

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



دانشکده کشاورزی
گروه علوم دامی

پایاننامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد در گرایش ژنتیک و اصلاح نژاد دام

عنوان :

مقایسه روش‌های آماری **REML** و **Bayesian** در برآورد پارامترهای ژنتیکی
برخی صفات اقتصادی گاوهاي هلشتاين ايران

اساتید راهنمای

دکتر صادق علیجانی

دکتر نصرالله پیرانی

استاد مشاور

مهندس محمدباقر صیاد نژاد

پژوهشگر

مهندی جسوری

تَعْدِيمَةٌ

روانِ ماک شہدا

پاسکناری

سپاس خدای را به کل آن سپاسی که نزدیک ترین ملاک نبوده او، و کرامی ترین آفریدگان نزد او، و پسندیده ترین تائیشگران آستان او، وی را سوده اند. سپاس بالاتر از سپاس دیگر پاسکناران مانند برتری پروردگاران بر تمام مخلوقات، و اوراسپس و محمد در برابر تمام نعمت های او که به ما و بیندگانش که در کذب شده اند و باقی بندگانش که هستند و می آیند دارد. سپاسی به عدد تمام اشیاء که داشت اور آن احاطه دارد، سپاسی که حدش را پیمانی، و شماره آن را حسابی، و پیمان آن را نهایتی، و مدت آن را انتظاعی نباشد، سپاسی که باعث رسیدن به طاعت و نجاش او، و سبب رضاآخونودی او، و سیله آمرزش او، و راه به سوی بشت او، و پناه از انتقام او، و اینی از غصه او، و یار و مددگار بر طاعت او، و مانع از معصیت او، و چگان بر اداء حق و وظائف حضرت او باشد. سپاسی که به سبب آن درگروه نیک بختان از دوستان درآیم، و دسلک شهیدان به شمشیر و شمناش قرار گیریم، که همان حضرت او یاری دهنده و سوده است.

امام سجاد علیہ السلام، (صحیفه سجادیه)

در انجابر خود و احباب می دانم، از استاد عزیز و کرمانی کروه علوم دامی بویژه جناب آقای دکتر صادق علیجانی و جناب آقای دکتر نصرالله پیرانی که زحمت راهنمایی پایان نامه بند و را در طی این مدت قبول نموده اند، نهایت مشکر و قدردانی نمایم و به چنین از جناب آقای همندی محمد باقر صیاد نژاد که مشاورت بند و را بر عده داشته و نیز جناب آقای دکتر بیرونی که زحمت داوری این پایان نامه را کشیده اند، پاسکزاری می نمایم. از مسئولین مرکز اصلاح نژاد دام کشور و مرکز محبات و انجمن تبریز که امکان انجام این پایان نامه را فراهم آورده مشکر کرده و در آخر از تمام دوستانم که بهواره در طول تحصیل هنگاری سینمازایی باهم و اشیم نیز کمال مشکر و امتحان را دارم.

در انجاب از لازم می دانم که مشکر ویژه و جد لازم ای از استاد عزیزم جناب آقای دکتر علیجانی داشته باشم.

این پیمان نامه حاصل کار مشترک دانشگاه تبریز و مرکز اصلاح نژاد دام کشور

می باشد.

نام خانوادگی دانشجو: جسوردی شالی	نام: مهدی
عنوان پایان نامه: مقایسه روش‌های آماری Bayesian و REML در برآوردهای پارامترهای ژنتیکی برخی صفات اقتصادی گاوها در هشتاد و سه ایران	
استاد راهنمای: دکتر صادق علیجانی - دکتر نصرالله پیرانی	استاد مشاور: مهندس صادق علیجانی
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد گرایش: ژنتیک و اصلاح نژاد دام	رشته: علوم دامی
دانشگاه: تبریز	دانشکده: کشاورزی
تعداد صفحه: ۱۳۰	تاریخ فارغ التحصیلی: ۱۳۸۹/۱۱/۲۰
کلید واژه‌ها: مولفه‌های واریانس، پارامترهای ژنتیکی، حداکثر درست‌نمایی محدود شده، بیزی مبتنی بر تکنیک نمونه گیری گیبس، هشتاد و سه ایران	
چکیده:	
مولفه‌های واریانس استفاده‌های فراوانی در برنامه‌های اصلاح نژادی دارد که از آن جمله می‌توان به پیش‌بینی ارزش اصلاحی، محاسبه پیشرفت ژنتیکی، بدست آوردن پیش‌بینی‌های BLUP با استفاده از معادلات مدل مختلط، تخمین وراثت‌پذیری و همبستگی‌های فنتیپی، ژنتیکی و محیطی، درک بهتر مکانیسم ژنتیکی و تشکیل شاخص انتخاب اشاره نمود، فلانا در سالیان اخیر روش‌های آماری توسعه چشمگیری در جهت تخمین هر چه دقیق‌تر مولفه‌های واریانس داشته‌اند. هدف اصلی از این تحقیق مقایسه دو روش آماری Bayesian و REML در برآوردهای پارامترهای ژنتیکی برخی صفات مهم اقتصادی در گاوها در هشتاد و سه ایران بود، جهت نیل به این هدف از تعداد ۲۵۴۸۳۳ رکورد مربوط به سه شکم اول گاوها در هشتاد و سه ایران که طی سالیان ۱۳۷۸ تا ۱۳۸۷ توسط مرکز اصلاح نژاد دام کشور تهیه شده است استفاده گردید که در آن تعداد حیوانات شجره ۶۰۸۴۷۸ عدد بود. صفات مورد مطالعه شامل تولید شیر، مقدار و درصد چربی و مقدار و درصد پروتئین بود. در مدل تک متغیره و تکرارپذیری مورد استفاده در این تحقیق اثر سال-فصل-گله عنوان اثر ثابت، اثر سن در موقع زایش عنوان کوواریت و اثر ژنتیک افزایشی حیوانات و محیط دائمی عنوان اثر تصادفی مورد استفاده قرار گرفتند. برای برآورد مولفه‌های واریانس در روش بیزی از نرم افزارهای MTGSAM و GIBBS3F90 برای روش حداکثر درست‌نمایی محدود شده از نرم افزار AI-REMLF90 استفاده گردید. نتایج بدست آمده نشان دادند که به طور کلی روش بیزی دارای دقت برآوردهای بیشتر و نیز مقدار عددی بزرگتری می‌باشد.	

فصل اول : مقدمه

۲	۱-۱ اهمیت صنعت دام و طیور
۳	۲-۱ اهمیت غذایی شیر
۴	۳-۱ اهمیت پرورش گاو شیری نژاد هلشتاین
۴	۴-۱ تاریخچه اصلاح نژاد

فصل دوم : بررسی منابع

۷	۱-۲ صفات اقتصادی در گاوهای شیری
۷	۲-۲ مولفه‌های واریانس
۸	۳-۲ اهمیت برآورد مولفه‌های واریانس
۱۰	۴-۲ روش‌های برآورد مولفه‌های واریانس
۱۱	۱-۴-۲ روش تجزیه واریانس
۱۲	۲-۴-۲ روش‌های ماتریسی
۱۳	۳-۴-۲ روش‌های هندرسون
۱۵	۴-۴-۲ روش سوم تعمیم یافته هندرسون
۱۶	۵-۴-۲ روش برآورد نالریب درجه دوم با حداقل واریانس
۱۶	۶-۴-۲ روش چهارم هندرسون
۱۶	۷-۴-۲ روش حداکثر درست‌نمایی
۱۸	۱-۷-۴-۲ مبانی روش حداکثر درست‌نمایی
۱۹	۲-۷-۴-۲ برآورد روش حداکثر درست‌نمایی
۲۱	۸-۴-۲ روش حداکثر درست‌نمایی محدود شده
۲۲	۱-۸-۴-۲ الگوریتم بی‌نیاز از مشتق
۲۶	۲-۸-۴-۲ الگوریتم میانگین اطلاعات
۲۹	۹-۴-۲ روش بیزی
۳۳	۱-۹-۴-۲ نمونه‌گیری گیبس
۳۵	۵-۲ بهترین پیش‌بینی نالریب خطی
۳۶	۶-۲ معادلات مختلط هندرسون
۴۱	۷-۲ مدل مولد نر
۴۲	۸-۲ مدل حیوانی

۴۳	۹-۲ مدل تکرار پذیری
۴۶	۱۰-۲ استراتژی‌های محاسباتی در حل معادلات مختلط
۴۸	۱۱-۲ پارامترهای ژنتیکی
۴۸	۱-۱۱-۲ وراثت‌پذیری
۵۰	۲-۱۱-۲ تکرارپذیری
۵۱	۱۲-۲ مروری بر برآوردهای پارامترهای ژنتیکی در تحقیقات پیشین

فصل سوم : مواد و روش ها

۵۶	۱-۳ داده‌های مورد استفاده
۵۶	۲-۳ نحوه ویرایش و آماده سازی دادهها
۵۷	۱-۲-۳ فایل شجره
۵۸	۲-۲-۳ فایل دادهها
۶۰	۳-۳ مدل و تجزیه آماری برای آنالیز تک متغیره
۶۳	۴-۳ مدل و تجزیه آماری برای آنالیز تکرارپذیری
۶۶	۵-۳ دستورات لازم جهت آماده سازی داده‌ها در نرم افزارهای مختلف
۶۶	۱-۵-۳ نرم افزار FoxPro
۶۶	۱-۱-۵-۳ وارد نمودن فایل مورد نظر به نرم افزار FoxPro
۶۷	۲-۱-۵-۳ نمودن Query
۶۹	۳-۱-۵-۳ دستورات مهم در نرم افزار FoxPro
۷۱	۴-۱-۵-۳ نحوه ایجاد فایل txt. از فایل dbf
۷۲	۲-۵-۳ بانک اطلاعاتی EXCEL
۷۲	۱-۲-۵-۳ نحوه استخراج قسمتی از یک سلول یا ستون
۷۳	۲-۲-۵-۳ نحوه ادغام دو یا چند سلول یا ستون
۷۳	۳-۲-۵-۳ نحوه روند کردن
۷۴	۴-۲-۵-۳ نحوه بدست آوردن شاخص‌های توصیفی دادهها
۷۴	۵-۲-۵-۳ نحوه تشخیص داده‌های بزرگتر از داده‌های ستون دیگر
۷۵	۶-۲-۵-۳ نحوه حذف داده‌های تکراری
۷۵	۳-۵-۳ نرم افزار Pedigree

فصل چهارم : بحث و نتیجه گیری

۷۷	۱-۴ یافته‌های توصیفی صفات
----	---------------------------------

۷۷	۱-۱-۴ تولید شیر ۳۰۵ روز
۷۸	۲-۱-۴ مقدار و درصد چربی ۳۰۵ روز
۷۸	۳-۱-۴ مقدار و درصد پروتئین ۳۰۵ روز
۸۰	۲-۴ تجزیه و تحلیل تک متغیره
۸۰	۱-۲-۴ تولید شیر ۳۰۵ روز
۸۲	۲-۲-۴ مقدار چربی ۳۰۵ روز
۸۴	۳-۲-۴ درصد چربی ۳۰۵ روز
۸۵	۴-۲-۴ مقدار پروتئین ۳۰۵ روز
۸۷	۵-۲-۴ درصد پروتئین ۳۰۵ روز
۹۱	۳-۴ تجزیه و تحلیل براساس مدل تکرار پذیری
۹۱	۱-۳-۴ صفت تولید شیر
۹۳	۲-۳-۴ صفت مقدار چربی
۹۴	۳-۳-۴ صفت مقدار پروتئین
۱۱۲	۴-۳-۴ نتیجه گیری کلی
۱۱۳	۵-۳-۴ پیشنهادات
۱۱۵	فهرست منابع

فهرست جداول

صفحه

۱-۳ ساختار شجره	۵۷
۲-۳ تعداد سطوح اثر گله، سال، فصل به تفکیک دروههای مختلف شیردهی	۵۹
۳-۳ مقایسه پارامترهای نمونه‌گیری گیبس در دو صفت تولید شیر ۳۰۵ روز و معادل بلوغ	۶۳
۱-۴ شاخصهای توصیفی صفات مورد مطالعه	۷۹
۲-۴ مقادیر مولفه‌های واریانس و وراثت‌پذیری صفات مورد مطالعه به روش بیزی مبتنی بر تکنیک نمونه‌گیری گیبس	۸۹
۳-۴ مقادیر مولفه‌های واریانس و وراثت‌پذیری صفات مورد مطالعه به روش حداقل درست‌نمایی محدود شده	۹۰
۴-۴ مقادیر پارامترهای ژنتیکی صفات مورد بررسی به روش بیزی مبتنی بر تکنیک نمونه‌گیری گیبس(مدل تکرارپذیری)	۹۵
۵-۴ مقادیر پارامترهای ژنتیکی صفات مورد بررسی به روش حداقل درست‌نمایی محدود شده(مدل تکرارپذیری)	۹۵

فصل اول

مقدمہ

۱-۱ - اهمیت صنعت دام و طیور

عصر جدید با رشد روز افزون جمعیت مواجه است و به تبع این مهم نیازهای جوامع انسانی نیز بطور فرایندهای در حال افزایش است که از اساسی ترین این نیازها، نیاز به مواد غذایی است بطوری که این نیاز بیش از بیش عنوان یک پدیده بحرانزا مورد توجه دانشمندان، سیاستمداران و حتی اقشار عادی مردم قرار گرفته است، این امر در اکثر کشورهای در حال توسعه بطور ملموس قابل درک میباشد و امروزه این پدیده به عنوان یکی از اهرم‌های فشار قدرت‌های سیاسی جهان به شمار می‌آید و این وظیفه دولتمردان است که با ایجاد زیر ساخت‌های مناسب این نیازها را در سطوح مختلف جامعه جهت ایفای هر چه بهتر نقش آنها در جامعه سالم و به صورت پویا و دینامیک، تامین نموده و کشور را از خطر وابستگی و استعمار برخانند. در این راستا با توجه به محدودیت‌های موجود در توسعه زیر بناهای بخش کشاورزی باید سرمایه‌گذاری‌های لازم جهت تغییر کمی و کیفی تولید در واحد سطح انجام گیرد که یکی از راهکارهای مورد تأکید، امر پژوهش بویژه در مراکز دانشگاهی و مراکز دانش بنیان می‌باشد. از اینرو باستی با تکیه به علوم جدید و ارتقاء تکنولوژی و توجه به زیر ساخت‌ها و حمایت‌های لازم از واحدهای تولیدی و نیز در نظر گرفتن اهمیت حفظ محیط زیست اقدام به رفع این نیاز نمود.

در میان انواع مواد غذایی نیز نیاز به پروتئین حیوانی در راس نیازهاست و کمبود آن بویژه در سینین کودکی منجر به انواع عقب ماندگی‌های ذهنی و جسمی غیر قابل علاج و مادام عمر خواهد گردید، اهمیت این نیاز به حدی است که اکثر جامعه‌شناسان میزان توسعه هر کشور را با توجه به میزان سرانه مصرف پروتئین حیوانی به عنوان یکی از مهمترین مبناهای ارزیابی مورد توجه قرار می‌دهند. فائو (FAO) متوسط پروتئین حیوانی مورد نیاز هر فرد بالغ را با توجه به فعالیت‌های فکری

و جسمی عادی روزانه حدود ۲۹ گرم اعلام نموده است، از این‌رو و با توجه به جمعیت کشورمان سالانه حدود ۸۴۶۸۰۰ هزار تن خواهد بود.

با توجه به مطالب فوق اهمیت توسعه صنعت دام و طیور در کشور بیش از بیش مشخص می‌شود، در این بین یکی از مهمترین شیوه‌های افزایش پروتئین حیوانی بالا بردن پتانسیل ژنتیکی حیوانات از طریق اصلاح نژاد می‌باشد و هدف این است که با استفاده از کلیه پیشرفتهای علمی موجود در زمینه‌های بیولوژی، آمار ریاضی، بیوانفورماتیک، فیزیولوژی، تغذیه، صنایع الکترونیک و سایر علوم مرتبط موجبات افزایش بازدهی اقتصادی واحدهای تولیدی فراهم شود.

۲-۱- اهمیت غذایی شیر

شیر بعنوان بهترین غذای طبیعی شناخته و نیز یگانه منبع غذایی نوزاد پستانداران محسوب می‌شود. شیر بعلت داشتن دو جزء اساسی خود یعنی پروتئین و کلسیم در تغذیه انسان جایگاه ویژه‌ای دارد. پروتئین شیر حاوی اکثر اسیدهای آمینه و اسیدهای چرب ضروری می‌باشد که ترکیب آنها سایر مواد غذایی کمتر یافت می‌شود، مضارفا اینکه پروتئین شیر به سهولت قابل هضم و جذب است. کلسیم نقش اساسی در شکل گیری استخوان و سلامت دندان دارد و میزان کلسیم بدن را نیز کاهش می‌دهد. فسفر که برای بسیاری از واکنش‌های بدن و فعال نمودن اکثر آنزیمهای ضروری است در میان املاح شیر حضور دارد و سدیم و پتاسیم که در تنظیم اسیدی و بازی بودن سلولها نقش ایفا می‌کنند، با نوشیدن شیر دریافت می‌شوند. شیر بهبود علایم قاعده‌گی که با نام سندروم بیش از قاعده‌گی معروف است نقش بسزایی دارد بطور خلاصه علاوه بر موارد فوق نوشیدن شیر خطر ابتلاء به بیماریهای قلبی عروقی، دیابت نوع دوم و انواع سرطان را نیز کاهش می‌دهد (کرمانی، ۱۳۸۸).

۱-۳- اهمیت پرورش گاو شیری نژاد هلشتاین

با توجه به موارد فوق الذکر، گاو شیری نقش اساسی در تامین پروتئین مورد نیاز جامعه خواهد داشت، از لحاظ اقتصادی نیز صنعت پرورش گاو شیری بزرگترین جزء تشکیل دهنده پرورش حیوانات در سطح جهان محسوب می‌شود بطوریکه ۹۱ درصد از کل شیر تولیدی جهان را به خود اختصاص می‌دهد. در قرآن کریم، تورات و انجیل مرتبا از گاو و شیر یاد شده است بطوریکه بزرگترین سوره قرآن مجید بنام این حیوان بوده و چهل بار در تورات به گاو اشاره شده است. گاوهای شیری را می‌توان به مثابه ماشین‌های مبدل نیتروژن و پروتئین‌های کم ارزش به پروتئین‌های حیوانی دانست، در این بین نژاد هلشتاین فرزین که امروزه به هلشتاین معروف است با توجه به قدرت سازگاری در اکثر نقاط جهان و میزان تولید بالا به عنوان نژاد غالب در اکثر کشورها از جمله ایران مطرح می‌باشد (ادریس و وطنخواه، ۱۳۷۷).

۱-۴- تاریخچه اصلاح نژاد

ژنتیک حیوانی اصول وراثت در حیوانات را مطالعه می‌کند و اصلاح دام کاربرد اصول و مبانی ژنتیک حیوانی به منظور ایجاد بهبودی در حیوانات است. مطالعه و کاربرد ژنتیک حیوانی در سه گرایش عمده مندلی، کیفی و کمی مطرح می‌شود، اخیراً ژنتیک مولکولی نیز به این گرایش‌ها اضافه شده است (شجاع، ۱۳۸۷). قوانین وراثت برای اولین بار توسط کشیش اتریشی یعنی گریگور مندل در سال ۱۸۶۵ در نتیجه آزمایشات وی روی گیاه نخود فرنگی بدست آمد، ویلیام باتسون انگلیسی در سال ۱۹۰۱ اولین کسی بود که قوانین مندل را روی حیوانات (جوچه‌ها) پیاده کرد. ژنتیک کمی از مشکل‌ترین گرایش‌های ژنتیک می‌باشد زیرا از یک سو ژن‌های زیادی و با اثرات جزئی روی صفات کمی موثرند و از سوی دیگر محیط نیز در عملکرد فنوتیپی این صفات اثر گذار می‌باشند.

تاریخچه اصلاح نژاد همزمان با اهلی شدن حیوانات می‌باشد و از نظر علمی پیشگامان اولیه در این رشته آرای فیشر از انگلیس و سول رایت از آمریکا هستند که اختلافات علمی بین طرفداران مندل و صاحب نظران انگلیسی بیومتری یعنی فرانسیس گالتون و بعدها کارل پیرسن را به هم ارتباط دادند. تاریخچه اصلاح نژاد نشان می‌دهد که اصول علمی مربوط به بیومتری سالها و حتی هزاران سال قبل از مندل و گالتون به طور موفقیت آمیزی در تغییر عملکرد حیوانات به نحو مطلوب مورد استفاده قرار گرفته است. داده‌های صحیح عملکردی و ثبت مطمئن شجره دو عامل کلیدی برای به ثمر رساندن طرح‌های اصلاح ژنتیکی می‌باشند. رابت بیک ول انگلیسی در قرن هیجدهم پدر علم اصلاح نژاد، اقدامات موثری مشتمل بر دو اصل فوق و در نتیجه انجام صحیح دو ابزار اصلاح نژاد یعنی انتخاب و تلاقی و در نهایت پیشرفت ژنتیکی گله خود را طی نسل‌ها انجام داد.

جي لاش از دانشگاه ايالتى آيowa پدر اصلاح نژاد مدرن، نظریه هر فرد همیشه همانند خود را تولید نمی کند را ارائه نمود. با کاربرد فرضیه‌های رایت، لاش در دهه ۱۹۳۰ روش‌های جدید تخمین شایستگی ژنتیکی برای اهداف اصلاح نژادی را که همان ارزش‌های اصلاحی است را پایه گذاری نمود. بدنبال لاش، هندرسون از دانشگاه کرنل و آلن روبرتسون از دانشگاه ادینبورگ در اوایل سالهای ۱۹۵۰ ارزش‌های ارزیابی کامپیوتری گاو‌های نر شیری را توسعه دادند (شجاع و پیرانی، ۱۳۸۳). امروزه با ظهور روش‌های مولکولی اصلاح نژاد با سرعت خیره کننده‌ای در حال رشد می‌باشد (پیرانی، ۱۳۸۷).

فصل دوم

بررسی منابع

۱-۲- صفات اقتصادی در گاوهای شیری

اکثر صفات اقتصادی در گاوهای شیری جزء صفات چند ژنی محسوب میشوند، این صفات تحت تاثیر تعداد زیادی ژن با اثر جزئی قرار می‌گیرند که تفرق آنها آزادانه صورت می‌گیرد (پیوستگی ندارند)، این نوع صفات تحت تاثیر محیط قرار می‌گیرند که همراه با اثرات متقابل و تجمعی بین آنها سبب تظاهر فنتیپی آنها به صورت کمی یا پیوسته می‌شوند که در صورت عدم انتخاب دارای توزیع نرمال می‌شوند. اکثر صفات چند ژنی (نه همه آنها) بصورت کمی هستند و چون تعیین ژنتیپ واقعی یک فرد برای صفت چند ژنی فراتر از یک مساله است، باید اثر خالص تک تک ژن‌های موثر بر صفت بررسی شود به عبارت دیگر باستی عملکرد حیوان، ارزش اصلاحی و ارزش ژنتیکی همبسته برای صفت بررسی شود بنابراین برای این مطالعه این صفات نیازمند استفاده از مفاهیم آماری همانند وراثت پذیری و دقت هستیم. البته لازم به توضیح است که دسته‌ای از صفات نظری سخت‌زایی وجود دارند که جزء صفات اقتصادی هستند ولی در دسته صفات آستانه‌ای^۱ قرار می‌گیرند، اینها صفات چند ژنی ولی با فنتیپ قابل طبقه‌بندی می‌باشند. در حقیقت مطالب فوق بیان کننده تئوری پلی ژنی یا همان توارث ژنگاه‌های نامحدود با اثر جزئی^۲ می‌باشند که توسط فیشر ارائه گردید و علم اصلاح نژاد بر اساس مفاهیم این تئوری پایه گذاری شده است و علیرغم تمام کاستی‌های این تئوری پیشرفت‌های ژنتیکی صورت گرفته در ادور گذشته مديون این تئوری می‌باشد (علیجانی، ۱۳۸۸).

^۱-Threshold traits

^۲ -Infitesimal model

۲-۲- مولفه های واریانس

متوسط تغییرات رکوردها نسبت به میانگین آنها را واریانس می‌نامند. هدف این است که واریانس یک صفت خاص از رکوردها یا مشاهدات محاسبه شود، وقتی واریانس تعداد n رکورد(بردار y) محاسبه می‌شود در آن صورت برآورد کننده واریانس برابر است با :

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (1-1)$$

اگر یک مدل برای یکسری از مشاهدات به صورت $Y = \mu + e$ باشد در آن صورت برآورد کننده μ برابر با متوسط y یعنی \bar{y} است. عبارت $(\bar{y} - y)$ ، انحرافات تصادفی ناشی از اشتباه (e) می‌باشد در این حالت واریانس y برابر با تنها جزء تصادفی موجود در مدل یعنی واریانس اشتباه است، بنابراین $Var(y) = Var(e)$

در صورت کسر معادله فوق برآورد کننده واریانس یعنی $Var(e)$ ، حاوی مجموع مربعاتی است که مربوط به اثرات اشتباه می‌باشد، اميد ریاضی یا مقدار قابل انتظار مجموع مربعات برابر با حاصل ضرب یک ضریب در مولفه واریانس است. بدین ترتیب واریانس برابر با میانگین مجدول انحرافات از میانگین مربوط به یک اثر می‌باشد. در حالاتی که بیش از یک اثر تصادفی در مدل موجود باشد تعداد مولفه‌های واریانس قابل برآورد بیشتر است بدین منظور لازم است که در مرحله اول میزان تاثیر یا مشارکت هر اثر تصادفی در واریانس کل را مشخص نمود و سپس مجموع مربعات برای هر یک از آنها را محاسبه نمود.