

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



مطالعه تجربی و نظری رفتار گردابه های آزاد

دانشجو:

سید مجتبی رضوی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
در رشته مهندسی مکانیک، گرایش تبدیل انرژی

استاد راهنما:

دکتر نوروز محمد نوری

تیر ۱۳۸۵

تقديم به خانواده عزيزم

از خانواده عزیزم سپاسگزارم که شرایط رشد و آرامش من را فراهم کردند و تا کنون از هیچ کمکی به این حقیر فروگذار نبودند.

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر نوری نیز کمال تشکر را دارم، بدون راهنمایی‌های ایشان انجام این تحقیق امکانپذیر نبود.

از دوستان و همکاران در آزمایشگاه هیدرودینامیک کاربردی نیز به خاطر تمام همفکری‌های مفیدشان در پیشبرد این تحقیق و به خاطر لحظات خوبی که در کنار آنها بوده‌ام بسیار سپاسگزارم.

در پایان از تمام کسانی که به نوعی حقی بر گردن من دارند و به نحوی مرا در این راه راهنمایی کرده اند متشکرم و امیدوارم بتوانم حقی را که بر گردن من دارند ادا کنم

چکیده

مدل سازی عددی راهی مناسب برای بررسی جریانهایی می باشد که تاکنون جوابی تحلیلی برای آنها به دست نیامده است. با توجه به افزایش سرعت میکروپروسورها استفاده از مدل سازی عددی راه را برای رسیدن به جواب ساده تر می سازد. در این تحقیق دو قسمت کلی تجربی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت تجربی دو دستگاه شبیه ساز گردابه برای بررسی عکس العمل گردابه ها بر یکدیگر و دستگاه *LFT* برای بررسی جریان دو بعدی حول اجسام گوناگون ساخته و مورد آزمایش قرار گرفته است. روش گردابه های تصادفی قابلیت های زیادی دارد و از آن در مدلسازی جریانهای گوناگونی به خصوص جریانهای توربولان استفاده شده است. در قسمت عددی جریان روی صفحه تخت و جریان درون استوانه با استفاده از روش گردابه های تصادفی (RVM) حل گردیده و از نتایج آن انرژی جریان ناشی از گردابه ها بدست آمده و مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از این انرژی حاصل شده ، نیروی درگ صفحه تخت محاسبه می گردد. انرژی محاسبه شده از گردابه های موجود در جریان داخل استوانه ، نشان دهنده یک رژیم نسبتاً ثابت از انرژی درون استوانه می باشد که با نتایج تجربی حاصل از آزمایشات با دستگاه شبیه ساز گردابه تطابق کامل دارد.

فهرست مطالب

| صفحه | عنوان |
|------|--|
| ۱۰ | فصل ۱ مقدمه |
| ۱۱ | ۱-۱. مقدمه..... |
| ۱۱ | ۲-۱. ارتباط بین سرعت و ورتیسیتی..... |
| ۱۳ | ۳-۱. ورتیسیتی و چرخش..... |
| ۱۴ | ۴-۱. سیرکولاسیون..... |
| ۱۵ | ۵-۱. انرژی سینماتیکی یک گردابه خطی..... |
| ۱۹ | ۶-۱. بررسی رفتار گردابه ها در جریان و اثر متقابل آنها بر یکدیگر..... |
| ۱۹ | ۱-۶-۱. رفتار یک گردابه درون سیال..... |
| ۲۳ | ۲-۶-۱. تعیین سرعت القاء شده توسط یک نخ گردابه با استفاده از قانون بیو ساوار..... |
| ۲۹ | ۳-۶-۱. سیستم تصویر گردابه..... |
| ۳۳ | فصل ۲ مطالعه تجربی رفتار گردابه های آزاد |
| ۳۴ | ۱-۲. مقدمه..... |
| ۳۴ | ۲-۲. روتورهای شناور در سیال با قابلیت چرخش توسط میدان مغناطیسی خارجی..... |
| ۳۶ | ۱-۲-۲. جنس روتور های شناور مورد استفاده در سیال..... |
| ۳۸ | ۲-۲-۲. روتور های شبیه ساز گردابه و بحث شناوری در سیال..... |
| ۴۱ | ۳-۲-۲. بررسی ساختار انواع موتور الکتریکی برای انتخاب استاتور مناسب..... |
| ۴۶ | ۴-۲-۲. فاصله هوایی و تاثیر آن در کاهش گشتاور منتقله به روتورها..... |
| ۴۷ | ۵-۲-۲. نحوه کار با دستگاه آزمایش گردابه..... |
| ۴۸ | ۳-۲. فیلم صابون و جریان دو بعدی..... |
| ۴۹ | ۱-۳-۲. تاریخچه استفاده از فیلم صابون ثابت و متحرک..... |
| ۵۱ | ۲-۳-۲. فیلم صابون چیست..... |
| ۵۲ | ۳-۳-۲. نور و فیلم صابون..... |
| ۵۴ | ۴-۳-۲. بررسی سرعت صوت در فیلم صابون..... |
| ۵۵ | ۵-۳-۲. دستگاه LFT..... |
| ۵۷ | ۶-۳-۲. نحوه ایجاد فیلم متحرک عمودی..... |
| ۶۵ | فصل ۳ مبانی تئوریک روش گردابه تصادفی و تابع انرژی |
| ۶۶ | ۱-۳. مقدمه..... |
| ۶۷ | ۲-۳. روشهای موجود برای تحلیل میدان جریان..... |

| | |
|----|---|
| ۶۹ | ۳-۳. روش گردابه تصادفی و مفاهیم گردابه‌ها |
| ۷۰ | ۳-۳-۱. گردابه‌های حبابی یا گردابه‌های نقطه‌ای |
| ۷۳ | ۳-۳-۲. گردابه‌های صفحه‌ای |
| ۷۵ | ۳-۳-۳. تاریخچه روش گام تصادفی |
| ۷۷ | ۳-۳-۴. مبانی تئوریک روش گردابه تصادفی |
| ۸۶ | ۳-۴. روش المان تماسی [۳۹] |
| ۹۰ | ۳-۴-۲. نفوذ ورتیسیتی |
| ۹۲ | ۳-۴-۳. ناحیه بالای لایه تماسی |
| ۹۳ | ۳-۴-۴. بحث و بررسی در مورد مدل‌های ضخامت لایه تماسی |
| ۹۵ | ۳-۵. الگوریتم حل بروش گردابه تصادفی و المان تماسی |
| ۹۶ | ۳-۶. تابع انرژی [SPKE] [۴۰] |

فصل ۴ بررسی جریان روی صفحه تخت و درون استوانه با استفاده از روش

| | |
|-----|---|
| ۱۰۵ | گردابه تصادفی |
| ۱۰۶ | ۴-۱. مقدمه |
| ۱۰۶ | ۴-۲. جریان روی صفحه تخت |
| ۱۰۶ | ۴-۲-۱. معادلات حاکم بر روش گردابه تصادفی روی صفحه تخت |
| ۱۰۹ | ۴-۲-۲. بررسی تابع انرژی در جریان روی صفحه تخت |
| ۱۱۰ | ۴-۲-۳. بررسی کمی تابع جریان در جریان روی صفحه تخت با استفاده از نتایج روش گردابه‌های تصادفی |
| ۱۱۳ | ۴-۲-۴. محاسبه نیروی درگ تئوری صفحه تخت با استفاده از حل بلازیوس |
| ۱۱۶ | ۴-۳. جریان ۲ بعدی درون استوانه |
| ۱۱۷ | ۴-۳-۱. شرایط مرزی روی سیلندر |
| ۱۱۷ | ۴-۳-۲. بررسی معادلات حاکم در نزدیک سطح جسم (لایه مرزی) |
| ۱۲۰ | ۴-۳-۳. بررسی معادلات حاکم در نواحی دور از سطح جسم |
| ۱۲۳ | ۴-۳-۴. بررسی خطای ایجاد شده و پارامترهای مهم در حل |
| ۱۲۴ | ۴-۴. الگوریتم حل بروش گردابه تصادفی |

فصل ۵ نتایج

| | |
|-----|--|
| ۱۲۶ | ۵-۱. مقدمه |
| ۱۲۷ | ۵-۲. نتایج آزمایشات با دستگاه شبیه ساز گردابه |
| ۱۳۲ | ۵-۳. نتایج آزمایشات با دستگاه کانال فیلم صابون (LFT) |
| ۱۳۳ | ۵-۳-۲. جریان در قسمت انبساط دستگاه LFT |
| ۱۳۴ | ۵-۳-۳. جریان در مقطع آزمایش دستگاه LFT |

- ۴-۳-۵. جریان مافوق صوت در فیلم صابون..... ۱۳۹
- ۴-۵. نتایج بررسی جریان و تابع انرژی در جریان روی صفحه تخت..... ۱۳۹
- ۱-۴-۵. حل جریان روی صفحه تخت دو بعدی با استفاده از گردابه تصادفی و مدل لایه تماسی..... ۱۳۹
- ۲-۴-۵. محاسبه تابع انرژی و نیروی درگ در جریان روی صفحه تخت..... ۱۴۳
- ۵-۵. نتایج بررسی جریان و تابع انرژی (*SPKE*) در جریان درون استوانه..... ۱۴۶
- ۱-۵-۵. حل جریان ۲ بعدی درون استوانه با استفاده از روش گردابه تصادفی..... ۱۴۷
- ۲-۵-۵. محاسبه تابع انرژی و بررسی آن در جریان ۲ بعدی درون استوانه..... ۱۵۶

فهرست اشکال

| صفحه | عنوان |
|------|---|
| ۱۵ | شکل ۱-۱. المان دایروی |
| ۱۷ | شکل ۲-۱. گردش اطراف دو گردابه با گردش همجهت Γ_1 و Γ_2 |
| ۱۸ | شکل ۳-۱. دو هسته گردابه با انرژی محدود |
| ۲۶ | شکل ۴-۱. توزیع ورتیسیتی Q و نقطه مورد مطالعه برای سرعت القایی (P) |
| ۲۷ | شکل ۵-۱. یک خط گردابه با طول بی نهایت منطبق بر محور Z با گردش Γ |
| ۲۸ | شکل ۶-۱. دو رشته گردابه واقع در نقاط A و B و موازی محور Z |
| ۲۹ | شکل ۷-۱. تصویر یک گردابه در مجاورت دیوار |
| ۳۰ | شکل ۸-۱. تصویر یک گردابه در مجاورت یک گوشه قائمه |
| ۳۱ | شکل ۹-۱. تصویر یک گردابه بیرون یک استوانه |
| ۳۱ | شکل ۱۰-۱. سیستم تصویر یک گردابه بین دو دیوار موازی |
| ۳۲ | شکل ۱۱-۱. تصویر یک گردابه درون یک استوانه |
| ۳۹ | شکل ۱-۲. نیروی شناوری و وزن یک میله شناور قائم در سیال |
| ۴۰ | شکل ۲-۲. نیروی شناوری و وزن یک میله شناور مایل در سیال |
| ۴۰ | شکل ۳-۲. نقطه متاسنتر (M) ، مرکز حجم جسم (B) و مرکز جرم (G) |
| ۴۱ | شکل ۴-۲. استوانه استفاده شده به عنوان روتور شناور |
| ۴۱ | شکل ۵-۲. شمای ساده روتور قفس سنجایی که در دو انتها، میله ها توسط حلقه های انتهایی اتصال کوتاه شده اند |
| ۴۳ | شکل ۶-۲. وضعیت میدان گردنده در لحظات مختلف |
| ۴۴ | شکل ۷-۲. شمای شار گردنده که شکل سینوسی دارد |
| ۴۵ | شکل ۸-۲. شمای راه انداز ستاره مثلث در موتور های القایی سه فاز |
| ۴۵ | شکل ۹-۲. روش های مختلف استفاده از فیلم صابون برای ایجاد جریان دو بعدی |
| ۵۰ | شکل ۱۰-۲. ساختار ملکولی فیلم صابون |
| ۵۲ | شکل ۱۱-۲. تداخل امواج در فیلم صابون |
| ۵۳ | شکل ۱۲-۲. موج مخروطی شکل گرفته در کانال در اثر شوک |
| ۵۵ | شکل ۱۳-۲. شکل شماتیک دستگاه LFT |
| ۵۶ | شکل ۱۴-۲. طرق مختلف تزریق محلول صابون به فیلم متحرک |
| ۵۹ | شکل ۱۵-۲. نحوه اتصال نخ های راهنمای سیال به نازل |
| ۶۰ | شکل ۱۶-۲. راه های مختلف برای بررسی جریان در کانال یا روی صفحه تخت |
| ۶۲ | شکل ۱۷-۲. اشکال مختلف قسمت انقباض کانال |
| ۶۳ | شکل ۱-۳. گردابه صفحه ای |
| ۷۴ | شکل ۲-۳. المان تماسی |
| ۸۷ | شکل ۳-۳. پروفیل سرعت زیر لایه تماسی |
| ۸۸ | شکل ۴-۳. تنش برشی روی دیواره و المان تماسی |
| ۸۹ | شکل ۵-۳. گسسته سازی ورتیسیتی در المان تماسی |
| ۹۰ | |

- شکل ۳-۶. نفوذ ورتیسیتی در داخل المان تماسی ۹۲
- شکل ۴-۱. r_{ij} و r'_{ij} برای گردابه i و j ۱۱۲
- شکل ۴-۲. نحوه انتقال گردابه منتقل شده به زیر صفحه ($x > 1$) به بالای صفحه ۱۱۳
- شکل ۴-۳. لایه مرزی در جریان روی صفحه تخت با زاویه حمله برابر با صفر ۱۱۴
- شکل ۴-۴. توزیع سرعت در لایه مرزی روی صفحه تخت، بلازیوس ۱۹۰۸ ۱۱۶
- شکل ۴-۵. هندسه اثرات متقابل صفحات در لایه مرزی ۱۱۹
- شکل ۴-۶. تبدیل المانهای گردابه در داخل و اطراف لایه مرزی در روی دیواره ۱۲۰
- شکل ۵-۱. مسیر حرکت ۱ گردابه درون استوانه ۱۲۷
- شکل ۵-۲. مسیر حرکت ۲ گردابه درون استوانه ۱۲۸
- شکل ۵-۳. مسیر حرکت ۳ گردابه درون استوانه ۱۲۸
- شکل ۵-۴. مکان یک گردابه درون استوانه در ۳ لحظه متوالی ۱۲۹
- شکل ۵-۵. مکان دو گردابه درون استوانه در ۳ لحظه متوالی ۱۳۰
- شکل ۵-۶. مکان سه گردابه درون استوانه در ۳ لحظه متوالی ۱۳۱
- شکل ۵-۷. دستگاه LFT مورد استفاده در آزمایشات ۱۳۳
- شکل ۵-۸. خطوط شکل گرفته در قسمت انبساط برای دبی های مختلف ۱۳۴
- شکل ۵-۹. اشکال مربوط به خطوط ایجاد شده در مقطع آزمایش برای دبی های مختلف ۱۳۵
- شکل ۵-۱۰. جریان حول استوانه در اعداد رینولدز مختلف ۱۳۶
- شکل ۵-۱۱. جریان حول صفحه قرار گرفته در جریان ۱۳۶
- شکل ۵-۱۲. جریان روی یک گوشه ۱۳۷
- شکل ۵-۱۳. Von Karman street در جریان حول یک کوه ۱۳۷
- شکل ۵-۱۴. Von Karman street مشاهده شده با دستگاه LFT ۱۳۸
- شکل ۵-۱۵. جریان مافوق صوت و پدیده شوک ۱۳۹
- شکل ۵-۱۶. توزیع گردابه ها در داخل لایه مرزی در جریان با ویسکوزیته سینماتیکی $0.001 (m^2/s)$ ۱۴۱
- شکل ۵-۱۷. پروفیل سرعت در جریان با ویسکوزیته سینماتیکی $0.001 (m^2/s)$ ۱۴۲
- شکل ۵-۱۸. نمودار انرژی بر حسب زمان در جریان روی صفحه تخت ۱۴۵
- شکل ۵-۱۹. نمودار انرژی در جریان روی صفحه تخت برای یک بازه کوچک زمانی ۱۴۶
- شکل ۵-۲۰. توزیع گردابه ها در داخل استوانه (فاصله گردابه اولیه از مرکز دایره $0.2m$) ۱۴۸
- شکل ۵-۲۱. گردابه اولیه قرار داده شده در استوانه، مسیر و جهت حرکت آن ۱۴۹
- شکل ۵-۲۲. الگوی خطوط جریان در $R_f = 0.2(m)$, $v = 0.01(m^2/s)$, $dt = 0.05(s)$ ۱۵۰
- شکل ۵-۲۳. الگوی خطوط جریان در $R_f = 0.01(m)$, $v = 0.01(m^2/s)$, $dt = 0.05(s)$ ۱۵۱
- شکل ۵-۲۴. الگوی خطوط جریان در $R_f = 0.2(m)$, $dt = 0.05(s)$, $\Gamma_f = 7(m^2/s)$ ۱۵۲
- شکل ۵-۲۵. جابجایی توده های چرخشی سیال در دو گام زمانی با اختلاف زمانی $dt = 0.25(s)$ ۱۵۳
- شکل ۵-۲۶. پروفیل سرعت برای $R_f = 0.2(m)$, $\Gamma_f = 3(m^2/s)$ و $v = 0.01(m^2/s)$ ۱۵۴
- شکل ۵-۲۷. پروفیل سرعت برای $R_f = 0.01(m)$, $v = 0.01(m^2/s)$, $\Gamma_f = 0.007(m^2/s)$ ۱۵۵
- شکل ۵-۲۸. نمودار انرژی در حالت $R_f = 0.01(m)$ برای قدرت های مختلف گردابه اولیه ۱۵۷
- شکل ۵-۲۹. نمودار انرژی در حالت $R_f = 0.2(m)$ برای قدرت های مختلف گردابه اولیه ۱۵۸
- شکل ۵-۳۰. میانگین انرژی برای قدرت های مختلف گردابه اولیه در حالت $R_f = 0.01(m)$ ۱۵۹
- شکل ۵-۳۱. میانگین انرژی برای قدرت های مختلف گردابه اولیه در حالت $R_f = 0.2(m)$ ۱۵۹

- شکل ۵-۳۲. الگویی خطوط جریان در حالت $R_f = 0.01(m), \nu = 0.01(m^2/s), \Gamma_f = 50(m^2/s)$ با $dt = 0.05(m)$ ۱۶۱
- شکل ۵-۳۳. الگویی خطوط جریان در حالت $R_f = 0.01(m), \nu = 0.01(m^2/s), \Gamma_f = 50(m^2/s)$ با $dt = 0.005(m)$ ۱۶۱
- شکل ۵-۳۴. نمودار انرژی به زمان برای $R_f = 0.01(m), \nu = 0.01(m^2/s), \Gamma_f = 50(m^2/s)$ با $dt = 0.05(m)$ ۱۶۲
- شکل ۵-۳۵. نمودار انرژی به زمان برای $R_f = 0.01(m), \nu = 0.01(m^2/s), \Gamma_f = 50(m^2/s)$ با $dt = 0.005(m)$ ۱۶۲

فهرست جداول

- جدول ۱-۵. پارامترها محاسباتی به کاررفته در حل جریان ($\nu = 0.001 \text{ m}^2 / \text{s}$) ۱۴۰
- جدول ۲-۵. مشخصات ۱۰ گردابه انتخاب شده و محاسبه انرژی مربوط به آنها در گام ۵۴۳ ۱۴۴
- جدول ۳-۵. مشخصات ۱۰ گردابه انتخاب شده و محاسبه انرژی مربوط به آنها در گام ۵۴۴ ۱۴۴
- جدول ۴-۵. پارامترها محاسباتی به کاررفته در حل جریان درون استوانه ۱۴۷

فهرست علائم اختصاری

| | |
|------------|-------------------------|
| C_D | |
| C_L | |
| D | |
| D/Dt | |
| f_δ | |
| f_Δ | |
| g | |
| Gr | |
| i, j | |
| K_δ | |
| L | |
| N | |
| P | |
| r_i | i |
| r_{ij} | $j \quad i$ |
| r_{ij}^* | $i \quad j$ |
| Re | |
| t^* | |
| Δt | |
| u_p | x |
| u_{wi} | x |
| u_{wi1} | $x \quad \frac{a^2}{r}$ |
| u_{wi2} | x |
| u_s | |
| U | |
| v_i | y |

| | |
|------------------|-------------------------|
| v_r | |
| v_w | y |
| v_p | y |
| v_{wi1} | $y \quad \frac{a^2}{r}$ |
| v_{wi2} | y |
| w | |
| x, y | |
| y' | |
| z | |
| z_1 | |
| z_i | |
| σ | |
| σ | |
| Δs | |
| ϕ | |
| Γ_i | |
| Γ_{\max} | |
| η | |
| η_x, η_1 | x |
| η_y, η_2 | y |
| μ | |
| ν | |
| θ | |
| ρ | |
| τ | |
| ω | |
| ω_θ | |
| ξ_i | |
| ψ | |
| F_D | |
| F_L | |

فصل ۱

مقدمه

۱-۱. مقدمه

ورتیسیته یکی از ترم های بسیار مهم در تحلیل جریانات لزج می باشد. از مزایای ورتیسیته امکان ساده تر کردن معادلات جریان و در نتیجه حل آنها می باشد. پس از بدست آوردن میدان ورتیسیته می توان میدان سرعت را نیز محاسبه کرد. در این فصل مفاهیم مقدماتی شامل ورتیسیته، چرخش و سایر مفاهیم مربوط به گردابه ها شرح داده می شود.

۱-۲. ارتباط بین سرعت و ورتیسیته

حرکت یک سیال به وسیله یک میدان برداری $u(x, t)$ توصیف می شود. کرل سرعت ورتیسیته، $\omega(x, t)$ ، نامیده می شود [۱].

$$\omega(x, t) = \omega_i \equiv \text{curl } u = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = (\xi, \eta, \zeta) \quad (1-1)$$

$$\text{div } \omega = \frac{\partial \omega_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0 \quad (2-1)$$

ورتیسیته از اهمیت زیادی در تشریح و درک جریان سیال برخوردار است. با انتگرال گیری روی ورتیسیته می توان میدان سرعت را بدست آورد.:

برای بازگردانی u بصورت یکتا شرایطی الزامی است که عبارتند از:

(i): میدان سرعت بصورت Solenoidal است که:

$$\frac{dx}{\xi} = \frac{dy}{\eta} = \frac{dz}{\zeta} \quad (3-1)$$

این شرط در صورتی ارضا می شود که جریان سیال غیر قابل تراکم باشد که در آن:

$$\frac{D\rho}{Dt} \equiv \frac{\partial\rho}{\partial t} + u \cdot \nabla\rho = 0 \quad (۴-۱)$$

ولازم نیست که سیال هموژن ($\rho = cte$) باشد.

(ii) ناحیه اشغال شده بوسیله سیال همبند تنها است.

(iii) مؤلفه نرمال سرعت سیال، U_n ، بر کلیه سطوح مرزی داده می شود.

(iv) سرعت در بی نهایت از بین می رود وقتی که سیال نامحدود باشد.

(v) مؤلفه نرمال ورتیسیتی روی سطح S از بین می رود.

سرعت بصورت یکتا توسط مجموع مؤلفه بردار پتانسیل Solenoidal و مؤلفه اسکالر غیر چرخشی داده می شود.

$$u(x, t) = u_v(x, t) + \nabla\phi \quad (۵-۱)$$

که:

$$u_v = \int \frac{\omega(x', t) \times (x - x')}{|x - x'|} dx' = -\frac{1}{4\pi} \int \omega(x', t) \times \nabla \frac{1}{|x - x'|} dx' \quad (۶-۱)$$

$$\nabla^2\phi = 0, \quad \frac{\partial\phi}{\partial n} = U_n - u_v \cdot n \text{ on } S, \quad \phi \rightarrow 0 \text{ as } x \rightarrow \infty \quad (۷-۱)$$

u_v میدان Solenoidal است که معادله زیر را ارضا می کند.

$$\text{curl } u_v = \omega, \quad (۸-۱)$$

و $\nabla\Phi$ میدان Solenoidal و غیر چرخشی است که قابل اضافه شدن جهت ارضا یک شرط

مرزی میدان سرعت روی S می باشد. در صورتی که هیچ سطح مرزی نباشد $\Phi=0$ است.

۱-۳. ورتیسیتی و چرخش

تفسیر سینماتیکی از ورتیسیتی در آنالیز حرکت نسبی یک نقطه قابل درک است. سرعت متوسط (δu_i) مربوط به ۲ جزء سیال که توسط (δx_i) جدا شده اند بصورت زیر نوشته می شود:

$$\delta u_i = \partial u_i / \partial x_j \delta x_j + \Omega_{ij} \delta x_j \quad (9-1)$$

که

$$e_{ij} = \frac{1}{2} (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) \quad (10-1)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} (\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i) = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \omega_k \quad (11-1)$$

e_{ij} نرخ تانسور کرنش و Ω_{ij} تانسور ورتیسیتی می باشد.

$$\omega_i = \varepsilon_{ijk} \Omega_{jk} \quad (12-1)$$

دو ترم از سمت راست معادله (۹-۱) حرکت کرنشی خالص و چرخش صلب را تشکیل می دهد. در حرکت کرنشی خالص، عناصر خط منقبض و یا منبسط می شود. در چرخش صلب، عناصر خط با طول ثابت و کره بدون تغییر باقی می ماند. در هنگامی که چرخش با سرعت زاویه ای وجود داشته باشد:

$$\Omega = \frac{1}{2} \omega \quad (13-1)$$

در ناحیه ای از سیال که ورتیسیتی در آن صفر باشد، حرکت غیر چرخشی است. در یک جریان غیر چرخشی دو بعدی یک مقطع مربعی، هنگامی که در راستای جریان حمل می شود،

خواهد چرخید ، ولی یک میله و یا مقطع قطری (اریب) یا بیضی خواهد چرخید. ورتیسیتی دو برابر میانگین سرعت زاویه ای اطراف یک دایره بی نهایت کوچک خواهد بود .

$$\frac{1}{2\pi l} \oint \frac{u}{l} ds = \frac{1}{2\pi l^2} \int \omega dA \quad (14-1)$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \omega \quad \text{as } l \rightarrow 0$$

۱-۴. سیرکولاسیون

یک تابع اسکالر مهم در توصیف جریانهای چرخشی ، گردش (Γ)، حول یک منحنی بسته ساده C، که به عنوان انتگرال خطی از سرعت تعریف می گردد ، می باشد .

$$\Gamma = \oint_C u ds \quad (15-1)$$

یک منحنی در صورتی قابل کاهش است که قابل منطبق شدن بصورت پیوسته ، به یک نقطه بدون خارج شدن از سیال ، باشد .

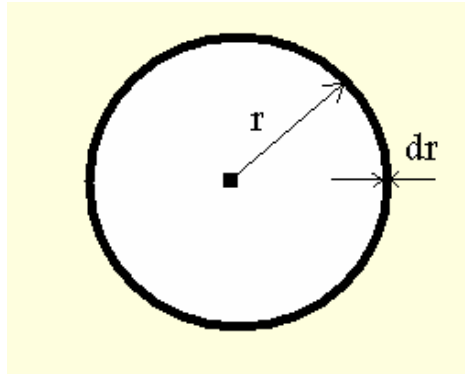
از تئوری استوکس نتیجه گرفته می شود که گردش اطراف یک منحنی قابل کاهش معادل شار ورتیسیتی عبوری از یک سطح باز A محدود شده به وسیله منحنی می باشد

$$\int_A \omega ndS = \oint_C u ds = \Gamma \quad (16-1)$$

از بین رفتن گردش برای همه منحنی های بسته دلالت بر این دارد که ورتیسیتی صفر است و جریان غیر چرخشی است . این عبارت در صورتی ، صحیح است که سیال در یک ناحیه بصورت همبند ساده باشد. گردش بخاطر اصول بقایش ، ارتباطش با نیروهای وارده بر جسم و استفاده اش در دینامیک گردابه به عنوان متغیری مهم مورد استفاده می باشد .

۵-۱. انرژی سینماتیکی یک گردابه خطی

انرژی سینماتیکی میدان سرعتی که توسط یک گردابه خطی ایجاد می شود به طریق زیر قابل محاسبه است [۲].



شکل ۱-۱. المان دایروی

برای المان جرم dm (شکل ۱-۱):

$$dE = \frac{1}{2} dm dV_{\phi}^2 \quad (17-1)$$

$$dm = \rho L dA$$

اکنون برای بدست آوردن انرژی سینماتیکی کل باید انتگرال گیری انجام شود :