بسم الله الرحمن الرحيم

١٠٢٢٦٤

دانشگاه قم

**دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک**

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد فیزیک

عنوان:

# اثر کازیمیر برای هندسه های کروی و برخی کاربردهای آن

استاد راهنما:

**دکتر حبیب اله رزمی**

نگارنده:

**مهدیه ابطحی**

۱۳۸۷ /۳/ ۲۳

زمستان ۱۳۸۶

۱۰۲۲۶۳

تاریخ: ۸۶/۱۲/۱

شماره: ۱۱/۵۵۶

پیوست: .....

وری اسلامی ایران
لوم، تحقیقات و فناوری
انشگاه قم

# «صورت جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد»

## با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر «عجل الله تعالی فرجه الشریف»

جلسه دفاعیه پایان نامه کارشناسی ارشد/ خانم: **مهدیه ابطحی** رشته : **فیزیک**

تحت عنوان : **اثر کازیمیربرای هندسه های کروی و برخی کاربردهای آن**

با حضور هیأت داوران در محل دانشگاه قم در تاریخ : ۲۸ / ۱۱ / ۸۶ تشکیل گردید .

در این جلسه، پایان نامه با موفقیت مورد دفاع قرار گرفت و نامبرده نمره با عدد ۱۹/۵ با حروف نوزده و پنج

**با درجه : عالی ● بسیار خوب ○ خوب ○ قابل قبول ○ دریافت نمود .**

| نام و نام خانوادگی | سمت | مرتبه علمی | امضاء |
|---|---|---|---|
| حبیب ا... رزمی | استاد راهنما | استادیار | |
| ---------- | استاد مشاور | ------ | |
| سید کامران مویدی | استاد ناظر | استادیار | |
| محمدرحیم بردبار | استاد ناظر | استادیار | |
| علیرضا باقری ثالث | نماینده کمیته تحصیلات تکمیلی | استادیار | |

معاون آموزشی و پژوهشی دانشکده
نام و امضاء :

مدیر امور آموزش و تحصیلات تکمیلی
نام و امضاء :
۱۳۸۷/۱۲/۲۳

انی:
قم، جاده قدیم اصفهان،
دانشگاه قم
دپستی: ۳۷۱۶۱۴۶۶۱۱
تلفن: ۲۸۵۳۳۱۱
دورنویس:
ونت آموزشی ۲۸۵۵۶۸۴
ونت اداری ۲۸۵۵۶۸۶
ونت دانشجویی ۲۸۵۵۶۸۸

**تقدیم به**

**همسر عزیز**

**و**

**پدر و مادر مهربانم**

در اینجا لازم است از کلیه افرادی که مرا در تکمیل این پایان نامه صمیمانه یاری نموده اند، به خصوص استاد گرامی جناب آقای دکتر رزمی که در تمام مراحل با مساعدت ها و راهنمایی های بی دریغ خویش مرا یاری کردند، تشکر نمایم. ضمناً از جناب آقای دکتر بردبار و آقای دکتر مؤیدی که قبول زحمت نموده و داوری این پایان نامه را به عهده گرفتند سپاسگزارم.

## چکیده:

اثرکازیمیر جلوه ای از خواص غیر بدیهی خلاء فیزیکی می باشد خواصی که به واسطه پاسخ خلاء به میدان های خارجی یا قیدها (شرایط مرزی) آشکار می شوند. اولین بار هندریک کازیمیر در سال ۱۹۴۸ پیش‌بینی کرد که دو صفحه رسانای فلزی بدون بار که در خلاء با فاصله کم به طور موازی قرار گرفته اند همدیگر را جذب می کنند. محاسبه اثر کازیمیر برای مرزهای کروی یکی از تعمیم های مهم این اثر می باشد. در این پایان نامه نیرو (انرژی) کازیمیر برای برخی آرایه های هندسه کروی شامل تک پوسته رسانا، دو پوسته رسانای کروی و هم مرکز و همچنین کره دی الکتریک محاسبه خواهد شد. از میان روش های مختلف محاسبه نیرو (انرژی) کازیمیر، روش تابع گرین (با میدان اسکالر و میدان الکترومغناطیسی با فرمولبندی هموردا) به کار گرفته می شود. روش باز بهنجارش مورد نظر ما در این پژوهش، روش باز بهنجارش بر اساس فرکانس قطع پلاسما برای رسانا ها می باشد. نتیجه کار این است که یک پوسته کروی رسانا تحت تاثیر نیرویی دافعه و متناسب با عکس مجذور شعاع خود قرار دارد. نیروی کازیمیر الکترومغناطیسی برای یک پوسته کروی رسانا و دو پوسته کروی رسانا و هم مرکز از جنس طلا و نقره محاسبه و نتایج مربوطه در تقریب های مختلفی در دو جدول نشان داده می شوند. سرانجام، کاربرد محاسبات انجام گرفته در این پایان نامه را در مورد پدیده جالب سونولومینسنس بررسی می نماییم.



**واژه های کلیدی**: اثر کازیمیر، افت و خیز خلاء کوانتومی، فرکانس قطع پلاسما، سونولومینسنس

# فهرست


| عناوین | شماره صفحه |
|---|---|
| **۱ مقدمه** | **۱** |
| ۱-۱ منشاء نیروی کازیمیر | ۲ |
| ۱-۲ اندازه‌گیری اثر کازیمیر | ۵ |
| **۲ اثر کازیمیر در هندسه تخت (روش جمع زدن مدها)** | **۱۱** |
| ۲-۱ روش جمع زدن مدها | ۱۲ |
| ۲-۲ محاسبه نیروی کازیمیر بین دو صفحه کاملاً رسانای موازی | ۱۴ |
| **۳ اثر کازیمیر در هندسه کروی (روش جمع زدن مدها)** | **۱۹** |
| ۳-۱ محاسبه انرژی کازیمیر یک پوسته کروی کاملاً رسانا با روش جمع زدن مدها | ۲۱ |
| **۴ اثر کازیمیر در هندسه کروی (روش تابع گرین)** | **۲۹** |
| ۴-۱ میدان اسکالر | ۳۰ |
| ۴-۱-۱ تابع گرین وابسته به زمان برای پوسته کروی | ۳۲ |
| ۴-۱-۲ نیروی کازیمیر برای پوسته کروی با فرکانس قطع پلاسما | ۳۵ |
| ۴-۲ روش تابع گرین در میدان الکترو مغناطیسی (فرمول بندی هموردا) | ۴۰ |
| ۴-۲-۱ نیروی کازیمیر الکترومغناطیسی پوسته کروی | ۴۳ |
| ۴-۳ محاسبه نیروی کازیمیر بین دو پوسته کروی رسانای هم مرکز | ۴۶ |

**۵ پدیده سونولومینسنس و اثر کازیمیر در کره دی الکتریک ۵۳**

۵-۱ سونولومینسنس ۵۴

۵-۱-۱ مکانیزم فرایند ۵۴

۵-۱-۲ ویژگی های درخش (فلاش) سونولومینسنس ۵۶

۵-۱-۳ عوامل مؤثر در سونولومینسنس ۵۶

۵-۱-۴ منشاء سونولومینسنس ۵۷

۵-۲ محاسبه انرژی کازیمیر کره دی الکتریک به روش جمع زدن مدها ۵۸

۵-۳ محاسبه انرژی کازیمیر کره دی الکتریک به روش تابع گرین ۶۲

۵-۴ آیا منشاء سونولومینسنس اثر کازیمیر می باشد؟ ۶۴

**مراجع ۶۵**

**اسامی خاص ۷۰**

**واژه نامه فارسی به انگلیسی ۷۱**

**واژه نامه انگلیسی به فارسی ۷۶**

# فصل اول

## مقدمه

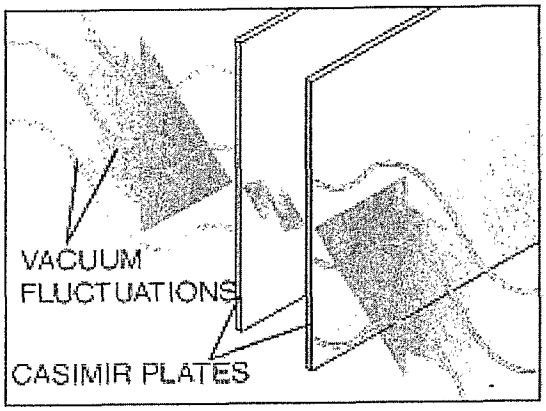
اثرکازیمیر جلوه ای از خواص غیر بدیهی خلاء فیزیکی می باشد خواصی که بـه واسـطه پاسـخ خلاء به میدان های خارجی یا قیدها (شرایط مرزی) آشکار می شوند. این واقعیت کـه نیـروی جاذبه‌ای بین دو صفحه فلزی رسانا که در خلاء به طـور مـوازی قـرار گرفتـه انـد وجـود دارد، اولین‌بار به وسیله هندریک کازیمیر در سال ۱۹۴۸ پیش‌بینی شـد [۱]. در آن زمـان کـازیمیر روی ویژگی های محلول های کلوئیدی مطالعه می‌کرد. ویژه گی های این قبیل محلول هـا بـه وسیله نیروهای واندروالسی - نیروی جاذبه ای که به طور طبیعی بین اتم‌ها و مولکول ها وجود دارد - تعیین می‌شود. این نظریه که در آن زمان برای توضیح نیروهای واندروالسی به کـار مـی رفت نمی‌توانست اندازه‌گیری های تجربی روی کلوئیدها را به طور کامل توضیح دهد؛ بنـابراین، از کازیمیر خواسته شد تا درباره این مسأله تحقیق کند. کازیمیربا بررسـی روی مولکـول هـا و تعمیم مطالعات خود به مسأله دو صفحه رسانای تخت بدون بار که در خـلاء بـه فاصـله بـسیار کمی از یکدیگر قرار گرفته اند نتیجه گرفت دو صفحه با نیرویی متناسب با عکس توان چهـارم فاصله بین صفحات همدیگر را جذب می کننـد و دریافـت کـه ایـن نتیجـه بـر اسـاس افـت و خیزهای خلاء کوانتومی قابل تفسیر است.

### أ-أ منشاء نیروی کازیمیر

تعریف خلاء در فیزیک کلاسیک ساده است. خلاء فضایی خالی از ذرات است که دمای آن را

تا صفر مطلق پایین آورده باشیم؛ اما ورود مکانیک کوانتومی دید ما را نسبت به خلاء کاملاً عوض می کند. در مکانیک کوانتومی مقدار حقیقی میدان ها - خصوصاً میدان های الکترومغناطیسی - در هر لحظه، حول یک مقدار متوسط تغییر می‌کند.

افت و خیزهای خلاء حاصل نظریه پردازی یک فیزیکدان نیست. این نوسانات می توانند نتایج قابل مشاهده‌ای داشته باشند که به طور مستقیم در آزمایش هایی با مقیاس میکروسکوپی قابل مشاهده اند. برای مثال یک اتم برای مدت بینهایت طولانی نمی‌تواند در حالت برانگیخته باقی بماند و با انتشار یک فوتون به صورت خود به خود به حالت پایه‌اش باز می گردد. این پدیده نتیجه‌ای از افت و خیزهای خلاء کوانتومی می‌باشد. تصور کنید که یک مداد را با تلاش به سمت بالا روی انتهای انگشت خود نگه داشته‌اید، اگر دست شما کاملاً پایدار و بی‌حرکت باشد و هیچ چیز این تعادل را مختل نکند، مداد همان جا باقی خواهد ماند؛ اما جزئی‌ترین اختلال باعث افتادن مداد به یک موقعیت تعادلی پایدارتر خواهد شد. به طور مشابه، نوسانات خلاء باعث بازگشت اتم برانگیخته به حالت پایه‌اش خواهد شد [۲].




شکل ۱ : فشار تابشی امواج داخل و خارج که منجر به جاذبه دو صفحه می شود.

دوصفحه کاملاً تخت رسانا را مطابق (شکل۱) در نظر بگیرید. تمام میدان‌های الکترومغناطیسی دارای طیف مشخصه‌ای هستند که شامل فرکانس های متفاوت فراوانی است. تمام این فرکانس ها در خلاء کامل از اهمیت یکسانی برخوردار هستند، اما بین دوصفحه

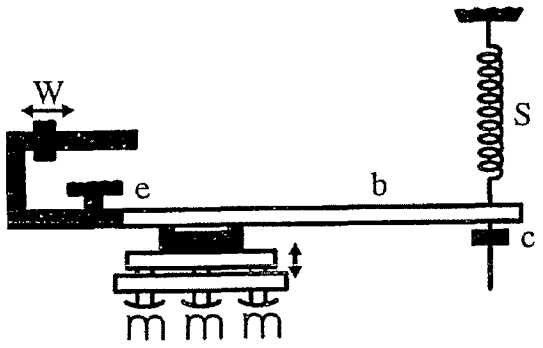
وضعیت متفاوت می‌شود. اگر مضرب صحیحی از نصف طول موج بتواند دقیقاً در بین دوصفحه قرار بگیرد، میدان آن موج تقویت خواهد شد. این میدان در طول موج های دیگر تضعیف می‌شود. نوسانات خلاء بر حسب این که فرکانس آنها با فرکانس تشدید بین دوصفحه مطابقت داشته باشند یا نه، تقویت یا تضعیف می شوند.

یک کمیت فیزیکی مهم در بحث نیروی کازیمیر، فشار تابش میدان است. هر میدان حتی خلاء نیز با خود انرژی حمل می‌کند. تمام میدان های الکترومغناطیسی می‌توانند در فضا منتشر شوند و روی سطوح فشار وارد کنند. این فشار تابش با انرژی - و بنابراین فرکانس - میدان الکترومغناطیسی افزایش می‌یابد. در فرکانس تشدید، فشار تابش داخل قوی‌تر از بیرون است و بنابراین صفحات یکدیگر را به عقب می‌رانند. برعکس در غیر از حالت تشدید، فشار تابش داخل کمتر از بیرون است و صفحات به طرف یکدیگر جذب می شوند [۳].

در حالت تعادل مؤلفه های جاذبه کمی قوی تر از مؤلفه های دافعه هستند، بنابراین برای دو صفحه تخت موازی کاملاً رسانا، نیروی کازیمیر، جاذبه است. وقتی صفحات در فاصله چند میکرونی از یکدیگر قرار گرفته باشند این نیرو قابل اندازه‌گیری است. مثلاً برای دو صفحه با مساحت ۱ سانتیمتر مربع که در فاصله ۱ میکرومتر از هم قرار دارند، نیروی جاذبه کازیمیر تقریباً ۰/۱ میکرونیوتن (حدوداً برابر با وزن یک قطره آب که قطری برابر با نیم میلیمتر دارد) است. گرچه این نیرو خیلی کوچک است، اما در فاصله‌های زیر میکرومتر،یکی از قوی‌ترین نیروهای بین دوجسم طبیعی به شمار می رود. در واقع در فاصله ۱۰ نانومتر - تقریباً صد برابر اندازه یک اتم - اثر کازیمیر فشاری برابر با یک اتمسفر ایجاد خواهد کرد. گرچه ما در زندگی روزمره خود به طور مستقیم با این قبیل فاصله‌های کوچک سروکار نداریم اما این ها در نانوساختارها و سیستمهای میکروالکترومکانیکی (*MEMS*) و نانوالکترومکانیکی (*NEMS*) اهمیت می‌یابند.

## ۱-۲ اندازه‌گیری اثر کازیمیر

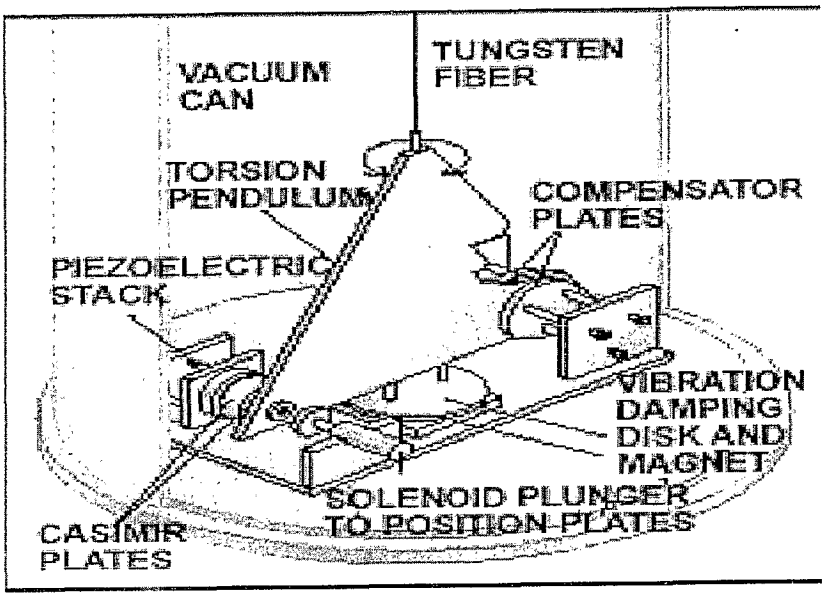
در سال ۱۹۵۸ اولین تلاش تقریباً موفقیت آمیز برای اندازه گیری نیروی کازیمیر به وسیله مارکوس اسپارنی انجام شد [۴]. وی نیروی بین دو صفحه تخت فلزی را با به کاربردن یک ترازوی فنری اندازه گرفت که انبساط فنر آن به وسیله ظرفیت دو صفحه تعیین می‌شد (شکل ۲).




شکل ۲ : طرحی ساده از دستگاه اسپارنی

برای اجتناب از حذف نیروی کازیمیر توسط نیروی الکترواستاتیکی، قبل از هر اندازه‌گیری باید ابتدا صفحات با هم تماس پیدا کنند تا در حالت خنثی نگه داشته شوند. همچنین باید صفحات کاملاً موازی یکدیگر قرار بگیرند، چون نیروی کازیمیر نسبت به تغییرات فاصله بسیار حساس است. اسپارنی بر این مشکلات فائق آمد و به این نتیجه رسید که پیشگویی نظری کازیمیر رد نمی‌شود ولی خطای اندازه گیری آزمایش او ۱۰۰٪ بود [۵].

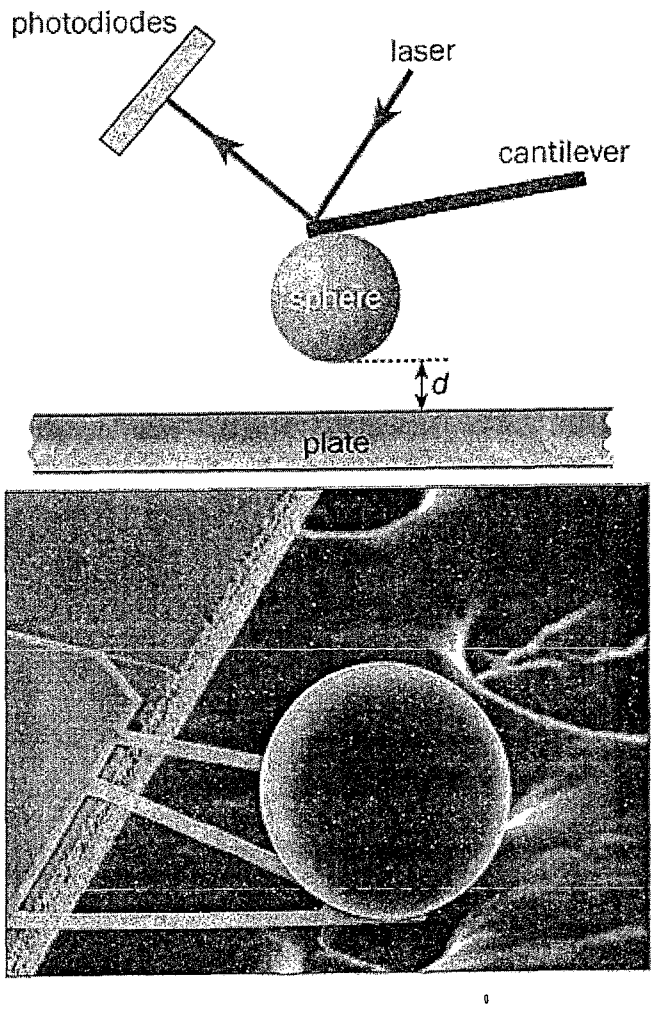
پس از اسپارنی آزمایش هایی توسط افراد مختلف انجام شد که به دلیل خطـای بـالا دارای اهمیت چندانی نبودند؛ تا این که در سال ۱۹۹۶ میلادی استیو لامـرا [۶]، نیـروی کـازیمیر را بین یک عدسی کروی با قطر ۱۱/۳ میکرومتر و یک صفحه کوارتز نوری با عرض ۵/۲ میکرومتر که هر دو با ۰/۵ میکرومتر مس و ۰/۵ میکرومتر طلا به روش تبخیری لایه نشانی شده بودنـد، اندازه‌گیری کرد. عدسی و صفحه به یک آونگ پیچشی - یک قطعه افقی پیچان که بـه وسـیله یک سیم تنگستن آویزان بود - متصل بودند کـه در یـک ظـرف اسـتوانه‌ای تحـت خـلاء قـرار می‌گرفتند (شکل ۳).




شکل ۳ : طرحی ساده از دستگاه لامرا[۹]

وقتی لامرا عدسی و صفحه را به فاصله چندین میکرونی از یکدیگر رساند، نیروی کازیمیر باعث شد که دو جسم به طرف یکدیگر کشیده شوند و آونگ پیچ بخورد. با اعمال ولتاژ و برگردانـدن آونگ، نیروی کازیمیر را اندازه گیری کرد. او دریافت که اندازه‌گیری های تجربـی اش بـا دقـت ۹۵٪ بانظریه تطابق دارد.

همگام با لامرا، بسیاری از محققان دیگر نیز تلاش کردند تا نیروی کازیمیر را اندازه‌گیری کنند. برای مثال عمر محی الدین و همکارانش در دانشگاه کالیفرنیا، یک کره پلی‌استایرن با قطر ۲۰۰ میکرومتر را به اهرم میکروسکوپ نیروی اتمی اضافه کردند [۷] (شکل ۴).

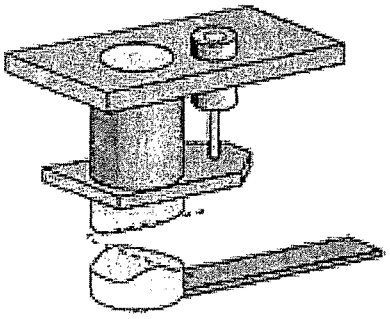



شکل ۴ : بالا: طرحی ساده از دستگاه محی الدین و پایین: گوی و اهرم اتصال زیر میکروسکوپ الکترونی

آنها در یک سری از آزمایش ها، کره‌هایی که با آلومینیوم یا طلا لایه نشانی شده بود را به ۰/۱ میکرومتری یک صفحه صاف که آن هم با همین فلزات لایه نشانی شده بود نزدیک کردند. جاذبه بین این کره و صفحه به وسیله انحراف یک پرتو لیزر نشان داده می‌شد. این محققان

توانستند نیروی کازیمیر را تا ۹۹٪ مقدار نظری پیش‌بینی شده اندازه‌گیری کنند.

توماس ادرث در موسسه فناوری سلطنتی در استکهلم نیز با به کارگیری میکروسکوپ نیروی اتمی اثر کازیمیر را مطالعه کرد [۸]. او این نیرو را بین دو استوانه لایه نشانی شده با طلا که با زاویه ۹۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار گرفته بودند و در فاصله ۲۰ نانومتری یکدیگر قرار داشتند، اندازه گرفت. نتایج او در حدود ۹۹٪ با مقدار نظری مطابقت داشت (شکل ۵).



شکل ۵ : طرحی ساده از دستگاه ادرث

با این وجود، تعداد کمی از آزمایش های اخیر نیروی کازیمیر را با استفاده از هندسه اولیه دو صفحه تخت موازی اندازه‌گیری کرده‌اند. علت این است که صفحات باید در طول آزمایش کاملاً موازی یکدیگر نگه‌داشته شوند که این کار به شکل عملی مشکل است. ساده تر است که یک کره را نزدیک یک صفحه بیاوریم. تنها مشکل استفاده از یک کره و یک صفحه تخت این است که هنگام کاربرد یک کره و صفحه تخت دقت محاسبات نظری نیروی کازیمیر به دقت استفاده از دو صفحه تخت نیست. در واقع برای داشتن دقت بیشتر باید شعاع کره خیلی بزرگتر از فاصله بین کره و صفحه باشد.

یکی از مشکلاتی که در مطالعه اثر کازیمیر وجود دارد این است که صفحات واقعی مثل صفحات تخت کاملاً صاف که کازیمیر در ابتدا در نظر گرفته بود نیستند. صفحات واقعی تمام

مدها را به طور کامل بازتاب نمی‌کنند. آنها تعدادی از مدها را خوب- یا حتـی تقریبـاً کامـل - بازتاب می‌کنند، در حالی‌که بازتاب بقیه مدها ضعیف است. به علاوه تمام صفحات در فرکـانس های خیلی بالا شفاف می‌شوند. هنگام محاسبه نیروی کـازیمیر، وابـستگی ضـرایب بازتـاب بـه فرکانس صفحات را باید به حساب آورد. مسأله‌ای که اولین بار لیفشیتز در اواسـط دهـه پنجـاه میلادی و پس از آن شووینگر و دیگران به آن پرداختند. معلوم می‌شود که نیروی کازیمیر بین صفحات فلزی واقعی وقتی که در فاصله ۰/۱ میکرومتری یکدیگر قرار دارند نصف مقدار نظـری است که برای صفحات کامل پیش‌بینی می‌شود.

مشکل دیگری که در محاسبه نیروی مورد انتظار کازیمیر برای یک سیـستم واقعـی وجـود دارد این است که در واقع آزمایش ها هرگز در صفر مطلق - که در محاسبات اولیه کازیمیر در نظر گرفته شده بود - انجام نمی‌شود، بلکه دمای مربوطه، دمای اتاق اسـت. نوسـانات گرمـایی می‌توانند با ایجاد فشار تابشی، نیروی کازیمیر بزرگتری نسبت به مقدار مورد انتظار ایجاد کنند. نیروی کازیمیر بین دو صفحه تخت که در فاصله ۷ میکرومتری یکـدیگر قـرار دارنـد در دمـای اتاق دو برابر بزرگتر از این نیرو در دمای صفر مطلق اسـت. خوشـبختانه، نوسـانات گرمـایی در دمای اتاق فقط در فواصل بالاتر از یک میکرومتر قابل توجه هستند. خیلی از محققان بـا ایـن مسأله برای صفحات کاملاً بازتابنده درگیر شده‌اند و وابستگی دمایی نیروی کازیمیر برای مدتها موضوع بحث در بین گروه‌های تحقیقاتی بوده است [۱۱-۹].

سومین مشکل در محاسبه نیروی کازیمیر این است که صفحات واقعی کاملاً صاف نیـستند. اغلب صفحات با لایه نشانی یک فیلم نازک فلزی روی یک زیر لایه ساخته می‌شوند. برای ایـن کار فیلم‌هایی با ناهمواری تقریباً ۵۰ نانومتر تولید می‌شوند. در حالی که این قبیل ناهمواری‌هـا با چشم غیر مسلح قابل دیدن نیستند، اما اندازه‌گیری نیروی کازیمیر کـه خیلـی بـه تغییـرات فاصله حساس است را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

پس از هندسه تخت هندسه های دیگر (هندسه اسـتوانه ای [۱۴-۱۲]، کـروی [۱۸-۱۵] و گوه [۱۹]) مورد توجه گرفت. همان طور که اثر کازیمیر در هندسه استوانه ای در بحث نانو لوله ها از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد [۲۲-۲۰] شاید بتوان از اثر کازیمیر در هندسه کـروی

برای توجیه پدیده سونولومینسسنس [۲۶-۲۳] استفاده کرد کـه اولـین بـار توسـط شـووینگر مطرح شد [۳۳-۲۷] و طرفدارانی پیدا کرد [۳۴]. این نظریه بعدها توسـط برخـی از افـراد بـه چالش کشیده شد [۳۶-۳۵]. این موضوع در فصل پنجم مورد بررسی قرار می گیرد.

# فصل دوم

## اثر کازیمیر در هندسه تخت

## (روش جمع زدن مدها)

ساده ترین هندسه برای بررسی نیروی کازیمیر، هندسه تخت و به عبارتی نیروی بین دو صفحه کاملاً رسانای موازی می باشد. محاسبه این نیرو با روش های متفاوتی مانند روش جمع زدن مدها [۳۹-۳۷]، روش تابع گرین [۴۲-۴۰] و روش تابع زتا [۴۳] انجام می پذیرد. در این فصل روش جمع زدن مدها را معرفی می کنیم و نیروی کازیمیر دو صفحه کاملاً رسانای موازی را به دست می آوریم.

## ۲-۱ روش جمع زدن مدها

برای درک بهتر روش جمع زدن مدها ابتدا از کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی شروع می کنیم. دلیل استفاده از میدان الکترومغناطیسی را می توان این گونه بیان کرد: چهار میدان بنیادی در فیزیک عبارتند از: الکترومغناطیسی ، گرانشی ، هسته ای ضعیف و هسته ای قوی. برد میدان های هسته ای در حد $۱۰^{-۱۵}$ متر است و برای مقصود فعلی ما یعنی محاسبه انرژی/نیرو کازیمیر در حد نانومتر تا میکرومتر مناسب نمی باشند. با توجه به این که نظریه میدان کوانتومی گرانش آنچنان شناخته شده نیست و مقیاس مربوطه نیز در فواصل در حد پلانک مطرح است پس میدان مناسب برای توجیه اثر کازیمیر میدان الکترومغناطیسی می باشد.

می دانیم که انرژی میدان الکترو مغناطیسی کلاسیکی با بردار موج $\vec{k}$ و قطبش $\sigma$ از رابطه زیر به دست می آید [۴۴]: