دانشگاه سمنان

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی

موضوع:

درهم تنیدگی در سیستم های نالخت فراتر از تقریب تک مد برای حالت‌های بل

نگارش:

هادی داوری

اساتید راهنما:

دکتر مهرداد قمی نژاد

دکتر کوروش جاویدان

استاد مشاور:

دکترحسین مهربان

اسفند ۱۳۹۱

دانشگاه سمنان

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی

تحت عنوان:

درهم تنیدگی در سیستم های نالخت فراتر از تقریب تک مد برای حالت های بل

نگارش:

هادی داوری

در تاریخ اسفند ماه ۱۳۹۱ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت:

۱- استاد راهنمای اول	دکتر مهرداد قمی نژاد
۲- استاد راهنمای دوم	دکتر کوروش جاویدان
۳- استاد مشاور	دکتر حسین مهربان
٤- استاد داور اول	دکتر گوهر رستگار زاده
٥- استاد داور دوم	دکتر داوود ثانوی خشنود

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم به :

اساتید عزیزم که زیبایی های فیزیک را برایم سرمشق کردند.

مادرم، دریای بی کران فداکاری و عشق که وجودم برایش همه رنج بود و وجودش برایم همه مهر.

و به همسرم اسطوره زندگیم، پناه خستگیم و امید بودنم.

تقدیر وتشکر:

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و سلام و دورد بر محمّد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وام دار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز...

بدون شک جایگاه و منزلت استاد، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل ازاستاد، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تأمین می کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " مَن لَم یَشکُرِ المُنعِمَ مِنَ المخلوقینَ لَم یَشکُرِ اللّهَعزّوجلّ" :

تقدیر و تشکر شایسته از اساتید فرهیخته و فرزانه جناب آقای دکتر مهرداد قمی نژاد و جناب آقای دکتر کوروش جاویدان که همواره راهنما و راه گشای نگارنده در اتمام و اکمال پایان نامه بودند.

تشکّر و سپاس فراوان از محضر استاد گرانقدر جناب آقای حسین مهربان که زحمت مشاوره این رساله را متقبل شدند .

همچنین از اساتید فرزانه و دلسوز، سرکار خانم دکتر گوهر رستگار زاده و جناب آقای دکتر داوود ثانوی خشنود که زحمت داوری این رساله را متقبل شدند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

معلما مقامت ز عرش برتر باد

همیشه توسن اندیشه ات مظفر باد.

چکیده

اخیراً درهم تنیدگی در سیستم های نالخت دوباره مورد مطالعه قرار گرفته و ثابت شده است که تقریب تک مد که در کارهای قبلی از آن استفاده می شد تنها برای دسته ی خاصی از حالت های یونرو معتبر است. در این پایان نامه به بررسی تغییرات درهم تنیدگی حالت های بل مختلف در انتقال از فضا زمان تخت به فضا زمان خمیده تحت تاثیر اثر یونرو فراتر از تقریب تک مد می پردازیم و در نهایت میزان این تغییرات را با معیار نگاتیویته مقایسه می کنیم.

کلمات کلیدی: درهم تنیدگی - سیستم های نالخت –اثریونرو –تقریب تک مد- حالت های بل نگاتیویته

فهرست عناوین

فصل ششم

پیوست ها

لیست تصاویر

مقدمه

پیشینه

نسبیت عام، گرانش را که در حال حاضر در چارچوب فیزیک مدرن پذیرفته شده است، توصیف می کند و متناسب با پدیده های مشاهده شده در گذشته ، با موفقیت مجموعه ای از نتایج تجربی را پیش بینی می کند. نظریه نسبیت اساساً شامل یک توصیف هندسی از گرانش است : جرم وانرژی که در یک فضا زمان خمیده حرکت می کند و فضا زمان که به خاطر جرم و انرژی خمیده شده است. با این وجود نظریه از کامل بودن فاصله دارد. نظریه نسبیت عام به تعاریف بدی از اشیایی نظیر تکینگی ها[1] منجر می شود و در حضور تکینگی ها قدرت پیش بینی خود را از دست می دهد. این مسئله ناشی از کلاسیکی بودن نظریه است: در نزدیکی تکینگی انرژی و فواصل از مقیاس پلانک[2] یا همان مقیاس کوانتومی هستند. هنوز هم به نظر می رسد یک توصیف کوانتومی از گرانش یکی از چالش های جدی فیزیک دانان نظری باشد. در غیاب یک نظریه کوانتومی برای گرانش، نظریه میدان های کوانتومی در فضا زمان های خمیده که برهم کنش میدان های کوانتومی با گرانش کلاسیکی (اما نسبیتی) را بیان می کند تاکنون کاملترین نظریه است.

از طرف دیگر نظریه اطلاعات کوانتومی به مشکلات نظریه اطلاعات که اطلاعات در آن با سیستم های کوانتومی ذخیره و مدیریت می شوند می پردازد. مکانیک کوانتومی به ما اجازه می دهد وظایفی را که

[1] Singularity
[2] Planck scale

در جهان کلاسیکی غیر ممکن بودند انجام دهیم: می توانیم شبیه سازی های کوانتومی را برای حل مسائل دینامیکی کوانتومی که با کامپیوتر های کلاسیکی بسیار طولانی بودند به کار بریم، می توانیم حجم بسیاری از اطلاعات را در حافظه های کوانتومی که از نتایج اصل برهم نهی استفاده می کنند ذخیره کنیم و قادر به انجام کارهایی از این قبیل شویم.

یکی از چالشهای دیگر فیزیک مدرن این است که قوانین مکانیک کوانتومی را رام کند و این قوانین را برای حل مسائلی که بدون آن حل نشدنی هستند به کار گیرد.

نسبیت عام و اطلاعات کوانتومی بر خلاف ظاهر جداگانه اشان زمینه های تحقیقاتی منفصل از هم نیستند. به طور خاص مسئله "درهم تنیدگی"[1] که از مباحث اصلی مربوط به نظریه اطلاعات می باشد در فضا زمان های خمیده برای موقعیت های مختلف مطرح گردید و نشان داده شد که درهم تنیدگی در چارچوب های نالخت ناشی از وجود اثری موسوم به اثر یونرو[2] که از سال ۱۹۷۶ توسط ویلیام یونرو[3] مطرح شده بود دست خوش تغییرات می شود که برای مشاهده برخی از آنها می توان به منابع [۱،۲،۳] مراجعه کرد. همچنین خواننده علاقه مند می تواند برای مطالعه مباحث کامل تر در مورد اثر یونرو منابع [۵،٦] را ببیند.

تحقیقات انجام شده در این حوزه تا سال ۲۰۱۰ نشان می داد که در مورد سیستم های خمیده درهم تنیدگی به علت وجود اثر یونرو کاهش می یابد و در حد شتاب بی نهایت درهم تنیدگی برای میدان کلاین گوردن صفر می شود، در حالی که در مورد میدان دیراک به یک مقدار کمینه غیرصفر می رسد.

در کارهایی که در گذشته انجام شده بود از یک تقریب شناخته شده به عنوان تقریب تک مد[4] استفاده شده بود. از سال ۲۰۱۰ یک گروه تحقیقاتی ثابت کردند که تقریب تک مد تنها برای دسته خاصی از حالت های یونرو[5] اعتبار دارد.[۷]

در تحقیق حاضر به بررسی تغییر درهم تنیدگی بین حالت های بل[6] مختلف در انتقال از فضا زمان تخت به فضا زمان خمیده تحت تاثیر اثر یونرو فراتر از تقریب تک مد می پردازیم و در نهایت میزان این تغییرات را با معیار نگایتویته[7] مقایسه می کنیم.

---

1 Entangelment
2 Unroh Effect
3 William Unroh
4 Single mode approximation
5 Unroh states
6 Bell state
7 Negativity

ساختار پایان نامه

در فصل اول مقدمه ای را در مورد نظریه میدان های کوانتومی در فضا زمان های خمیده مطرح می کنیم و ابزار های مورد نیاز مرتبط با نسبیت عام در این پایان نامه را معرفی می کنیم .
در فصل دوم روش ماتریس چگالی [1] که روشی ریاضی برای بررسی سیستم های درهم تنیده است بررسی می کنیم و ماتریس چگالی کاهش یافته را توضیح می دهیم.
فصل سوم این پایان نامه به بررسی مفهوم درهم تنیدگی به عنوان یک خصلت ذاتی مکانیک کوانتومی می پردازیم و یکی از معیار های کمی آن که نگاتیویته است را معرفی می کنیم.
فصل چهارم به بررسی درهم تنیدگی فراتر از تقریب معمول تک مد که در سناریوهای قبلی درهم تنیدگی در فضا زمان های نالخت از آن استفاده می شد می پردازد .
در فصل پنجم درهم تنیدگی حالت های بل را در فضا زمان های خمیده فراتر از تقریب تک مد بررسی کرده و تغییرات هر حالت را با معیار نگاتیویته می سنجیم.
و در نهایت در فصل آخر نتایج حاصل از این پایان نامه و پیشنهاداتی برای انجام پروژه های تحقیقاتی بعدی ارائه می گردد.

[1] Density matrix

فصل اول

مقدمه ای بر نظریه میدان کوانتومی در فضا زمان خمیده

در این بخش نظریه میدان کوانتومی در فضا زمان خمیده معرفی می شود و به طور خاص بر تعبیر ذره ای از میدان های کوانتومی و ملاحظات اضافی که فضا زمان خمیده در این زمینه به ارمغان می آورد تاکید شده است. مهمترین منبع برای این بخش منبع [۸] است.

به همین منظور دو نوع میدان کلاین گوردون[1] و میدان دیراک[2] را معرفی می کنیم :

۱.۱ میدان کلاین گوردون

میدان کلاین گوردون میدانی است که به وسیله چگالی لاگرانژی زیر[3] سازمان دهی می شود:

$$L_{KG}(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{-g(x)}\left[\nabla_{\mu}\Phi(x)\nabla^{\mu}\Phi(x) + m^2\Phi^2(x)\right] \qquad (۱-۱)$$

در رابطه بالا پارامتر m تعبیری از یک جرم است. گفته می شود این لاگرانژی حداقل جفت شدگی را با کنش گرانشی[4] دارد. زیرا تنها از طریق متریک با آن جفت شده است. به طور کلی می توان جفت شدگی های دیگری با گرانش از قبیل $R\Phi^2(x)$ که R اسکالر ریچی[5] است را در نظر گرفت اما این جفت شدگی ها خارج از حوزه این پایان نامه است و خواننده ی علاقه مند می تواند به منبع [۸] مراجعه کند.

[1]Klein-Gordon field
[2] Dirac field
[3] Lagrange density
[4] gravitational action
[5] Ricci scalar

کنش با رابطه :

$$S_{KG} = \int d^4x L_{KG}(x) = -\frac{1}{2}\int \sqrt{-g(x)}[\nabla_\mu \Phi(x)\nabla^\mu \Phi(x) + m^2\Phi^2(x)] \qquad (۲-۱)$$

منجر به معادله حرکت می شود (معادله کلاین گوردون آزاد) :

$$(\square^2 - m^2)\Phi(x) = 0 \qquad (۳-۱)$$

که $\square^2 = \nabla^\mu\nabla_\mu$ عملگر دالامبری است.

همچنین ضرب داخلی کلاین گوردون روی فضای جواب های معادله کلاین گوردون به صورت زیر تعریف می شود :

$$\left(\phi_1(x), \phi_2(x)\right) = -i\int d^3x[\phi_1(x)n^\mu \partial_\mu\phi_2^*(x)) - (n^\mu \partial_\mu\phi_1(x))\phi_2^*(x)] \qquad (۴-۱)$$

که انتگرالی روی یک فوق سطح فضا گونه با بردار واحد n^μ است.

به موجب قضیه گاوس[1] و معادله کلاین گوردون این کمیت بقا دارد و مستقل از انتخاب فوق سطح است.
همچنین تانسور تکانه انرژی به طور معمول از اختلاف کنش نسبت به متریک بدست آید:

$$T_{\mu\nu} = \nabla_\mu\Phi(x)\nabla_\nu\Phi(x) - g_{\mu\nu}\frac{1}{2}[\nabla^\alpha\Phi(x)\nabla_\alpha\Phi(x) + m^2(\Phi(x))^2] \qquad (۵-۱)$$

تکانه مزدوج با میدان به صورت زیر داده می شود:

$$\Pi(x) = \frac{\partial L_{KG}}{\partial(n^\mu\Phi(x))} = \sqrt{-g(x)}n^\mu\nabla_\mu\Phi(x) \qquad (۶-۱)$$

که n^μ یک بردار واحد زمان گونه است.

انتقال به مکانیک کوانتومی شیوه ای از فرمول بندی هامیلتونی را موجب می شود که در آن زمان جدا از فضا رفتار می کند . مختصات به کار رفته برای ادامه این بخش به صورتی خواهد بود که $n^\mu = (1,0,0,0)$ و مختصات زمان گونه با t نمایش داده خواهد شد.

در این مختصات هامیلتونی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} H_{KG} &= \int d^3x\sqrt{-g(x)}\, T_{00} \\ &= \int d^3x\sqrt{-g(x)}\, \{\nabla_0\Phi(x)\nabla_0\Phi(x) \\ &\quad -g_{00}\frac{1}{2}[\nabla^\alpha\Phi(x)\nabla_\alpha\Phi(x) + m^2(\Phi(x))^2]\} \end{aligned} \qquad (۷-۱)$$

---

[1] Gauss's theorem

۱.۱.۱ نظریه کوانتومی در تصویر هایزنبرگی

نظریه میدان کوانتومی با بسط متغیرهای دینامیکی $\Phi(\mathrm{x}), \Pi(\mathrm{x})$ به عملگر های هرمیتی روی فضای هیلبرت و اعمال روابط جابجایی زمانی معادل آن ساخته شده است :

$$[\hat{\Phi}(\mathrm{t,x}), \hat{\Pi}(\mathrm{t,x'})] = i\hbar\delta^3(\mathrm{x}-\mathrm{x'}) \quad (۱\text{–}۸)$$

$$[\hat{\Phi}(\mathrm{t,x}), \hat{\Phi}(\mathrm{t,x'})] = [\hat{\Pi}(\mathrm{t,x}), \hat{\Pi}(\mathrm{t,x'})] = 0 \quad (۱\text{–}۹)$$

فضای هیلبرتی که این عملگر ها روی آن عمل می کنند فضایی از حالات کوانتومی مربوط به میدان است.
از آنجایی که هامیلتونی تابعی از $\hat{\Phi}(\mathrm{x}),\hat{\Pi}(\mathrm{x})$ است شبیه به یک عملگر است.
هامیلتونی از طریق معادله حرکت هایزنبرگ به دینامیک مربوط به عملگر $\hat{\mathrm{O}}$ وابسته است:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial_t}\hat{\mathrm{O}} = [\hat{\mathrm{O}}, \hat{\mathrm{H}}] \quad (۱\text{–}۱۰)$$

و به طور خاص

$$\frac{\partial}{\partial_t}\hat{\Phi}(\mathrm{x}) = \frac{1}{\sqrt{-g(\mathrm{x})}}\hat{\Pi}(\mathrm{x}) \quad (۱\text{–}۱۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial_t}\hat{\Pi}(\mathrm{x}) = \nabla_i\nabla^i\hat{\Phi}(\mathrm{x}) - m^2\hat{\Phi}(\mathrm{x}) \quad (۱\text{–}۱۲)$$

که نسخه عملگر مقدار از معادلات (۱–۳) و(۱–٦) هستند. برای حل کردن نظریه میدان کوانتومی، $\Phi(x)$ باید طوری بدست آید که هرمیتی باشد، روابط جابجایی کانونی را اقناع کند و معادله کلاین گوردون مقدار گذاشته شده عملگری را حل کند.

این رابطه می تواند با بسط میدان به صورت زیر ساده شود:

$$\hat{\Phi}(\mathrm{x}) = \int d^3\,k[u_k(\mathrm{x})\hat{a}_k + u^*(\mathrm{x})\hat{a}_k^\dagger] \quad (۱\text{–}۱۳)$$

چنین بسطی، بسط حالت نامیده می شود توابع $u_k(\mathrm{x})$ توابع حالت و عملگرهای $\hat{a}_k$ ، عملگرهای حالت نامیده می شوند. عملگرهای حالت نیز به عملگرهای فنا $\hat{a}_k$ و عملگرهای خلق $\hat{a}_k^\dagger$ تقسیم می شوند. این بسط، هرمیتی بودن ناشی از ساختار را اقناع می کند. عملگرهای حالت را ثابت بگیرید، معادلات (۱–۱۱) و (۱–۱۲) نشان می دهند که توابع حالت باید معادله (۱–۳) را اقناع کند. در نهایت اگر دسته توابع حالت کامل باشند و به هنجار شوند به صورت زیر در می آیند:

$$\left(u_k(\mathrm{x}), u_{k'}(\mathrm{x})\right) = -\left(u_k(\mathrm{x})^*, u_{k'}(\mathrm{x})^*\right) = \delta^3(k-k'),$$
$$\left(u_k(\mathrm{x}), u_{k'}(\mathrm{x})^*\right) = 0 \quad (۱\text{–}۱٤)$$

سپس روابط جابجایی کانونی (۱–۸) و (۱–۹) به شرط اینکه روابط بین عملگرهای حالت برقرار باشد صدق می کنند:

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^{\dagger}] = \delta^3(k - k') \qquad (۱-۱۵)$$

بسط حالت، مسأله حل نظریه میدان کوانتومی برای پیدا کردن دسته کاملی از جواب ها را به معادله کلاین گوردون مقداری عدد مختلط کاهش می دهد.

۲.۱.۱ تعبیر ذره ای میدان

پایه های مناسب برای فضای هیلبرت می تواند از عملگرهای حالت ساخته شود. این پایه ها، پایه های فوک[1] نامیده می شوند و عناصرشان حالت های فوک[2] هستند ابتدا یک بردار k وجود دارد به طوری که برای همه k ها :

$$\hat{a}_k|0\rangle = 0 \qquad (۱-۱۶)$$

این بردار "حالت خلاء[3]" از بسط حالت نامیده می شود بقیه پایه ها از به کار بردن متوالی عملگرهای خلق ساخته می شود :

$$|n_k\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_k}}(\hat{a}_k^{\dagger})^{n_k}|0\rangle \qquad (۱-۱۷)$$

که پیش ضریب برای به هنجار شدن لازم است. یک حالت فوک کلی به فرم زیر است :

$$|n_{k_1}, n_{k_2}, \ldots\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_{k_1}! n_{k_2}! \ldots}}(\hat{a}_{k_1}^{\dagger})^{n_{k_1}}(\hat{a}_{k_2}^{\dagger})^{n_{k_2}} \ldots |0\rangle \qquad (۱-۱۸)$$

تاثیر عملگرهای حالت روی یک حالت فوک به صورت زیر است :

$$\hat{a}_k^{\dagger}|n_k\rangle = \sqrt{n_k + 1}|(n+1)_k\rangle$$

$$\hat{a}_k|n_k\rangle = \sqrt{n_k}|(n-1)_k\rangle \qquad (۱-۱۹)$$

از روابط بالا می توان دید که حالت های فوک ویژه حالت هایی از عملگرهای هرمیتی $\hat{n}_k = \hat{a}_k^{\dagger}\hat{a}_k$ با ویژه مقادیر n_k هستند.

این عملگرها ، عملگرهای عدد[4] نامیده می شوند و عدد صحیح مثبت n_k عدد اشغال[5] ازحالت k نامیده می شود.

این مطلب دسته بندی عملگرها را به عملگرهای خلق و فنا که به ترتیب ذره خلق و نابود می کنند را توجیه می کند. در فضا زمان هایی که دارای تقارن انتقالی زمانی هستند ، حالت های فوک تعبیر فیزیکی مناسبی دارند. اثبات می شود که در این مورد یک جواب زمان گونه برای معادله کیلینگ وجود دارد[1]:

---

[1] Fock basis
[2] Fock states
[3] Vacum state
[4] number operators
[5] occupation numbers

$$2\nabla_{(\mu}K_{\nu)} = 0 \qquad (۱-۲۰)$$

بردار K_μ یک بردار کیلینگ[۲] است و می تواند برای تعریف دسته ای منتخب از حالت ها به کار برده شود. این حالات ویژه مقادیری از K_μ هستند :

$$K^\mu \partial_\mu u_k(x) = -i\omega_k u_k(x),$$
$$K^\mu \partial_\mu u_k^*(x) = i\omega_k u_k^*(x) \qquad (۱-۲۱)$$

که در آنها $\omega_k > 0$ است. حالت هایی که دارای ویژه مقادیر $-i\omega_k$ هستند حالت های نوسان مثبت هستند در حالیکه آن هایی که دارای ویژه مقادیر $i\omega_k$ هستند حالت های فرکانس منفی اند. در سیستم مختصاتی که $K^\mu \partial_\mu = \partial_t$ است معادله کلاین گوردن دلالت بر این دارد که $u_k(x)$ ها ویژه توابعی از ∇_i با ویژه مقدار ik هستند که بزرگی آن به صورت زیر است:

$$|K|^2 = \omega_k^2 - m^2 \qquad (۱-۲۲)$$

در این بسط حالت ، عملگر تکانه به شکل زیر می شود:

$$P = \int d^3x \hat{T}_{0i} = \int d^3k\, k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k\,, \qquad (۱-۲۳)$$

که حاصل جمعی ، از عملگر های عدد است.

به عنوان یک نتیجه ،ویژه حالت هایش ، حالت های فوک هستند و تکانه هایشان می تواند از معادله ویژه مقداری بدست آید:

$$\hat{P}\left|n_{k_1}, n_{k_2}, \ldots\right\rangle = \left[\sum_i n_{k_i} k_i\right]\left|n_{k_1}, n_{k_2}, \ldots\right\rangle \qquad (۱-۲۴)$$

به طور خاص حالت خلاء، تکانه ندارد. حال هامیلتونی را در نظر بگیرید که در این حالت ها به صورت زیر بیان شده است:

$$\hat{H}_{KG} = \int d^3x \hat{T}_{00} = \int d^3k \frac{\omega_k}{2}\left[\hat{a}_k \hat{a}_k^\dagger + \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k\right]$$
$$= \int d^3k\, \omega_k \left[\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2}[a_k, \hat{a}_k^\dagger]\right] \qquad (۱-۲۵)$$

---

[۱] یا به طور واضح تر $L_k g_{\mu\nu} = 0$ که L_k مشتق لی نسبت به K_μ است.

[2] Killing vector

جمله دوم واگرا است. خوشبختانه با وجود نامحدود بودن این جمله ثابت است و چون تنها اختلاف های انرژی می تواند اندازه گیری شود مقیاس انرژی می تواند تغییر کند بنابراین این عبارت حذف می شود. این نتیجه با کم کردن عبارت واگرا بدست می آید به طوری که هامیلتونی به صورت زیر می شود:

$$\widehat{\mathrm{H}}_{\mathrm{KG}} = \int \mathrm{d}^3\mathrm{k}\omega_{\mathrm{k}}\hat{\mathrm{a}}_{\mathrm{k}}^{\dagger}\hat{\mathrm{a}}_{\mathrm{k}} \qquad (۱-۲۶)$$

دوباره حضور عملگر عدد نشان می دهد که حالت های فوک ویژه حالت هایی از هامیلتونی نیز هستند و انرژی آن ها با معادله ویژه مقداری داده شده است:

$$\widehat{\mathrm{H}}_{\mathrm{KG}}\left|\mathrm{n}_{\mathrm{k}_1}, \mathrm{n}_{\mathrm{k}_2}, \dots\right\rangle = \left[\sum_i n_{k_i}\omega_{k_i}\right]\left|\mathrm{n}_{\mathrm{k}_1}, \mathrm{n}_{\mathrm{k}_2}, \dots\right\rangle \qquad (۱-۲۷)$$

حالت پایه ، حالت خلاء است و انرژی صفر دارد.

توجه کنید که انرژی و تکانه مربوط به حالت های فوک اقناع می شوند:

$$\omega_{\mathrm{k}}^2 = |\mathrm{k}|^2 + \mathrm{m}^2 \qquad (۱-۲۸)$$

که اگر m به عنوان جرم تعبیر شود. یک رابطه ی معمول نسبیت کلاسیک است. با توجه به این مطلب حالت های فوک تعبیری از ذرات توصیفی هستند. حالت فوک $|\mathrm{n}_{\mathrm{k}}\rangle$ یک حالت از ذرات n_{k} هر کدام با انرژی ω_{k} ، تکانه k و جرم m را توصیف می کند. با این وجود برخلاف ذرات کلاسیکی که اشیایی جایگزیده اند، این ذرات حالت هایی با تکانه معین کاملاً ناجایگزیده اند. این ذرات یکسان هستند و از آنجایی که عملگر های حالت جابه‌جا می شوند :

$$\left|n_{k_1}, n_{k_2}\right\rangle = \left|n_{k_2}, n_{k_1}\right\rangle \qquad (۱-۲۹)$$

با آمار بوز–انیشتن[1] توافق دارند. معادله کلاین گوردون ذراتی از نوع اسپین صفر را توصیف می کند.

توجه به این مطلب ضروری است که ذرات تعبیر کننده برانگیختگی میدان که در اینجا یک نقش ثانوی را بازی می کنند. عناصر اصلی در نظریه میدان های کوانتومی، میدان ها هستند. برای مثال اگرچه خلاء تعبیری از حالت بدون ذره است این به این معنا نیست که هیچ چیزی آنجا وجود ندارد. میدان آنجا هست و به طور کلی یک اندازه گیری از دامنه میدان ناشی از نوسانات کوانتومی صفر نخواهد شد. این مطلب به طور خاص مهم است به این خاطر که ساختار تعبیر ذره ای وابسته به فضا زمان یک تقارن زمانی دارد ،در فضا زمان های عمومی این موردصادق نیست و دسته ای از حالت های مرجّح وجود ندارد .[۹]

[1] Bose-Einstein

برای دیدن نتایج این مطلب ، دو دسته کامل از حالت های $\{u_k, u_k^*\}$ و $\{v_k, v_k^*\}$ مرتبط با عملگر های حالت $\hat{a}_k$ و $\hat{b}_k$ را در نظر بگیرید با توجه به مکمّلیت[1] و متعامد به هنجار بودن[2] بودن دو دسته از توابع حالت از رابطه زیر با هم مرتبط هستند:

$$v_k(x) = \int d^3k' [\alpha_{kk'} u_{k'}(x) + \beta_{kk'} u_{k'}^*(x)] \qquad (۱-۳۰)$$

که

$$\beta_{kk'} = -(v_k(x), u_{k'}^*(x))\ , \alpha_{kk'} = (v_k(x), u_{k'}(x)) \qquad (۱-۳۱)$$

این تبدیل یک تبدیل بوگلیوبوف[3] است[۸] و اعداد مختلط $\alpha_{kk'}$ و $\beta_{k,k'}$ ضرایب بوگلیوبوف هستند. تبدیل معکوس با رابطه زیر داده شده است:

$$u_k(x) = \int d^3k' [\alpha_{k'k}^* v_{k'}(x) - \beta_{k'k} v_{k'}^*(x)] \qquad (۱-۳۲)$$

این عبارات تبدیلات بعدی روی عملگر های حالت را نتیجه می دهند :

$$\hat{a}_k = \int d^3k' \left[\alpha_{k'k} \hat{b}_{k'} + \beta_{k'k}^* \hat{b}_{k'}^\dagger\right] \qquad (۱-۳۳)$$

$$\hat{b}_k = \int d^3k' \left[\alpha_{kk'}^* \hat{a}_{k'} - \beta_{kk'}^* \hat{a}_{k'}^\dagger\right] \qquad (۱-۳٤)$$

به عنوان یک نتیجه از روابط جابجایی عملگر های حالت ،ضرایب بوگلیوبوف باید رابطه زیر را اقناع کنند:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha^\dagger & -\beta^T \\ -\beta^\dagger & \alpha^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (۱-۳۵)$$

که به عنوان ماتریس های بلوکی تعبیر می شوند.

از معادله (۱-۳۳) و (۱-۳٤) می توان دید که پایه های فوک مرتبط با این دو بسط حالت متفاوت هستند. این امر منجر به دو تفسیر ذره ای مختلف از میدان می شود.

به طور خاص طبق تفسیر ذره ای بر پایه حالت های $u_k(x)$ ، ذراتی در خلاء $|0\rangle_v$ از بسط حالت $v_k(x)$ حضور دارند .تعداد میانگین ذرات حاضر به صورت زیر داده می شود:

$${}_v\langle 0|a_k^\dagger a_k|0\rangle_v = \int d^3k' |\beta_{kk'}|^2 \qquad (۱-۳٦)$$

از این نقطه نظر هیچ مفهوم دقیقی از ذرات در نظریه میدان کوانتومی وجود ندارد. همانند همزمانی یک تعبیر ذره ای با یک ناظر مرتبط است.

حتی در فضا زمان هایی که دارای تقارن انتقالی زمانی هستند انتخاب نوع خاصی از توابع حالت هنوز هم ممکن است به طور منحصر به فرد انجام نشود. در مناطق مختلف از فضا زمان بردارهای کیلینگ زمان گونه

[1] completeness
[2] orthonormality
[3] Bogoliubov transformation

متفاوتی می تواند وجود داشته باشد. ناظران در حال حرکت در امتداد مدار این دو بردار کیلینگ متفاوت ، تفاسیر ذره ای متفاوتی از میدان خواهند داشت. ساده ترین مثال از این نوع موردی از ناظران شتابدار یکنواخت در فضای مینکوفسکی است. این ناظران ، در حالتی که ناظران اینرسی یک خلاء را توصیف می کنند ، یک حمام گرمایی با دمای متناسب با شتاب شان آشکار می کنند [۱۰و۵] این مطلب به عنوان اثر یونرو شناخته می شود.[۱۱] اگر کسی بخواهد درباره ذرات در یک فضا زمان کلی صحبت کند یک مفهوم عملگری از ذره مورد نیاز است. این مسأله با در نظر گرفتن سیستمی که روی یک آشکارساز ذره عمل می کند بدست می آید.

آشکار ساز با میدان برهم کنش می کند و اگر برانگیخته شد دلیل بر این است که یک ذره مشاهده شده است. در این روش یک ذره چیزی است که آشکار ساز ذره آشکار می کند. به طور کلی رابطه مستقیمی بین عملگرهای عدد از یک بسط حالت و تعداد ذراتی که یک آشکار ساز آشکار می کند وجود ندارد. تنها زمانی که فضا زمان ، یک روش بردار کیلینگ زمان گونه را بپذیرد آن ها همزمان می شوند. مطالعه آشکارسازهای ذرات در چارچوب نظریه میدان کوانتومی در فضا زمان های خمیده اولین بار توسط یونرو [۵]انجام گردید و بعدها توسط دویت[1] بسط داده شد. مدلی که آن ها در نظر گرفتند یک آشکار ساز یونرو–دویت[2] نامیده شد.[۱۲]

۲.۱ میدان دیراک

میدان دیراک$\Psi(x)$ یک میدان مقداری اسپینوری ٤ مؤلفه ای است که با چگالی لاگرانژی زیر توصیف می شود. (دارای کمترین جفت شدگی با کنش گرانشی):

$$\mathcal{L}_D = \sqrt{-g(x)}\left\{\frac{i}{2}\left[\overline{\Psi}(x)\gamma^{\mu}\left(\nabla_{\mu}\Psi(x)\right) - (\nabla^{\mu}\overline{\Psi}(x))\gamma^{\mu}\Psi(x)\right] - m\overline{\Psi}(x)\Psi(x)\right\} \qquad (۳۷\text{–}۱)$$

که m تعبیری از جرم است و γ_μ ها ماتریس های دیراک[3] هستند. این ها ماتریس های4×4 هستند که رابطه زیر را اقناع می کنند:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2g_{\mu\nu} \qquad (۳۸\text{–}۱)$$

اینجا مشتق هموردای ∇_μ به صورت زیر تعریف شده است :

$$\nabla_\mu = \partial_\mu = \Gamma_\mu \ , \qquad (۳۹\text{–}۱)$$

---

[1] Dewitt
[2] Unruh-Dewitt detector
[3] Dirac matrices