}} v_{e\alpha} , \quad (12-1)$$

با جایگذاری رابطه ی (۱۰-۱) در رابطه ی (۱۲-۱) ، این رابطه را می توان به صورت زیر نوشت :

$$n_{e\alpha} = -\frac{ikn_0}{\gamma_{0\alpha}m(\omega - kv_{0\alpha})^2} E , \quad (13-1)$$

حال می توان دو رابطه ی (۸-۱) و (۱۳-۱) را به صورت زیر در معادله ی پواسون جایگذاری کرد :

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot E_1 = e \sum_{\alpha=1}^2 n_{e\alpha} , \quad (14-1)$$

$$ik\varepsilon_0 E = e(ien_0 kE) \sum_{\alpha=1}^2 \frac{1}{\gamma_{\alpha 0} m (\omega - kv_{\alpha 0})^2} , \quad (15-1)$$

از تقسیم طرفین این رابطه بر $ik\varepsilon_0 E$ رابطه ی پاشندگی به صورت زیر به دست می آید:

$$1 - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\omega_p^2}{(\omega - kv_{\alpha 0})^2} = 0 . \quad (16-1)$$

رابطه ی بالا، یک معادله ی درجه ۴ بر حسب ω میباشد، با حل معادله، ۴ ریشه ی مختلف برای ω به دست

می آید که شامل دو ریشه ی حقیقی و دو ریشه ی مختلط می باشد. هر ریشه ی حقیقی نشان دهنده یک

نوسان خواهد بود و با توجه به معادله ی (۸-۱) دو مد نوسانی بار - فضا با انرژی مثبت و بار - فضا با انرژی منفی ناشی از ریشه های حقیقی وجود دارد. ریشه های مختلط به صورت زیر نوشته می شود:

$$\omega = \omega + i\mu , \quad (17-1)$$

μ قسمت موهومی و ω قسمت حقیقی می باشد، در نتیجه وابستگی زمانی میدان به صورت زیر است:

$$E_1 = E e^{i(kz - \omega t)} e^{\mu t} , \quad (18-1)$$

بر این اساس دو مد نوسانی افزایشی و کاهششی ناشی از ریشه های مختلط وجود دارد. باریکه های الکترونی را به طور مجزا به در نظر می گیریم، رابطه ی پاشندگی آنها به صورت رابطه ی (۱۹-۱) است:

$$1 = \frac{\omega_p^2}{(\omega - kv_{e\alpha})^2} , \quad (19-1)$$

ریشه های معادله ی (۱۹-۱) عبارتند از:

$$\omega_{1,2} = kv_{e\alpha} \pm \omega_p . \quad \alpha = 1,2$$

همانطور که مشاهده می شود از حل معادله ی (۱۹-۱) برای هر باریکه دو ریشه به دست می آید، در نتیجه به ازای هر باریکه دو مد بار - فضا با انرژی مثبت و بار - فضا با انرژی منفی وجود دارد. جفت شدگی بین دو مد زمانی اتفاق می افتد که هر دو مد به ازای یک عدد موج یکسان دارای فرکانس یکسان باشند، اگر $v_{e1} > v_{e2}$ باشد، از میان چهار مد ذکر شده، مد بار - فضا با انرژی منفی از باریکه ی اول ($\alpha = 1$) با مد بار - فضا با انرژی مثبت از باریکه ی دوم ($\alpha = 2$) می توانند جفت شوند و این جفت شدگی همان ناپایداری دو جریانی است.

۱ - ۷ هدف پژوهش

ما در این پایان نامه به بررسی ناپایداری ها در رژیم رامن پرداخته ایم و در رژیم رامن به علت چگالی بالای الکترون ها، بار منفی درون پرتو باعث واگرایی باریکه می شود. برای جلوگیری از واگرایی

باریکه الکترونی از کانال یونی^{۲۱} استفاده کرده ایم که بر این اساس مسیر های حالت پایا، ماریچ است. در فصل دوم مسیرهای الکترون و همچنین پایداری آنها را مورد بررسی قرار می دهیم.

در فصل سوم رابطه ی پاشندگی امواج الکترومغناطیسی و الکترواستاتیک را در حضور میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی و کانال یونی در لیزر الکترون آزاد تک جریانی را مورد بررسی قرار دادیم. همچنین نتایج حاصل از حل عددی رابطه ی پاشندگی و ناپایداری های ناشی از جفت شدگیهای مختلف بین مدهای امواج الکترومغناطیس و الکترواستاتیک و نرخ رشد حاصل از این ناپایداریها مورد بررسی قرار گرفته است [۱۸]. در فصل چهارم رابطه ی پاشندگی امواج الکترومغناطیس و الکترواستاتیک را در حضور میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی و کانال یونی در لیزر الکترون آزاد دو جریانی را مبتنی بر روش استفاده شده در فصل سوم به دست آوردیم و نتایج حاصل از حل عددی این رابطه ی پاشندگی را مورد بررسی قرار دادیم.

²¹. Ion Channel

فصل دوم

حرکت الکترونها در لیزر الکترون آزاد با میدان مغناطیسی ویگلر

پیچشی و کانال یونی

۲-۱- مقدمه

کانال یونی روشی است که در لیزر الکترون آزاد برای متمرکز کردن باریکه الکترونی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۹-۲۰]. در این روش محیط لیزر الکترون آزاد پلاسما می‌باشد، باریکه الکترونی با سرعت نسبیتهی وارد پلاسما می‌شود و با الکترونها پلاسما برخورد کرده و آنها را به سمت بیرون هدایت می‌کند. در نتیجه هسته های یونی باقی می‌مانند که همان کانال یونی می‌باشند و باریکه الکترونی را هدایت می‌کنند. میدان ناشی از یونهای مثبت \mathbf{E}_i می‌باشد که این میدان از قانون گوس قابل محاسبه است، این میدان و نیروی ناشی از آن که بر الکترونها وارد می‌شود، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\oint \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{s} = e \int n_i dv \Rightarrow E_i = 2\pi n_i e r \quad (1-2)$$

$$\mathbf{F}_i = e\mathbf{E}_i \Rightarrow \mathbf{F}_i = 2\pi n_i e^2 \mathbf{r} \quad (2-2)$$

میدان الکتریکی ناشی از باریکه الکترونی \mathbf{E}_b می باشد، از طرفی باریکه الکترونی دارای سرعت نسبی است، در نتیجه در اطراف خود میدان مغناطیسی به وجود می آورد که این میدان از قانون آمپر به دست می آید:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{c} \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B} = 2\pi en_b \frac{v}{c} \hat{\theta} \quad (3-2)$$

بنابراین نیروی لورنتس ناشی از باریکه الکترونی به صورت زیر نوشته می شود:

$$\mathbf{F}_b = -q \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) = -2\pi n_b e^2 \mathbf{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \Rightarrow \mathbf{F} = -2\pi e^2 \left(\frac{n_b}{\gamma^2} \right) \mathbf{r} \quad (4-2)$$

برای جلوگیری از واگرایی الکترونها، نیروی ناشی از یونها باید بر نیروی دافعه‌ی الکترونها غلبه کند و از اینجا شرط باکر^{۲۲} به دست می آید.

$$F_i \gg F_b \Rightarrow n_i \gg \frac{n_b}{\gamma^2}$$

البته در کنار این شرط، شرط دیگری نیز برای ایجاد کانال یونی لازم است، برای اینکه باریکه‌ی الکترونی بتواند کانال یونی ایجاد کند لازم است که چگالی الکترونها باریکه خیلی بیشتر از چگالی یونها باشد، در نتیجه این دو شرط به صورت زیر بیان می شوند:

$$n_b \gg n_i \gg \frac{n_b}{\gamma^2} \quad (5-2)$$

۲-۲- مدارهای حالت پایا

برای بررسی مکانیزم حرکت الکترون و به دست آوردن مسیرهای حالت پایای آن فرض می کنیم که الکترون با سرعت نسبی $v_{\parallel} \hat{z}$ در راستای محور Z وارد میدان مغناطیسی یک بعدی می شوند که به صورت رابطه‌ی (۶-۲) است:

²².Buldker

$$\mathbf{B}_w = B_w [\cos(k_w z)\hat{x} + \sin(k_w z)\hat{y}] \quad (6-2)$$

میدان الکتریکی ایجاد شده توسط یونهای کانال یونی نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{E} = 2\pi n_i e (x\hat{x} + y\hat{y}) \quad (7-2)$$

که در آن n_i چگالی یونهای مثبت است. حرکت الکترونها تحت تاثیر این دو میدان قرار می گیرد، نیروی لورنتس وارد بر الکترونها به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \mathbf{v}) = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (8-2)$$

که معادله بالا را می توان در سه راستا در دستگاه مختصات دکارتی به صورت سه معادله جدا نوشت:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\omega_i^2 x + \Omega_w \frac{v_z}{c} \cos(k_w z) \quad (9-2)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\omega_i^2 y - \Omega_w \frac{v_z}{c} \cos(k_w z) \quad (10-2)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \Omega_w [v_y \cos(k_w z) - v_x \sin(k_w z)] \quad (11-2)$$

و $\Omega_w = eB_w / (\gamma_0 m_0 c)$ و $\omega_i^2 = 2\pi n_i e^2 / (\gamma_0 m_0)$ به ترتیب فرکانس ویگلر و فرکانس کانال یونی می

باشند. با قرار دادن دو جواب پیشنهادی $x_0 = R \sin(k_w z)$ و $y_0 = -R \cos(k_w z)$ در معادلات (9) و (10)

(و حل همزمان آنها سرعت الکترونها در راستاهای مختلف به صورت (12-2) نوشته می شوند:

$$v_{y0} = v_w \sin(k_w z) \quad , \quad v_{z0} = v_{||} \quad , \quad v_{x0} = v_w \cos(k_w z) \quad (12-2)$$

که:

$$v_w = \frac{k_w \Omega_w v_{||}^2}{\omega_i^2 - k_w^2 v_{||}^2} \quad (13-2)$$

و مسیر حرکت الکترون ماریچی می باشد، که شعاع مسیر حرکت با استفاده از معادلات (12) و (13) به

صورت زیر نوشته می شود:

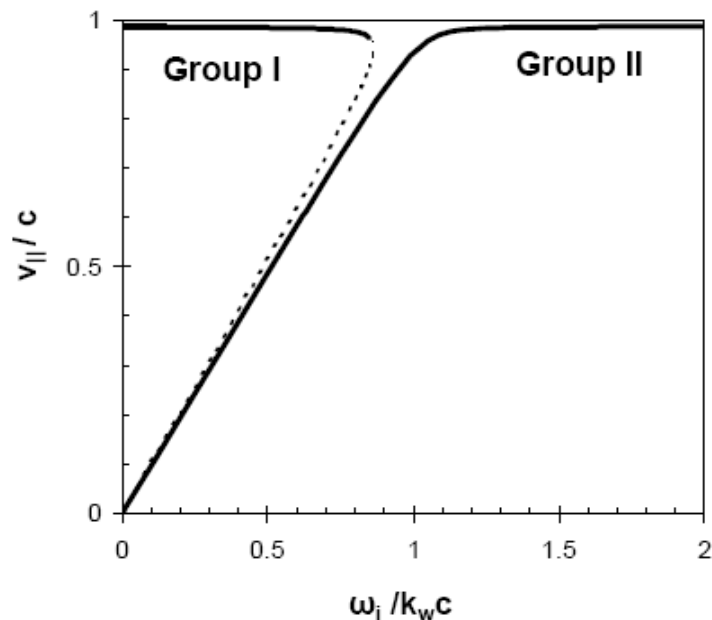
$$R = \frac{\Omega_w v_{\parallel}}{k_w (\omega_i^2 - k_w^2 v_{\parallel}^2)} \quad (14-2)$$

با قرار دادن v_w در رابطه بقای انرژی:

$$\gamma_0 = \left[1 - \frac{(v_w^2 + v_{\parallel}^2)}{c^2} \right]^{-1/2} \quad (15-2)$$

یک معادله درجه شش بر حسب v_{\parallel} به دست می آید که سه جواب حقیقی و مثبت دارد که به دو گروه I و II طبقه بندی می شوند. گروه I با $\omega_i < k_w v_{\parallel}$ که در آن $v_w < 0$ و گروه II با $\omega_i > k_w v_{\parallel}$ که در آن $v_w > 0$ می باشد. نمودار حالت پایای حرکت الکترون برای گروه I و II که در ادامه بررسی می شود، در شکل زیر نشان داده شده است و در این شکل نقاط خط چین مسیرهای ناپایدار را نشان می دهند. مقادیر به کار گرفته

شده در این نمودار عبارتند از: $k_w = 2 \text{ cm}^{-1}$ ، $n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ، $\gamma_0 = 6$ ، $B_w = 1 \text{ kG}$



شکل (۱-۲): نمودار سرعت محوری نرمالیزه شده v_{\parallel}/c بر حسب فرکانس کانال یونی نرمالیزه شده $\omega_i/k_w c$ [۱۸].

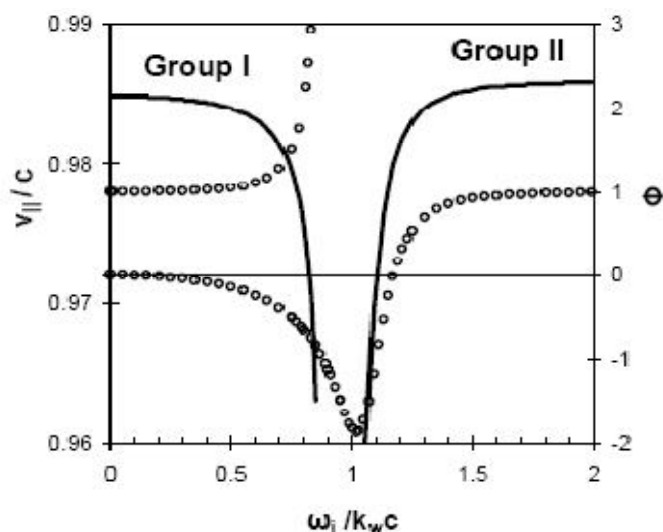
در این شکل تغییر سرعت محوری بر حسب تغییر فرکانس کانال یونی نشان داده شده است. در ادامه تغییرات سرعت محوری نسبت به انرژی الکترون‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۵) می‌توان تغییرات انرژی بر حسب سرعت محوری را به صورت رابطه‌ی (۲-۱۶) نوشت:

$$\frac{dv_{\parallel}}{d\gamma} = \frac{c^2}{\gamma^2 v_{\parallel}} \Phi \quad (۲-۱۶)$$

که کمیت Φ به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi = 1 - \left[\frac{(1 + \gamma^2)(v_{\parallel}/c)\Omega_w^2 \omega_i^2}{[\omega_i^2 - (v_{\parallel}/c)^2] + 2\Omega_w^2 \omega_i^2 (v_{\parallel}/c)^2} \right] \quad (۲-۱۷)$$

این عبارت برای گروه I همواره مثبت است در مقابل برای گروه II رفتار متفاوتی دارد، برای گروه II به ازای $\omega_i/k_w v_{\parallel} < 1/18$ تابع $\Phi < 0$ می‌شود که به آن ناحیه‌ی جرم منفی^{۲۳} می‌گویند. در این ناحیه با کاهش γ ، سرعت محوری افزایش می‌یابد، یعنی اندازه‌ی سرعت عرضی در حال افزایش است. در شکل (۲-۲) تابع Φ بر حسب v_{\parallel}/c به عنوان محور دوم رسم شده است.



شکل (۲-۲) نمودار سرعت محوری (خط پر) و تابع Φ (خط دایره) بر حسب فرکانس نرمالیزه کانال یونی [۱۸].

²³. Negative Mass