دانشکده مهندسی مکانیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

حل الاستیسیته سه‌بعدی خمش ورق‌های مدرج تابعی پادهمسانگرد

محمد غلامی

استاد راهنما:

دکتر رضا اکبری آلاشتی

استاد مشاور:

دکتر مرتضی دردل

بهمن 1393

بسم الله الرحمن الرحيم

چکیده

ورق‌ها اجزاء سازه‌ای مستقیم و مسطح و دوبعدی‌ای هستند که نه‌تنها به‌عنوان اجزاء سازه‌ای استفاده می‌شوند، بلکه می‌توانند کل سازه را شکل دهند مانند پل‌های صفحه‌ای بتنی. بیشتر سازه‌های ورقی با اعمال معادلات حاکم بر تئوری الاستیسیته تحلیل می‌شوند. تحلیل تنش دقیق یک ورق به حل معادلات دیفرانسیلی الاستیسیته سه‌بعدی نیاز دارد اگرچه تئوری کلاسیک کیرشهف برای ورق‌های نازک نتایج دقیقی را بدون نیاز به تحلیل تنش سه‌بعدی به دست می‌دهد. در این پایان‌نامه به تحلیل ورق‌های مدرج تابعی پادهمسانگرد پرداخته می‌شود. مواد مدرج تابعی با تغییرات درجه‌بندی‌شده پیوسته کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده، ساخته می‌شوند که منجر به خواص ماده پیوسته مواد مدرج تابعی می‌شود که فرق اساسی بین چنین ماده‌ای و نمونه مرکب معمول آن است. تغییرات ملایم خواص درون مواد مدرج تابعی باعث کاهش تمرکز تنش و بهبود توزیع تنش پسماند در مقایسه با مواد مرکب لایه‌ای مرسوم می‌شود. امروزه مواد مدرج تابعی به‌طور گسترده در کاربردهای مهندسی مختلف مانند الکترونیک، اپتیک، بیوپزشکی و هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرند. بنابراین، تحلیل شکست و آسیب مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری‌های شدید گرمایی و مکانیکی اهمیت بسیار دارد. از دیگر مباحثی که در این پایان‌نامه به آن پرداخته می‌شود، پادهمسانگردی است. تغییر شکل بسیاری از مواد وابسته به جهت آن‌ها می‌باشد که واژه پادهمسانگردی برای توصیف چنین رفتاری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پایان‌نامه حل الاستیسیته سه‌بعدی را برای معادلات تعادل یک ماده الاستیک خطی ناهمگن پادهمسانگرد ارائه می‌کند. فرض می‌شود که ماده دارای ضریب پواسون ثابت بوده و مدول‌های یانگ و برشی با شکل تابعی یکسان و وابسته به آن مختصه که عمود بر ورق می‌باشد، بیان می‌شود. روابط الاستیسیته حاکم بر مسئله را نوشته و با بازنویسی آن‌ها بر اساس توابع جابجایی، معادلات حاکم بر مسئله به دست می‌آید. سپس با استفاده از نسخه جدیدی از روش تربیع دیفرانسیلی، معادلات به‌دست‌آمده حل می‌شود. در مقایسه با روش‌های مرسوم تفاضل محدود مرتبه پایین و المان محدود، روش تربیع دیفرانسیلی می‌تواند نتایج عددی بسیار دقیقی با استفاده از نقاط گره‌ای بسیار کم به دست آورد و بنابراین به تلاش‌های محاسباتی به نسبت کمتری نیاز دارد. بعد از حل معادلات و مشخص شدن جابجایی‌ها و تنش‌ها، به جهت معتبر سازی روش پیشنهادی، جواب به‌دست‌آمده با مدل المان محدود مقایسه می‌شود که در این راه از نرم‌افزار انسیس کمک گرفته شده است.

واژه‌های کلیدی: حل الاستیسیته سه‌بعدی، مواد مدرج تابعی، مواد پادهمسانگرد

فهرست

1 **مقدمه** 1

1-1 مقدمه 2

2-1 ورق 2

3-1 مواد مدرج تابعی 6

4-1 همسانگردی 11

5-1 روش تربیع دیفرانسیلی 13

6-1 روش المان محدود 13

7-1 نرم‌افزار انسیس 15

8-1 پژوهش‌های انجام‌گرفته در این زمینه 16

2 **به دست آوردن معادلات حاکم بر ورق** 19

1-2 مقدمه 20

2-2 تعبیر هندسی تئوری تغییر شکل کوچک 20

3-2 معادلات تعادل 25

4-2 مواد الاستیک خطی 28

5-2 جمع‌بندی معادلات میدان 30

6-2 شرایط مرزی 31

1-6-2 حالت عمومی 31

2-6-2 شرایط مرزی ورق 33

7-2 تبدیل تنش‌ها و کرنش‌ها 38

1-7-2 تبدیل مختصات 38

2-7-2 تبدیل مؤلفه‌های تنش 39

3-7-2 تبدیل مؤلفه‌های کرنش 41

4-7-2 تبدیل ضرایب ماده 43

8-2 روش تربیع دیفرانسیلی 47

1-8-2 درون‌یاب لاگرانژ 47

2-8-2 تربیع دیفرانسیلی بر پایه چندجمله‌ای 48
3-8-2 روش‌های محاسبه ضرایب وزنی مشتق مرتبه اول 48
4-8-2 محاسبه ضرایب وزنی مشتق مراتب بالاتر با استفاده از روش ضرب ماتریسی 50
5-8-2 انواع نقاط گره‌ای 52
6-8-2 تربیع دیفرانسیلی چندبعدی 53
7-8-2 نسخه جدید روش تربیع دیفرانسیلی 53
3 حل مسئله 55
1-3 مقدمه 56
2-3 معادلات حاکم بر میدان 56
3-3 شرایط مرزی 58
4-3 اعمال روش تربیع دیفرانسیلی بر معادلات حاکم بر میدان 60
5-3 اعمال روش تربیع دیفرانسیلی بر شرایط مرزی 67
4 نتایج 73
1-4 مقدمه 74
2-4 نمونه 1: ورق ارتوتروپ 74
3-4 نمونه 2: ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 86
4-4 نمونه 3: ورق ارتوتروپ دوران یافته 96
5-4 نمونه 4: ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 103
6-4 نمونه 5: ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 111
7-4 نمونه 6: ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 118
5 نتیجه‌گیری و پیشنهادها 129
1-5 مقدمه 130
2-5 نتیجه‌گیری 130
3-5 پیشنهادها 131
مراجع 132
پیوست 141

فهرست شکل‌ها

شکل 1-1 شرایط مرزی مختلف برای ورق 2
شکل 1-2 استفاده از ورق در زمینه‌های مختلف مهندسی 3
شکل 1-3 نیروهای داخلی در انواع مختلف المان‌های ورق 5
شکل 1-4 محافظ گرمایی 7
شکل 1-5 انواع میکرو ساختار 8
شکل 1-6 مقطعی از ماده مدرج تابعی Al_2O_3-304 SS 10
شکل 2-1 انواع تغییر شکل‌های المان مستطیلی 20
شکل 2-2 تغییر شکل کرنشی هندسی دوبعدی 21
شکل 2-3 نیروهای حجمی و سطحی مؤثر روی بخش دلخواهی از یک محیط پیوسته 25
شکل 2-4 انواع شرایط مرزی 32
شکل 2-5 ورق مستطیلی تحت بار عرضی 33
شکل 2-6 نیروهای خارجی و داخلی روی المان سطح میانی 34
شکل 2-7 نیروهای درون‌صفحه‌ای روی یک المان دیفرانسیلی 34
شکل 2-8 شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده 35
شکل 2-9 شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار 36
شکل 2-10 یک ماده با دستگاه‌های مختصات مادی و مسئله 38

فهرست نمودارها

نمودار 4-1 آزمون همگرایی در روش تربیع دیفرانسیلی 76
نمودار 4-2 خیز ورق ارتوتروپ 77
نمودار 4-3 جابجایی در راستای x ورق ارتوتروپ 77
نمودار 4-4 جابجایی در راستای y ورق ارتوتروپ 78
نمودار 4-5 خیز میان صفحه ورق ارتوتروپ 79
نمودار 4-6 σ_2 در میان صفحه ورق ارتوتروپ 79
نمودار 4-7 σ_3 در میان صفحه ورق ارتوتروپ 80
نمودار 4-8 σ_5 در میان صفحه ورق ارتوتروپ 80
نمودار 4-9 خیز صفحه پایینی ورق ارتوتروپ 81
نمودار 4-10 جابجایی در راستای x صفحه پایینی ورق ارتوتروپ 81
نمودار 4-11 σ_1 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ 82
نمودار 4-12 σ_2 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ 82
نمودار 4-13 خیز صفحه بالایی ورق ارتوتروپ 83
نمودار 4-14 جابجایی در راستای x صفحه بالایی ورق ارتوتروپ 84
نمودار 4-15 σ_1 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ 84
نمودار 4-16 σ_2 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ 85
نمودار 4-17 تغییرات خیز در راستای ضخامت ورق ارتوتروپ 85
نمودار 4-18 خیز میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 87
نمودار 4-19 جابجایی در راستای x میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 87
نمودار 4-20 σ_1 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 88
نمودار 4-21 σ_2 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 88
نمودار 4-22 σ_3 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 89
نمودار 4-23 σ_5 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 89
نمودار 4-24 خیز صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 90
نمودار 4-25 جابجایی در راستای x صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 91
نمودار 4-26 جابجایی در راستای y صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 91
نمودار 4-27 σ_1 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 92
نمودار 4-28 σ_2 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 92

نمودار 4-29 خیز صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 93
نمودار 4-30 جابجایی در راستای x صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 94
نمودار 4-31 جابجایی در راستای y صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 94
نمودار 4-32 σ_1 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 95
نمودار 4-33 σ_2 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی 95
نمودار 4-34 خیز میان صفحه ورق ارتوتروپ دوران یافته 96
نمودار 4-35 σ_3 در میان صفحه ورق ارتوتروپ دوران یافته 97
نمودار 4-36 σ_5 در میان صفحه ورق ارتوتروپ دوران یافته 97
نمودار 4-37 خیز صفحه پایینی ورق ارتوتروپ دوران یافته 99
نمودار 4-38 جابجایی در راستای x صفحه پایینی ورق ارتوتروپ دوران یافته 99
نمودار 4-39 σ_1 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ دوران یافته 100
نمودار 4-40 σ_2 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ دوران یافته 100
نمودار 4-41 خیز صفحه بالایی ورق ارتوتروپ دوران یافته 101
نمودار 4-42 جابجایی در راستای x صفحه بالایی ورق ارتوتروپ دوران یافته 101
نمودار 4-43 σ_1 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ دوران یافته 102
نمودار 4-44 σ_2 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ دوران یافته 102
نمودار 4-45 خیز میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 103
نمودار 4-46 جابجایی در راستای x میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 104
نمودار 4-47 σ_1 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 104
نمودار 4-48 σ_3 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 105
نمودار 4-49 σ_5 در میان صفحه ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 105
نمودار 4-50 خیز صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 107
نمودار 4-51 جابجایی در راستای x صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 107
نمودار 4-52 σ_1 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 108
نمودار 4-53 σ_2 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 108
نمودار 4-54 خیز صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 109
نمودار 4-55 جابجایی در راستای x صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 109
نمودار 4-56 σ_1 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 110
نمودار 4-57 σ_2 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ مدرج تابعی دوران یافته 110
نمودار 4-58 خیز میان صفحه ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 112

نمودار 4-59 σ_2 در میان صفحه ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 112
نمودار 4-60 σ_3 در میان صفحه ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 113
نمودار 4-61 σ_5 در میان صفحه ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 113
نمودار 4-62 خیز صفحه پایینی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 114
نمودار 4-63 جابجایی در راستای x صفحه پایینی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 114
نمودار 4-64 σ_1 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 115
نمودار 4-65 σ_2 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 115
نمودار 4-66 خیز صفحه بالایی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 116
نمودار 4-67 جابجایی در راستای x صفحه بالایی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 116
نمودار 4-68 σ_1 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 117
نمودار 4-69 σ_2 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ با دو لبه آزاد 117
نمودار 4-70 خیز ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 118
نمودار 4-71 جابجایی در راستای x ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 119
نمودار 4-72 جابجایی در راستای y ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 119
نمودار 4-73 خیز میان صفحه ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 120
نمودار 4-74 σ_1 در میان صفحه ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 121
نمودار 4-75 σ_2 در میان صفحه ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 121
نمودار 4-76 σ_3 در میان صفحه ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 122
نمودار 4-77 σ_5 در میان صفحه ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 122
نمودار 4-78 خیز صفحه پایینی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 123
نمودار 4-79 جابجایی در راستای x صفحه پایینی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 123
نمودار 4-80 σ_1 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 124
نمودار 4-81 σ_2 در صفحه پایینی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 124
نمودار 4-82 خیز صفحه بالایی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 125
نمودار 4-83 جابجایی در راستای x صفحه بالایی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 126
نمودار 4-84 جابجایی در راستای y صفحه بالایی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 126
نمودار 4-85 σ_1 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 127
نمودار 4-86 σ_2 در صفحه بالایی ورق ارتوتروپ کلفت با دو لبه آزاد 127
نمودار 4-87 تغییرات خیز در راستای ضخامت ورق ارتوتروپ کلفت 128

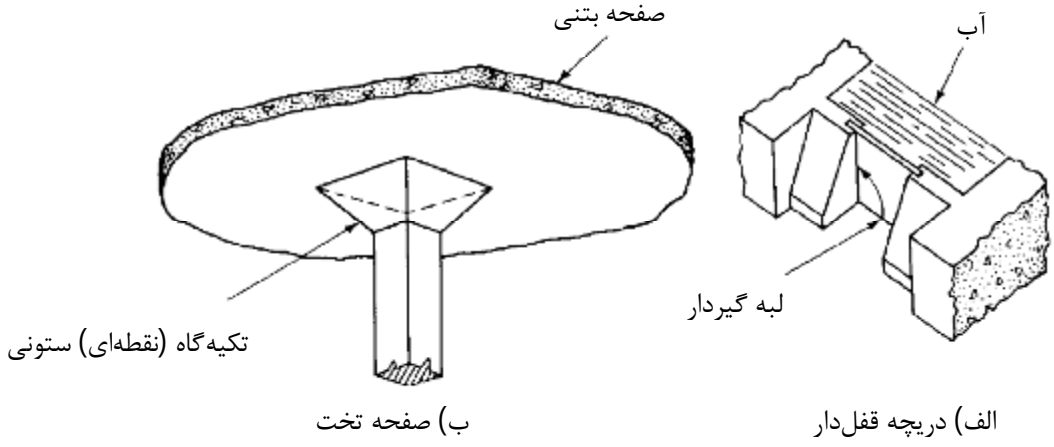
1 مقدمه

1-1 مقدمه

در این فصل ابتدا مقدمه‌ای راجع به ورق و انواع آن بیان می‌شود. سپس به مواد مدرج تابعی و تاریخچه آن اشاره می‌شود و مزایا و کاربردهای آن به‌تفصیل بیان می‌شود و در ادامه به تحقیقات انجام‌گرفته در حوزه این مواد اشاره می‌شود. در بخش بعد به همسانگردی مواد و تحقیقات انجام‌گرفته روی مواد پادهمسانگرد پرداخته می‌شود. سپس به روش تربیع دیفرانسیلی و مزایای آن اشاره می‌شود. در ادامه به روش المان محدود پرداخته شده و نرم‌افزار انسیس که مسائل را به روش المان محدود تحلیل می‌کند، معرفی می‌شود. در نهایت به تحقیقات انجام‌گرفته روی حل الاستیسیته سه‌بعدی ورق‌ها اشاره می‌شود.

2-1 ورق

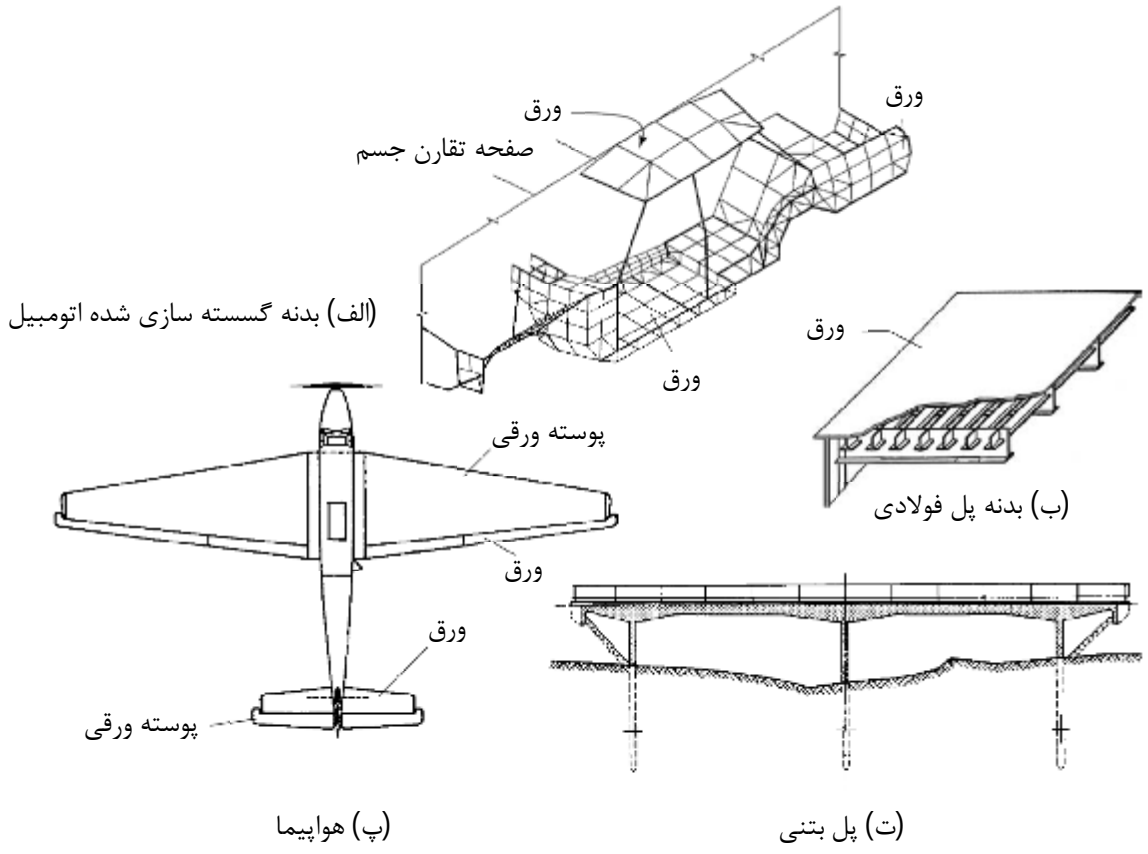
ورق‌ها اجزاء سازه‌ای مستقیم و مسطح و دوبعدی‌ای هستند که یک بعد از آن به نام ضخامت (h)، از دو بعد دیگر کوچک‌تر است. از نظر هندسی، ورق‌ها به خطوط صاف یا خمیده محدود می‌شوند (مرز ورق). مشابه همتای خود، تیرها، آن‌ها نه‌تنها به‌عنوان اجزاء سازه‌ای استفاده می‌شوند، بلکه می‌توانند کل سازه را شکل دهند مانند پل‌های صفحه‌ای بتنی. از نظر استاتیکی، ورق‌ها شرایط مرزی آزاد، تکیه‌گاه ساده، گیردار، الاستیک و یا حتی در برخی موارد تکیه‌گاه نقطه‌ای دارند (شکل 1-1). بارگذاری‌های استاتیکی و دینامیکی که عمدتاً عمود بر سطح ورق است توسط گشتاورهای پیچشی و خمشی و همچنین نیروهای برشی عرضی تحمل می‌شوند.



شکل 1-1 شرایط مرزی مختلف برای ورق [1]

تحمل نیرو در ورق‌ها همچون بسط این کار توسط تیرهاست، به همین دلیل ورق‌ها را می‌توان با شبکه کاری تیرها تقریب زد. بااین‌وجود، چنین تقریبی پیوستگی سازه را از بین می‌برد و معمولاً منجر به نتایج نادرست می‌شود مگر اینکه رفتار دوبعدی واقعی ورق، به‌درستی برای آن محاسبه شود.

ورق‌ها و سازه‌های ورقی توجه ویژه‌ای را به خود جلب نموده‌اند و کاربردهای آن‌ها در سال‌های اخیر به‌طور قابل‌توجه افزایش یافته است. تعداد زیادی از اجزاء سازه‌ای در سازه‌های مهندسی می‌توانند در زیرگروه ورق‌ها دسته‌بندی شوند که در شاخه‌های گوناگونی از علوم مهندسی مدرن همچون صنایع هوافضا، هسته‌ای، دریایی، الکترونیک، عمران و حمل‌ونقل استفاده می‌شوند. یک نمونه بارز در سازه‌های مهندسی عمران، صفحه‌های بتنی کف و پی، دیوارهای نگه‌دارنده نازک، بدنه پل‌ها و پل‌هایی با صفحه بتنی می‌باشد. همچنین استفاده از ورق‌ها در صنایع کشتی‌سازی و هوافضا گریزناپذیر است. برای مثال بال‌ها و بخش‌های بزرگی از دماغه هواپیما از پوسته‌های ورقی اندک خم‌شده با آرایشی از نوارهای سخت، تشکیل شده است. بدنه کشتی، عرشه و روبنای آن مثال‌هایی از سازه‌های ورقی سخت شده می‌باشند. همچنین در بسیاری از موارد ورق‌ها به‌عنوان بخش‌هایی از ماشین‌آلات و وسایل مکانیکی به کار گرفته می‌شوند. شکل 1-2 به‌طور شماتیک برخی از کاربردهای صنعتی ورق‌ها را نشان می‌دهد.



شکل 1-2 استفاده از ورق در زمینه‌های مختلف مهندسی

بیشتر سازه‌های ورقی با اعمال معادلات حاکم بر تئوری الاستیسیته تحلیل می‌شوند. بااین‌وجود، روش‌هایی که بر اساس تئوری الاستیسیته می‌باشند، محدودیت‌های خاصی دارند که مهم‌ترین آن‌ها عدم محاسبه دقیق ضریب اطمینان در برابر شکست می‌باشد.

در همه تحلیل‌های سازه‌ای به دلیل پیچیدگی‌های هر سازه واقعی، مهندسین مجبورند سازه را با یک مدل تحلیلی ساده‌شده که به پارامترهای مهم که بر روی پاسخ استاتیکی یا دینامیکی به بارگذاری‌ها بیشتر تأثیر می‌گذارد، مجهز شده است، جایگزین نمایند. در تحلیل ورق چنین تطبیق‌پذیری‌ای روی نکات زیر تمرکز می‌کند:

1) هندسه ورق و تکیه‌گاه‌ها
2) رفتار مواد مورداستفاده
3) نوع بارگذاری‌ها و نحوه اعمال آن‌ها

تحلیل تنش دقیق یک ورق نازک که تحت بارگذاری‌های عمود بر سطح خود قرار گرفته است، به حل معادلات دیفرانسیلی الاستیسیته سه‌بعدی نیاز دارد. بااین‌وجود، در بیشتر موارد چنین روشی دارای پیچیدگی‌هایی از نظر ریاضیات می‌باشد. هنوز در گستره وسیعی از کاربردهای مهندسی تئوری کلاسیک کیرشهف[1] برای ورق‌های نازک نتایج دقیقی را بدون نیاز به تحلیل تنش سه‌بعدی به دست می‌دهد.

در یک تحلیل الاستیک دقیق، لازم است که ورق به‌عنوان یک محیط پیوسته سه‌بعدی در نظر گرفته شود. برای تحلیل ورق، بین چهار دسته ورق مختلف با رفتار ساختاری ذاتاً متفاوت و بنابراین معادلات دیفرانسیلی حاکم متفاوت، تمایز قائل می‌شوند. می‌توان این چهار نوع ورق را بر طبق نسبت ضخامت بر طول حاکم دسته‌بندی نمود (h/L). اگرچه مرزهای بین دسته‌بندی تا حدی مبهم است، ولی می‌توان ورق‌ها را به دسته‌های اصلی زیر تقسیم نمود:

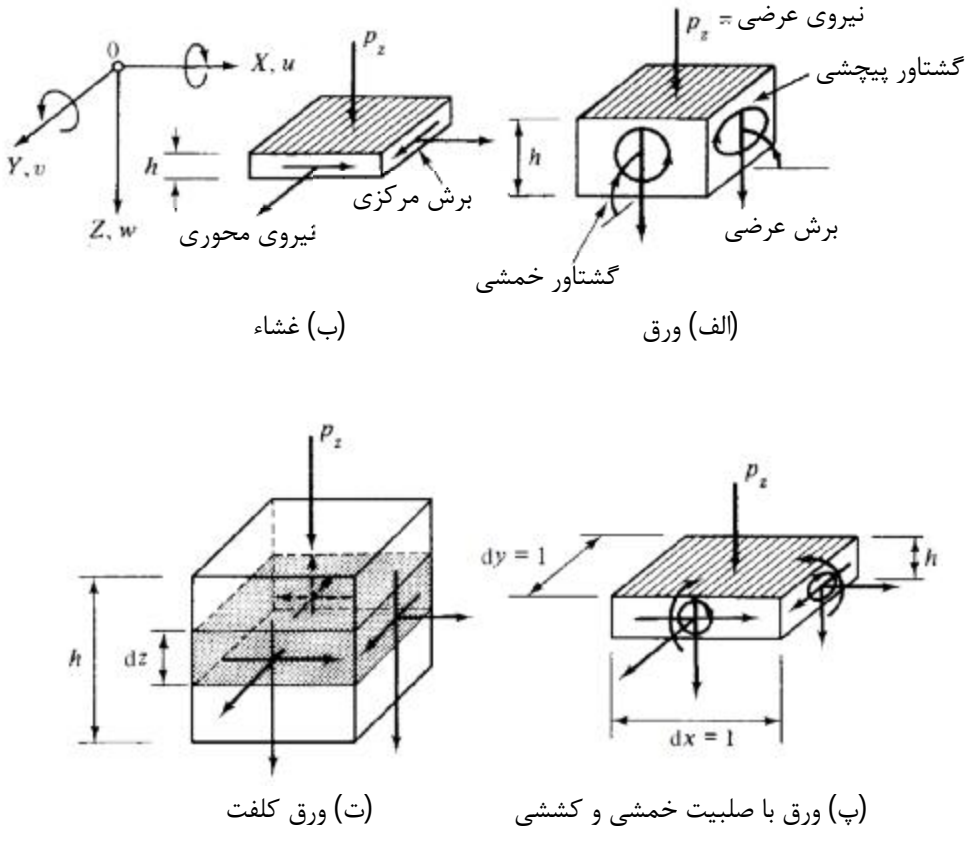
1) ورق‌های نازک $(h/L=1/50-1/10)$، ورق‌های باریکی هستند با صلبیت خمشی، بارگذاری‌ها را به‌صورت دوبعدی، اغلب توسط گشتاورهای (خمشی و پیچشی) داخلی و برش عرضی به روشی مشابه تیرها تحمل می‌کنند (شکل 1-3 (الف)). در مهندسی عملی، ورق به مفهوم ورق نازک است مگر اینکه غیر آن بیان شود.
2) غشاءها $(h/L<1/50)$، ورق‌های خیلی نازکی هستند بدون صلبیت خمشی، بارگذاری‌ها را توسط نیروهای برشی محوری و مرکزی تحمل می‌کنند (نیروی برشی عرضی عمود بر صفحه ورق عمل می‌کند درحالی‌که نیروی برشی

[1] Kirchhoff

مرکزی در صفحه ورق عمل می‌کند) (شکل 1-3 (ب))، این عمل تحمل نیرو را می‌توان توسط یک شبکه‌ای از کابل‌های تحت تنش تقریب زد. بنابراین به علت نازکی شدید از مقاومت گشتاوری آن‌ها صرف‌نظر می‌شود.

3) ورق‌های نسبتاً کلفت $(h/L=1/10-1/5)$ از جنبه‌های مختلف شبیه به ورق‌های نازک هستند با این تفاوت قابل‌توجه که اثرات نیروهای برشی عرضی روی مؤلفه‌های تنش نرمال نیز محاسبه می‌شود (شکل 1-3 (پ)).

4) ورق‌های کلفت $(h/L<1/5)$ که دارای تنش داخلی بوده و شبیه محیط‌های پیوسته سه‌بعدی می‌باشند (شکل 1-3 (ت)).



شکل 1-3 نیروهای داخلی در انواع مختلف المان‌های ورق

بااین‌وجود، یک ناحیه "خاکستری" بین ورق‌های نازک و غشاءها وجود دارد؛ یعنی اگر خیز ورق‌های نازک محدود نشود، اصطلاحاً ورق‌های انعطاف‌پذیر در دست می‌باشند که بارگذاری‌های خارجی را توسط عمل ترکیبی گشتاورهای داخلی، نیروهای برشی عرضی و مرکزی و نیروهای محوری تحمل می‌کنند (شکل 1-3 (پ))، بنابراین تئوری ورق‌های الاستیک به‌وضوح بین

ورق‌هایی که خیز کوچک و بزرگ دارند، تمایز قائل می‌شود. از ورق‌های با خیز بزرگ به دلیل مشکلات احتمالی در تحلیل آن‌ها و همچنین استفاده از آن‌ها، در بیشتر کاربردهای مهندسی عمومی اجتناب می‌شود. بااین‌وجود، به علت اینکه چنین ورق‌هایی ظرفیت تحمل بار را به‌طور قابل‌توجه افزایش می‌دهند، ناگزیر در صنایع هوافضا و زیردریایی این نقایص را نادیده می‌گیرند.

3-1 مواد مدرج تابعی[1]

بسیاری از مواد یک میکرو ساختار متغیر فضایی دارند که منجر به تغییرات فضایی خواص الاستیک می‌شود. به این مواد، مواد ناهمگن گفته می‌شود. برای مثال، در مطالعات ژئومکانیک، سنگ و خاک موادی هستند که معمولاً خواص وابسته به عمق خود دارند. تغییرات در میکرو ساختارها عموماً در مواد لانه‌زنبوری زیستی مانند چوب و استخوان یافت می‌شود، جایی که تطبیق زیستی، قوی‌ترین میکرو ساختار را در ناحیه‌هایی که بیشترین تنش را تحمل می‌کنند، توزیع کرده است.

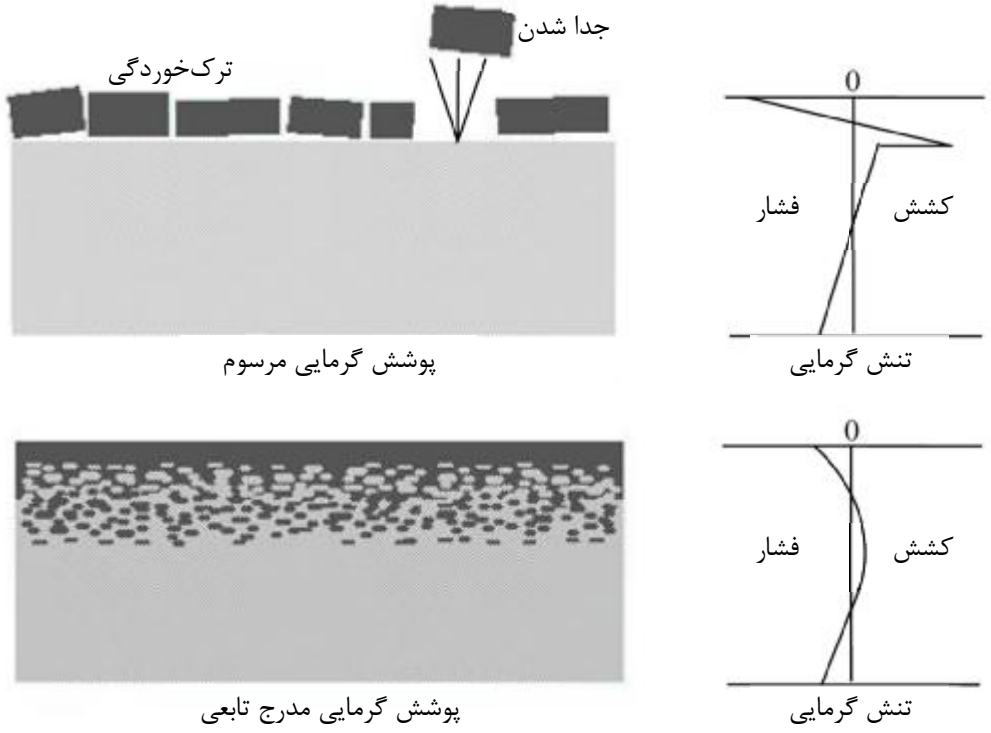
مواد مرکب، مواد ناهمگنی هستند که توسط ترکیب دو ماده یا بیشتر در یک مقیاس ماکروسکوپی شکل می‌گیرند و دارای خواص مهندسی بهتری از مواد مرسوم مانند فلز، می‌باشند. بیشتر مواد مرکب ساخته بشر از دو ماده ساخته‌شده‌اند: یک ماده تقویت‌کننده که به آن فیبر گفته می‌شود و یک ماده زمینه که به آن ماتریس گفته می‌شود [2]. سختی و استحکام مواد مرکب فیبری از فیبر می‌آید که سخت‌تر و مستحکم‌تر از همان مواد در شکل خالص است. ماتریس، فیبرها را کنار هم نگه می‌دارد و به‌عنوان ماده انتقال‌دهنده نیرو بین فیبرها عمل می‌کند و از تماس فیبرها با محیط جلوگیری می‌کند. ماتریس‌ها خواص شکل خالص خود را دارند درحالی‌که فیبرها خواص وابسته به جهت دارند.

مواد مدرج تابعی از نظر میکروسکوپی مواد مرکب ناهمگنی هستند که کسر حجمی دو ماده به‌طور ملایم و پیوسته تحت تابع پیوسته‌ای از موقعیت ماده در امتداد یک یا چند بعد از سازه تغییر می‌کند [3-5]. این تابع پیوسته نیاز اهداف تحلیلی و محاسباتی به نمایش خواص فیزیکی توسط توابع پیوسته را برطرف می‌نماید. ترکیب درجه‌بندی‌شده چنین موادی عموماً با استفاده از روش‌های ساخت پیشرفته مانند متالوژی پودر، رسوب سازی با بخار شیمیایی و ریخته‌گری گریز از مرکز و روش‌های دیگر ساخته و تنظیم می‌شود.

در ساختارهای مرکب لایه‌ای مرسوم، لایه‌های الاستیک همگن به‌منظور بهبود خواص مکانیکی و گرمایی به یکدیگر چسبانده می‌شوند. سرهم سازی به این شیوه موجب ناسازگاری‌هایی می‌شود که مهم‌ترین آن‌ها به وجود آمدن تمرکز تنش در

[1] Functionally Graded Materials (FGM)

امتداد سطوح مشترک به‌ویژه در دماهای بالا می‌باشد (شکل 1-4). این امر ممکن است منجر به لایه‌لایه شدن، ترک‌های ماتریس و سایر آسیب‌هایی که نتیجه تغییرات ناگهانی خواص مکانیکی در سطح مشترک بین لایه‌هاست، شود.

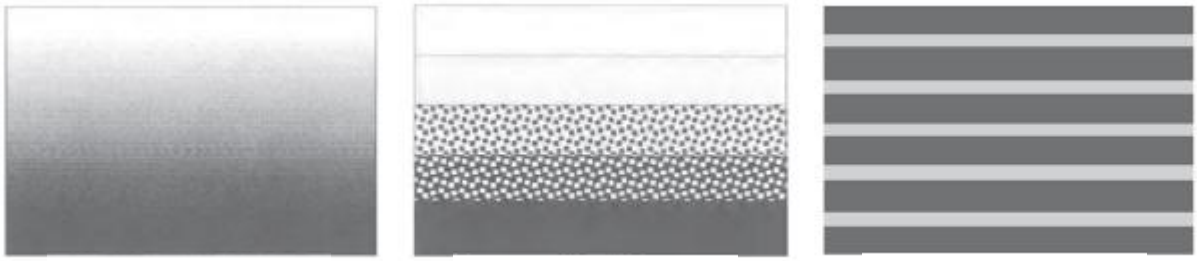


شکل 1-4 محافظ گرمایی [6]

یک راه برای غلبه بر این مشکل، استفاده از مواد مدرج تابعی که ترکیب آن‌ها به‌طور پیوسته تغییر می‌کند، می‌باشد. مفهوم مواد مدرج تابعی در سال 1984 توسط دانشمندان مواد در ژاپن[1] (در ناحیه سندای[2]) ارائه شده است [7]. مواد مدرج تابعی مواد مرکبی هستند که ترکیب آن‌ها بر طبق عملکرد خواسته‌شده تغییر می‌کند. این مواد با تغییرات درجه‌بندی‌شده پیوسته کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده، ساخته می‌شوند که منجر به خواص ماده پیوسته مواد مدرج تابعی می‌شود که فرق اساسی بین چنین ماده‌ای و نمونه مرکب معمول آن است. این تغییرات تدریجی در خواص مواد مدرج تابعی، امکان استفاده از آن‌ها در بارگذاری‌های سنگین ناگهانی را فراهم می‌کند و موجب از بین رفتن تغییر شکل پلاستیک و ترک‌ها به‌ویژه در کاربردهای با دمای بالا می‌شود. تغییرات ملایم خواص درون مواد مدرج تابعی باعث کاهش تمرکز تنش، ضریب شدت و افزایش

[1] Japan
[2] Sendai

چقرمگی شکست و بهبود توزیع تنش پسماند در مقایسه با مواد مرکب لایه‌ای مرسوم می‌شود. مواد مدرج تابعی اصولاً برای مقاومت در برابر افزایش دما و تغییرات گرمایی شدید به کار گرفته می‌شوند. رسانش گرمایی پایین، ضریب انبساط گرمایی پایین، انعطاف‌پذیری هسته و توزیع تنش ملایم، مواد مدرج تابعی را برای مقاومت کردن در برابر شوک‌های گرمایی و مکانیکی، توانا نموده است [8-9]. همچنین از تنش برشی زیادی که ممکن است در سطح مشترک بین لایه‌ها در مواد مرکب لایه‌ای اتفاق بیفتد، به دلیل تغییرات پیوسته در ترکیب اجزای تشکیل‌دهنده مواد مدرج تابعی اجتناب می‌شود.



شکل 1-5 انواع میکرو ساختار [10]

مواد مدرج تابعی اساساً از ترکیبی از سرامیک و فلز ساخته می‌شوند. کسرهای حجمی دو ماده از سطح سرامیک-غنی به سطح فلز-غنی به‌طور دلخواه تغییر می‌کند تا اینکه تنش‌های پسماندی را که موجب شکست و گسست اجزاء در طی ترکیب کردن یا فرایند کار می‌شود، کم کند [11]. به دلیل ماهیت شکننده ذاتی سرامیک‌ها، ترک‌ها ممکن است در ساخت فاز یا در طول کار گسترش یابد. سرامیک تشکیل‌دهنده ماده مقاومت دمایی بالا را به سبب رسانش گرمایی پایین فراهم می‌آورد درحالی‌که فلز شکل‌پذیر تشکیل‌دهنده ماده، از شکست توسط تنش گرمایی ایجادشده به سبب تغییرات دمایی بالا در یک دوره زمانی کوتاه، جلوگیری می‌کند. مواد مدرج تابعی سرامیک-فلز خواص خواسته‌شده فلز همچون چقرمگی بالا، استحکام مکانیکی بالا و قابلیت مقید بودن به‌علاوه مقاومت گرمایی بالا و مقاومت پوششی و خوردگی سرامیک را داراست. ساختار سرامیکی ماده، مقاومت بالاتر در برابر دما، خوردگی و اکسایش را فراهم می‌کند درحالی‌که ساختار فلزی، شکل‌پذیری و مقاومت موردنیاز در برابر شوک‌های مکانیکی را به‌عنوان یک جزء سازه‌ای فراهم می‌کند [12].

مواد مدرج تابعی ترکیب مواد برای دست یافتن به مزیت حداکثر از ناهمگنی آن‌ها را امکان‌پذیر می‌سازد [13-14]. برای مثال در پوشش‌های سد گرمایی مرسوم برای کاربردهای دمابالا، یک لایه مجزا از ماده سرامیک به ساختار فلزی چسبانده می‌شود. بااین‌وجود، تغییر ناگهانی خواص مواد در عرض سطح مشترک بین مواد متمایز می‌تواند موجب تنش بین لایه‌ای

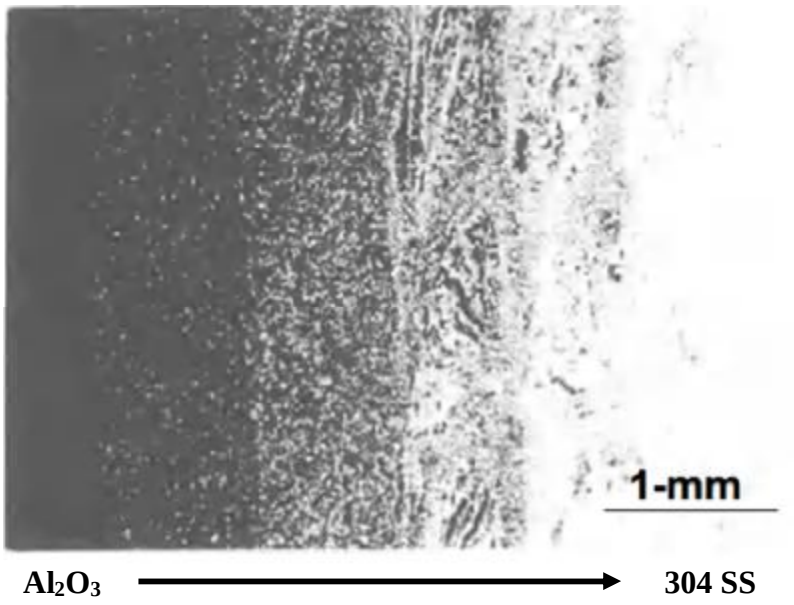
بزرگی که منجر به تغییر شکل پلاستیک یا ترک‌خوردگی شود، بشود [15]. این تأثیرات گوناگون می‌تواند توسط مواد مدرج تابعی که تغییرات فضایی ملایمی در ترکیب مواد دارند، با قرارگیری ماده سرامیک-غنی در مکانی با دمای بالا و ماده فلز-غنی در ناحیه‌ای که خواص مکانیکی مثل چقرمگی بالا نیاز است، از بین برود.

بیان این نکته مهم است که عملکرد مواد مدرج تابعی به‌تنهایی فقط تابعی از خواص اجزای تشکیل‌دهنده ماده نیست و به‌طور مستقیم به توانایی طراح در بکار بردن مواد در بهینه‌ترین شکل ممکن، مربوط است. بنابراین بهینه‌سازی توزیع مواد، یک مرحله تعیین‌کننده در طراحی اجزاء مواد مدرج تابعی می‌باشد. تحت چنین شرایطی، مزایای اعمال مواد مدرج تابعی برای طراح‌ها، توانایی سازمان دادن مواد در جهتی که رفتار ساختاری بهینه را نتیجه دهد، فراهم می‌کند [6].

همچنین مواد مدرج تابعی را می‌توان برای یک هدف خاص طراحی نمود، به‌طور مثال خیز استاتیکی از یک سطح خاص فراتر نرود، یا بارگذاری کمانشی از یک سطح از قبل تعیین‌شده کمتر نباشد یا فرکانس طبیعی از فرکانس تعیین‌شده بیشتر و یا کمتر نباشد. با مرور این مزیت‌ها، تحقیقات متعددی که در زمینه ویژگی‌های استاتیکی، کمانشی و دینامیکی ساختارهای مدرج تابعی انجام شده است، در نوشته‌های علمی چاپ شده است [16-31].

امروزه مواد مدرج تابعی به‌طور گسترده در کاربردهای مهندسی مختلف مانند الکترونیک، اپتیک، بیوپزشکی و هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرند. پاسخ‌های مکانیکی و گرمایی مواد مدرج تابعی در زمینه‌های گوناگون فناوری همچون تریبولوژی، اپتوالکترونیک، بیومکانیک، نانوتکنولوژی و فناوری دمابالا بسیار موردتوجه قرار گرفته است. مواد مدرج تابعی در تعدادی از کاربردهای صنعتی مانند پوشش‌های سد گرمایی [32]، سلول‌های سوختی اکسیدی فلزی [33]، ابزارهای برش با کارایی بالا [34] و مواد بیوپزشکی [35] مورد استفاده قرارگرفته‌اند. کاربرد موفقیت‌آمیز زودهنگام مواد مدرج تابعی به‌عنوان مواد دمابالا در رآکتورهای هسته‌ای و کارخانه‌های شیمیایی در ژاپن گزارش شده است [36]. به‌طور خاص، مواد مدرج تابعی در کاربردهایی که شرایط عملکرد در آن سخت است مانند سدهای گرمایی فضاپیماها، سازه‌های فضایی، مجراهای مبدل حرارتی، روکش‌های پلاسما برای رآکتورهای گداخت و اجزاء موتور، مخزن‌های ذخیره، لوله‌های فشار، تیغه‌ها، ایمپلنت‌های بیوپزشکی، فلایویل‌ها، روتور توربین‌ها، دنده‌ها، محافظ صوتی، اجزاء ماشین حرارتی و حتی پروتزها و پوشش‌های عمومی و پوشش‌های مقاومت در برابر خوردگی در صنایع هوافضا، خودرو، دریایی، هسته‌ای و دفاعی، مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای مثال پوسته‌های سد گرمایی یا سازه‌های لوله‌کشی که از اختلاط سرامیک و فلز تشکیل می‌شوند [37-40]. همچنین مواد مدرج تابعی برای کاربردهای مختلفی چون سد پوشش‌های گرمایی برای موتورهای سرامیکی، توربین‌های گاز، لایه‌های نازک اپتیکی و الکترونیک بیومادهها مناسب است. از مزیت مواد مدرج تابعی در زمینه‌های کاربردی متنوع بزرگی مانند ترموالاستیک و دی‌الکتریک مدرج، مواد مدرج پیزوالکتریک برای ترانسفورماتورهای فراصوتی و مواد مرکب تنگستن-مس برای اتصالات جریان

بالا و ورق‌های منحرف‌کننده استفاده شده است [41-42]. همچنین مشخصه‌های مواد مدرج تابعی در بیشتر سازه‌های یافت شده در طبیعت (مانند پوسته‌های دریایی، استخوان‌ها و غیره) ارائه شده است.



شکل 1-6 مقطعی از ماده مدرج تابعی Al_2O_3-304 SS

با در نظر گرفتن مواد مدرج تابعی در مقیاس میکرو، از این مواد می‌توان در زمینه‌های گوناگونی از مقیاس‌های میکرو بهره برد. با پیشرفت سریع فناوری استفاده از تیرها و ورق‌های مدرج تابعی در سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی[1] و نانو الکترومکانیکی[2] شروع شده است [43-49].

بنابراین، تحلیل شکست و آسیب مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری‌های شدید گرمایی و مکانیکی، برای کلیت، کارکرد و اعتبار گرمایی و مکانیکی و همچنین دوام در کاربردهای مهندسی آن‌ها اهمیت بسیار دارد. محققان مروری روی جنبه‌های گوناگون تئوری و کاربرد این مواد مانند همگن‌سازی مواد مدرج تابعی دارای ذرات ریز، موضوعات انتقال حرارت، تحلیل تنش، تحلیل پایداری، تحلیل دینامیکی و آزمایش، ساخت و طراحی و نیز شکست، انجام داده‌اند [37]. گروه دیگری از محققان روی پاسخ سیستم‌های مرکب مواد مدرج تابعی با هندسه‌های گوناگون مانند استوانه‌های توخالی، پوشش‌های روی زیرلایه و پنل‌های ساندویچی تحقیقاتی انجام داده‌اند تا معیاری را برای صحت حل‌های عددی به دست آورند و اطلاعات سودمندی راجع

[1] MicroElectroMechanical Systems (MEMS)
[2] NanoElectroMechanical Systems (NEMS)

به طراحی مواد مدرج تابعی فراهم کنند [50-53]. در دهه‌های اخیر، تحلیل پاسخ‌های مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری‌های مختلف مکانیکی و گرمایی توجه بسیاری را به خود جلب نموده است [54-56]. تعدادی از محققان حل دقیقی برای ورق مستطیلی مدرج تابعی که تحت بارگذاری‌های مکانیکی و گرمایی قرار گرفته است، ارائه کرده‌اند [54]. مطالعات اختصاصی به‌منظور یافتن استاتیک، کمانش، ارتعاش آزاد و همچنین ارتعاش اجباری تحت بارگذاری‌های ثابت و گذرا برای تیرها، ورق‌ها و پوسته‌های مدرج تابعی، به علت زمینه‌های کاربردی گسترده مواد مدرج تابعی در دهه‌های اخیر اهمیت خاصی پیدا کرده است [37,57]. مروری بر جنبه‌های مختلف مواد مدرج تابعی در پژوهشی توسط محقق ژاپنی و همکارانش دیده می‌شود [10]. همچنین مروری جدید در رابطه با رفتار دینامیکی مواد مدرج تابعی و پوسته‌های استوانه‌ای ناهمگن انجام شده است [58]. گروهی از محققان سه روش برای تبدیل ورق‌های مرکب لایه‌ای با خواص ماده پله‌ای، به یک ورق مدرج تابعی معادل با تابع خواص پیوسته در امتداد ضخامت ورق، پیشنهاد دادند [59]. چنین تبدیلی برای محاسبه جزئیات ورق مدرج تابعی معادل با نمونه لایه‌ای آن، استفاده می‌شود. همچنین یک حل دقیق برای پاسخ ترموالاستیک ورق مستطیلی مدرج تابعی تحت بارگذاری ترومکانیکی به دست آمده است [54]. اخیراً راجع به کاربرد مواد مدرج تابعی در طراحی پوشش‌های گرمایی چندلایه و نیز پنل‌های ساندویچی برای غلبه بر عدم تطابق خواص ترموالاستیک بین پوشش و زیرلایه یا بین پنل‌های سطحی و هسته تحقیقات بسیاری صورت گرفته است [60-62]. اگرچه همه سازه‌های ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی می‌توانند با استفاده از مکانیک محیط‌های پیوسته سه‌بعدی توصیف شود، اما حل دقیق تنها برای تعداد کمی از مسائل ویژه با نوع مواد، هندسه و شرایط مرزی مشخص، موجود می‌باشد [63-64]. برای یافتن حل تقریبی، اغلب از ابزارهای حل سه‌بعدی مثل انسیس و اباکوس استفاده می‌شود. بااین‌وجود، این یافته‌ها به‌شدت محاسباتی است و معمولاً در آنالیزهای جزئی به سبب ارزش محاسباتی بالای آن مورد استفاده قرار می‌گیرد.

یک ماده مدرج تابعی علاوه بر ناهمگن بودن می‌تواند ارتوتروپ نیز باشد.

4-1 همسانگردی

تغییر شکل بسیاری از مواد وابسته به جهت آن‌ها می‌باشد. به این صورت که نمونه‌های جداشده از این مواد در جهات مختلف، پاسخ تنش-کرنش متفاوتی دارند. واژه پادهمسانگردی برای توصیف چنین رفتاری مورد استفاده قرار می‌گیرد. محققان پیشین این پدیده، با پاسخ مواد پادهمسانگرد طبیعی مانند چوب و جامدات بلورین به مطالعه در این زمینه تحریک شدند. امروزه، انواع جدیدی از مواد تقویت‌شده با فیبر و ذرات که پاسخ پادهمسانگرد دارند، با استفاده از مواد مرکب مهندسی‌شده به‌طور گسترده