

دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک گرایش لیزر

تولید هماهنگ دوم در برهم‌کنش‌های لیزر - پلاسما با اعمال میدان  
مغناطیسی دوره‌ای

استاد راهنما:

دکتر حسن رنجبر عسکری

پژوهشگر:

زهرا آذیش

مهر ماه ۱۳۸۸

نام و نام خانوادگی: زهره آرایش

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد

رشته و گرایش: فیزیک لیزر

دانشکده: علوم پایه

استاد راهنما: دکتر حسن رنجبرعسکری

تاریخ دفاع: ۸۸/۷/۲۹

### چکیده

در یک پلاسمای همسانگرد، تنها می‌توان هماهنگ‌های فرد را تولید نمود. لذا در این پایان‌نامه، با اعمال یک میدان مغناطیسی شرایط ایجاد هماهنگ‌های زوج را نیز فراهم نمودیم. هم‌چنین با استفاده از ایده‌ی بلورهای فوتونی، از یک میدان مغناطیسی زمینه‌ی دوره‌ای استفاده کردیم که این دوره‌ای بودن سبب می‌شود که هم شرط انطباق فاز را برای هماهنگ دوم ایجاد نماید و هم سبب تولید هماهنگ‌های دوم با طول‌موج‌های مختلف درون پلاسما شود. منابع تولید امواج الکترومغناطیسی در فرآیندهای غیرخطی بستگی به نوع محیط دارد که این منابع، در محیط‌های دی‌الکتریک، مشتق دوم زمانی بردار قطبش الکتریکی و در پلاسما که یک محیط رسانا است، مشتق اول زمانی بردار چگالی جریان الکتریکی است. واکنش دی‌الکتریک به میدان الکتریکی با تانسورهای پذیرفتاری و در محیط رسانا با تانسورهای هدایت الکتریکی مشخص می‌شود. هم‌چنین در این پایان‌نامه، مؤلفه‌های تانسورهای غیرخطی مرتبه‌ی دوم و سوم هدایت الکتریکی را در فرآیند تولید هارمونیک دوم در یک پلاسمای سرد مغناطیسی به‌دست می‌آوریم.

## فصل اول مقدمه

۱- مقدمه..... ۲

## فصل دوم مقدمه‌ای بر فیزیک پلاسما

۱-۲- تاریخچه‌ی پلاسما..... ۵

۲-۲- پلاسما چیست؟..... ۶

۳-۲- انواع پلاسما..... ۷

۱-۳-۲- پلاسماهای نجومی..... ۷

۲-۳-۲- پلاسماهای آزمایشگاهی..... ۷

۴-۲- خصوصیات محیط پلاسما..... ۸

۵-۲- کاربردهای پلاسما..... ۱۰

۱-۵-۲- تخلیه‌ی گازی..... ۱۰

۲-۵-۲- همجوشی گرما هسته‌ای کنترل شده..... ۱۱

۳-۵-۲- فیزیک فضا..... ۱۱

۶-۲- پلاسماهای غیرمغناطیسی..... ۱۱

۷-۲- پلاسماهای مغناطیسی..... ۱۲

۸-۲- رفتار دینامیکی پلاسما..... ۱۲

۹-۲- معادلات انتقال ماکروسکوپی..... ۱۳

۱-۹-۲- معادله‌ی انتقال جرم..... ۱۴

۲-۹-۲- معادله‌ی انتقال تکانه..... ۱۵

۳-۹-۲- تابع انتقال انرژی..... ۱۶

۱۰-۲- تقریب پلاسماهای سرد..... ۱۷

## فصل سوم اپتیک غیرخطی

۱-۳- مقدمه..... ۱۹

۲-۳- اپتیک غیر خطی..... ۲۰

- ۲۰-۳-۳ قطبش.....
- ۲۳-۴-۳ تقارن‌های موجود در محیط دی‌الکتریک.....
- ۲۳-۱-۴-۳ تقارن میدان‌های حقیقی.....
- ۲۳-۲-۴-۳ تقارن جایگشت ذاتی.....
- ۲۴-۳-۴-۳ تقارن جایگشت کامل.....
- ۲۴-۴-۴-۳ تقارن کلایمن.....
- ۲۵-۵-۳ معادلات ماکسول در اپتیک غیرخطی.....
- ۲۶-۶-۳ تولید هماهنگ دوم و شرط انطباق فاز.....

### فصل چهارم بررسی شرط انطباق فاز در تولید هماهنگ دوم توسط میدان مغناطیسی دوره‌ای

- ۳۱-۱-۴ مقدمه.....
- ۳۲-۲-۴ معادلات حاکم بر محیط پلاسما.....
- ۳۳-۳-۴ پلاسما با میدان مغناطیسی دوره‌ای زمینه.....
- ۳۴-۴-۴ میدان الکتریکی امواج با فرکانس لیزر.....
- ۳۴-۱-۴-۴ محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی دوره‌ای با فرکانس لیزر اختلال صفرم.....
- ۳۶-۲-۴-۴ محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی دوره‌ای با فرکانس لیزر اختلال اول.....
- ۴۰-۵-۴ میدان الکتریکی هماهنگ دوم.....
- ۴۰-۱-۵-۴ محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی دوره‌ای هماهنگ دوم با اختلال صفرم.....
- ۴۲-۲-۵-۴ محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی دوره‌ای هماهنگ دوم با اختلال اول.....
- ۴۶-۳-۵-۴ محاسبات عددی هماهنگ دوم.....
- ۵۰-۶-۴ نتیجه‌گیری.....

### فصل پنجم محاسبه‌ی تانسورهای هدایت الکتریکی

- ۵۳-۱-۵ مقدمه.....
- ۵۳-۲-۵ معادلات حاکم بر محیط پلاسما.....
- ۵۹-۳-۵ پلاسما با میدان مغناطیسی زمینه‌ی ویگلر.....
- ۶۰-۴-۵ محاسبه‌ی مؤلفه‌های تانسور مرتبه‌ی دوم هدایت الکتریکی.....
- ۶۱-۱-۴-۵ محاسبه‌ی مؤلفه‌های تانسور مرتبه‌ی دوم هدایت الکتریکی اختلال صفرم.....
- ۶۲-۲-۴-۵ محاسبه‌ی مؤلفه‌های تانسور مرتبه‌ی دوم هدایت الکتریکی اختلال اول.....

۵-۵- محاسبه‌ی مؤلفه‌های تانسور مرتبه‌ی سوم هدایت الکتریکی.....۶۵

۵-۵-۱- محاسبه‌ی مؤلفه‌های تانسور مرتبه‌ی سوم هدایت الکتریکی اختلال صفرم.....۶۶

۵-۵-۲- محاسبه‌ی مؤلفه‌های تانسور مرتبه‌ی سوم هدایت الکتریکی اختلال اول.....۶۹

۵-۶- نتیجه‌گیری.....۷۴

### فصل ششم

۶-۱- نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....۷۸

منابع.....۸۰

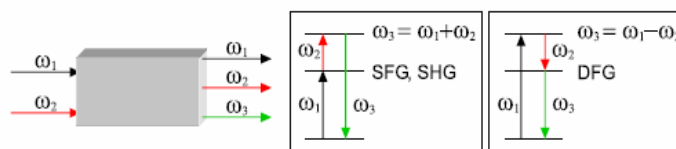
## فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) - توصیف طرح مانندی از برهم‌کنش‌ها در فرآیندهای غیرخطی مرتبه‌ی دوم..... ۲
- شکل (۱-۲) - نحوه‌ی تبدیل چهار حالت ماده به یکدیگر..... ۶
- شکل (۱-۴) - نمودار  $|A_2^0/A_0|$  از چپ به ترتیب به‌ازای زمان‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ فمتوثانیه..... ۴۷
- شکل (۲-۴) - نمودار  $|A_{21}^1/A_0|$  برای میدان مغناطیسی حالت اول از چپ به ترتیب به‌ازای زمان‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ فمتوثانیه..... ۴۷
- شکل (۳-۴) - نمودار  $|A_{21}^1/A_0|$  برای میدان مغناطیسی حالت دوم از چپ به ترتیب به‌ازای زمان‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ فمتوثانیه..... ۴۸
- شکل (۴-۴) - نمودار  $|A_{2n}^1/A_0|$  برای میدان مغناطیسی حالت اول در مرکز به‌ازای  $n = 0$  و در سمت راست نمودار به‌ترتیب به‌ازای  $n = 3, 5, 7, 9, 11, 13$  و در سمت چپ تصویر برای  $n = -1, -3, -5, -7, -9, -11$ ..... ۴۹
- شکل (۵-۴) - نمودار  $|A_{2n}^1/A_0|$  برای میدان مغناطیسی حالت دوم در مرکز به‌ازای  $n = 0$  و در سمت راست نمودار به‌ترتیب به‌ازای  $n = 3, 5, 7, 9, 11, 13$  و در سمت چپ تصویر برای  $n = -1, -3, -5, -7, -9, -11$ ..... ۴۹
- شکل (۱-۵) - نحوه‌ی برخورد باریکه‌ی لیزر با پلاسما را نشان می‌دهد..... ۶۰

## فصل اول

### مقدمه

تولید هم‌هنگ دوم به‌عنوان اولین پدیده‌ی اپتیک غیرخطی توسط فرانکن<sup>۱</sup> و همکارانش (۱۹۶۱) شناخته شده است [۱]. در این فرآیند پرتویی با فرکانس  $\omega$  وارد محیط می‌شود و در اثر برهم‌کنش ماده با میدان، پرتویی در هم‌هنگ دوم با فرکانس  $2\omega$  تابش می‌شود. مدتی بعد، فرآیند جمع فرکانسی در سال ۱۹۶۲ مطرح شد [۲]. در این فرآیند دو موج با فرکانس‌های مجزای  $\omega_1$  و  $\omega_2$  وارد محیط می‌شوند و در اثر برهم‌کنش ماده با میدان، پرتویی با فرکانس  $\omega_1 + \omega_2$  تابش می‌شود. فرآیند تولید تفاضل فرکانسی در سال ۱۹۶۳ مطرح شد [۳ و ۴]. در این فرآیند انرژی فوتون ورودی کاهش می‌یابد و در اثر برهم‌کنش ماده با میدان، پرتویی با فرکانس  $\omega_1 - \omega_2$  تابش می‌شود. به‌طوری‌که فرآیندهای بالا در شکل (۱-۱) نشان داده شده است [۵].



شکل (۱-۱): توصیف طرح ماندی از برهم‌کنش‌ها در فرآیندهای غیرخطی مرتبه‌ی دوم.

<sup>1</sup> Franken et al

آگراوا و همکارانش<sup>۱</sup>، تولید هماهنگ دوم تشدید را با امواج میلیمتری در موجبر پر شده از پلاسما در حضور میدان مغناطیسی ویگلر مارپیچی مطالعه کردند [۶].

ویسمن و همکارانش<sup>۲</sup>، تولید هماهنگ دوم را در موجبرهای قطعه‌ای متناوب منطبق شبه فاز تشدید-براگ مطالعه نمودند [۷].

سینگ و همکارانش<sup>۳</sup>، یک چگالی موج‌دار را در پلاسما نشان دادند که می‌تواند به‌طور مناسب در تولید هماهنگ دوم تشدید به کار گرفته شود و بهره‌ی فرآیند به زاویه‌ی بین چگالی موج‌دار و لیزر فرودی و انرژی باریکه بستگی دارد. چگالی موج‌دار، تکانه اضافی مورد نیاز در هماهنگ دوم را برای انطباق فاز فراهم می‌کند [۸].

سینگ و همکارانش، هم‌چنین نشان دادند هنگامی که لیزر توان بالای قطبش -p به‌طور مایل روی پلاسما‌ی فروچگال فرود آید، تولید هماهنگ دوم و سوم را متحمل می‌شود و شدت این هماهنگ‌ها متناسب با جذر جریان است. هم‌چنین نشان دادند که اگر یک لیزر شدت بالا به‌طور مایل بر روی فصل مشترک پلاسما-خلاء فرود آید، تابش هماهنگ دوم در مؤلفه‌های بازتابی از مرز پلاسما تولید می‌شوند و بهره‌ی تولید هماهنگ دوم با افزایش زاویه‌ی خروجی افزایش می‌یابد و زاویه‌ی بحرانی فرودی و بهره به چگالی الکترون‌ها بستگی دارد [۹ و ۱۰].

نیکتا و شارما<sup>۴</sup>، نیز پی‌بردند که میدان ویگلر نقش دینامیکی را در تولید جریان هماهنگ عرضی و نقش سینماتیکی در برقراری انطباق فاز ایفا می‌کند [۱۱ و ۱۲].

در فصل دوم شرح مختصری در مورد پلاسما، ویژگی‌های پلاسما و کاربردهای آن داده شده‌است. در این فصل هم‌چنین با استفاده از تابع توزیع بولتزمن، توابع انتقال جرم، تکانه و انرژی را به‌دست می‌آوریم. در فصل سوم ابتدا اپتیک غیرخطی را توصیف می‌کنیم، سپس شکل کلی برهم‌کنش نور با ماده را توضیح می‌دهیم. در این فصل تقارن‌های موجود در محیط دی‌الکتریک را بیان می‌کنیم. سپس با استفاده از معادلات ماکسول، معادله‌ی کلی موج را به‌دست می‌آوریم. هم‌چنین نحوه‌ی تولید هماهنگ دوم و شرایط ایجاد انطباق فاز را توضیح می‌دهیم.

در فصل چهارم با اعمال میدان مغناطیسی زمینه‌ی دوره‌ای شرایط تولید هماهنگ دوم را فراهم می‌کنیم. سپس با استفاده از معادلات انتقال جرم، تکانه و معادلات ماکسول، معادله‌ی موج پالس ایجاد شده در فرآیند تولید هماهنگ دوم را مورد بررسی قرار دادیم. در این فصل هم‌چنین شرایط ایجاد انطباق فاز را برای حالتی که میدان مغناطیسی زمینه‌ی دوره‌ای اعمال می‌شود، بررسی می‌کنیم.

در فصل پنجم با اعمال میدان مغناطیسی زمینه‌ی ویگلر، شرایط تولید هماهنگ دوم را فراهم می‌کنیم و معادله‌ی موج پالس ایجاد شده در فرآیند تولید هماهنگ دوم را بررسی می‌کنیم. سپس با استفاده از تعریف چگالی جریان الکتریکی برای پلاسما‌ی الکترونی، تانسورهای هدایت الکتریکی مرتبه‌ی دوم و سوم را به‌دست می‌آوریم.

<sup>1</sup> Agrawal et al

<sup>2</sup> Weissman et al

<sup>3</sup> Singh et al

<sup>4</sup> Nitikant and Sharma



## فصل دوم

### مقدمه‌ای بر فیزیک پلاسما

#### ۱-۲ تاریخچه‌ی پلاسما

در اواسط قرن نوزدهم، دانشمند فیزیولوژی اهل چکوسلواکی جوهانس پارکینج<sup>۱</sup> (۱۷۸۷-۱۸۶۹) استفاده از واژه‌ی یونانی پلاسما (به معنی قالب شده یا به شکل درآورده شده) را برای مشخص کردن سیال شفافی که بعد از تفکیک همه‌ی اجزای ماده در خون باقی می‌ماند، مطرح کرد. نیم قرن بعد، در سال ۱۹۲۷، شیمیدان آمریکایی برنده جایزه‌ی نوبل، ایروینگ لانگمویر<sup>۲</sup>، اولین بار از این عبارت در توصیف یک گاز یونیزه شده استفاده کرد. لانگمویر با برداشت از پلاسمای خون که گلبول‌های قرمز و سفید را حمل می‌کند، حرکت الکترون‌ها و یون‌ها را در مسیر سیال الکتریکی مطرح نمودند. در این فرآیند لانگمویر تئوری پوشش‌های پلاسمایی را ارائه داد، لایه‌های مرزی که بین پلاسمای یونیزه شده و سطح جامد ایجاد می‌شود. ایشان هم‌چنین به این مسئله که ناحیه‌ی مشخصی از لوله تخلیه‌ی پلاسما تغییرات متناوبی از چگالی الکترون‌ها را نشان می‌دهد، پی‌بردند که امروزه به نام امواج لانگمویر شناخته می‌شوند. این منشأ پیدایش فیزیک پلاسما بود [۱۳].

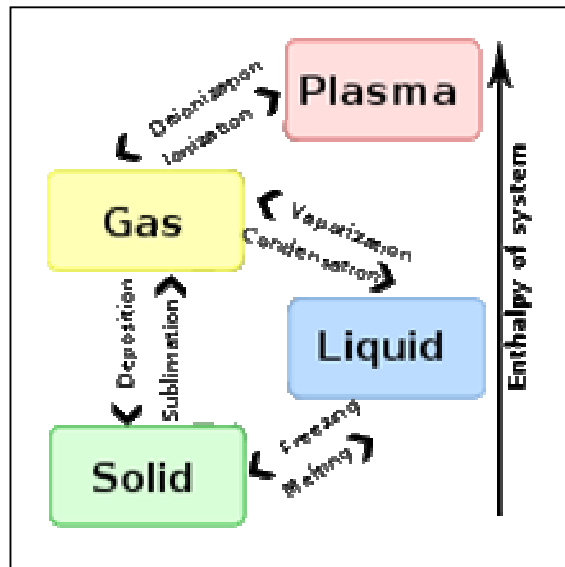
---

<sup>۱</sup> Johannes. Purkinje

<sup>۲</sup> Irving. Langmuir

## ۲-۲ پلاسما چیست؟

پلاسما حالت چهارم ماده است. اگر جامدات و مایعات آنقدر حرارت ببینند که بر انرژی پتانسیل بستگی غلبه نمایند، در نهایت گذار فاز در یک فشار معین و در دمای ثابت مشاهده می‌شود. چنانچه یک گاز مولکولی انرژی لازم برای غلبه بر انرژی پیوستگی الکترون‌ها در بیرونی‌ترین مدار خود را بیابد، در این وضعیت یک گاز یونیزه یا پلاسما بوجود می‌آید. گذار گاز به پلاسما از دیدگاه ترمودینامیکی گذار فاز محسوب نمی‌شود، زیرا سایر تبدیل فازها، یعنی از جامد به مایع و مایع به گاز در دمای ثابت انجام می‌گیرد، اما تبدیل فاز از گاز به پلاسما تدریجاً با افزایش دما صورت می‌گیرد که در شکل (۲-۱) نشان داده شده است [۱۴]. پلاسماها را می‌توان از یونیزاسیون گازهای خنثی نتیجه گرفت که شامل تعداد برابر حامل‌های بار منفی و مثبت هستند. در این وضعیت سیالاتی با بار مخالف، شدیداً به هم پیوسته‌اند و از لحاظ الکتریکی تمایل به خنثی کردن یکدیگر در طول مقیاس‌های میکروسکوپی دارند. چنین پلاسماهایی را اصطلاحاً شبه‌خنثی می‌نامند («شبه» به حالت انحراف کوچک از خنثایی کامل اشاره دارد که در نتایج دینامیکی برای نمونه‌های مشخصی از مدهای پلاسما به کار می‌رود). پلاسماهای شدیداً غیر خنثی که ممکن است دارای حتی یک نوع حامل بار باشند اولین بار در تجربیات آزمایشگاهی اتفاق افتاده‌اند، که تعادل آن‌ها وابسته به حضور میدان‌های مغناطیسی شدید بوده است [۱۳].



شکل (۲-۱): نحوه‌ی تبدیل چهار حالت ماده به یکدیگر

## ۲-۳ انواع پلاسما

پلاسما را از یک دیدگاه به دو دسته‌ی نجومی و آزمایشگاهی تقسیم بندی می‌کنند، که برای آشنایی مختصر در این قسمت به بیان آن‌ها می‌پردازیم.

### ۲-۳-۱ پلاسما‌ی نجومی

در طبیعت پلاسما‌ی نجومی متنوعی وجود دارد که محدوده‌ی وسیعی از چگالی و دما را دربر می‌گیرد که به چند نمونه از آن‌ها اشاره می‌شود.

درون خورشید و ستارگان، پلاسما‌های خیلی داغ و چگال وجود دارد. زمانی که هسته‌ی یک اتم ذوب می‌شود، انرژی بستگی مطابق با فرمول مشهور انشتین  $E = mc^2$ ، آزاد می‌کند. چگالی و دمای پلاسما با نزدیک‌تر شدن به سطح ستاره افت می‌کند، بنابراین جو ستاره دارای ویژگی‌های کاملاً متفاوتی است. تاج خورشیدی که حتی خارجی‌تر است یک پلاسما‌ی مغناطیسی‌شده‌ی رقیق با چندین میلیون درجه است. خورشید یک پلاسما‌ی فراصوتی به شدت رقیقی را که بادخورشیدی نام دارد در میان منظومه‌ی شمسی گسیل می‌کند. در نزدیکی زمین بادخورشیدی دارای چگالی الکترونی  $T_e = 10^5 K, n_e \cong 5cm^{-3}$  می‌باشد، که به علت دمای بالا پلاسما دارای رسانایی بالا است.

اتم‌های بالای جو با تابش الکترومغناطیسی گسیل‌شده از خورشید برهم‌کنش می‌کنند و تا حدی یونیزه می‌شوند. این پلاسما را که تا حدود ۶۰ کیلومتر در ۲۰۰۰ متر ارتفاع گسترده می‌شود، یونیسفر می‌نامند. یک نمونه کامل دیگر از پلاسما‌های تولیدشده درون کوتوله‌های سفید یا ستاره‌های نوترونی هستند، که به شدت چگالی‌های بالا دارند، بنابراین رفتار بسیار متفاوتی با پلاسما‌های ایده‌آل نوعی از خود نشان می‌دهند.

### ۲-۳-۲ پلاسما‌ی آزمایشگاهی

روایت فیزیک پلاسما‌ی آزمایشگاهی با بررسی پلاسما‌های یونیزه شده‌ی جزئی شعله‌ها در قرن هجدهم آغاز شد. کاربردهای نمونه امروزی پلاسما‌یی که برای جوش کاری و احتراق استفاده می‌شود، از این دسته‌اند. تخلیه الکتریکی نمونه‌های گوناگون پلاسما، در تحقیقات پایه‌ای بررسی می‌شوند که در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. تخلیه فشار کم، مثل تخلیه تابان، جریان‌های کوچکی را با الکترودهای سرد حمل می‌کنند، از آن‌ها برای روشن کردن لیزرهای گازی مثل لیزر  $CO_2$  استفاده می‌شود. تخلیه فشار بالا مثل قوس الکتریکی، می‌تواند جریان‌های بزرگ‌تری را حمل کنند، و به سبب

آن به دماهای بالاتری دست می‌یابند. این مورد در روشن کردن لامپ‌های جیوه‌ای فشار بالا برای کلیدزنی، پردازش مواد-پلازما چون ذوب، قطع و جوش کاری به کار می‌روند.

## ۲-۴ خصوصیات محیط پلازما

با توجه به این که هر گاز یونیزه شده‌ای پلازما نیست، لذا محیط پلازما دارای دو ویژگی به صورت زیر می‌باشد.

### ۱ - شبه خنثایی

محیط پلازما در غیاب اختلالات خارجی از دیدگاه ماکروسکوپی و از نظر الکتریکی خنثی می‌باشد. به این معنا که تحت شرایط تعادل و درغیاب نیروهای خارجی تغییرات کمیت‌های ماکروسکوپی مانند چگالی و دما ناچیز می‌باشد. درون پلازما میدان‌های بار میکروسکوپی یکدیگر را خنثی می‌کنند و هیچ فضای بارداری در ناحیه‌ی ماکروسکوپی وجود ندارد. لذا بار الکتریکی خالص صفر است. اگر این خنثایی ماکروسکوپی تثبیت نمی‌شد انرژی پتانسیل در مقایسه با انرژی جنبشی گرمایی ذره بسیار بزرگ می‌شد. برای توضیح بیشتر شبه‌خنثایی، طول دبای و فرکانس پلاسمایی را به‌طور خلاصه بیان می‌کنیم.

**طول دبای:** خنثایی ماکروسکوپی و الکتریکی می‌توانند به طور طبیعی تغییر کنند، اما این تغییر فقط در فاصله‌ای صورت می‌گیرد که انرژی گرمایی ذره، که تمایل به اختلال در خنثایی الکتریکی را دارد و انرژی پتانسیل الکترواستاتیک، که تمایل به حفظ خنثایی الکتریکی را دارد در تعادل باشند. این فاصله از مرتبه‌ی یک پارامتر مشخصه طول پلازما می‌باشد که طول دبای<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در غیاب نیروهای خارجی، پلازما قادر نخواهد بود که خنثی بودن الکتریکی ماکروسکوپی را در فواصل کمتر از این طول دارا باشد، زیرا ذرات باردار به منظور خنثی نبودن الکتریکی هر ناحیه که دارای فزونی بار است آزادانه حرکت می‌کند که این وضعیت در اثر نیروی کولمب ایجاد می‌شود. لذا **طول دبای** اندازه‌ی فاصله‌ای را نشان می‌دهد که در این فاصله تأثیر میدان الکتریکی یک ذره‌ی باردار توسط ذره باردار دیگر درون پلازما، احساس می‌شود. ذرات باردار به گونه‌ای آرایش می‌یابند که بتوانند در برابر میدان‌های الکتریکی و استاتیکی حفاظ ایجاد کنند. این حفاظدهی در برابر میدان‌های الکترواستاتیکی نتیجه‌ای از اثرات ذرات پلازما می‌باشد. محاسبه‌ی فاصله‌ی حفاظدهی، اولین بار توسط دبای برای یک الکترولیت

<sup>۱</sup> Debye length

صورت گرفت که طول دبابی  $\lambda_D = 10^{-4} m$  می باشد که با جذر دمای  $T$  نسبت مستقیم و با جذر چگالی تعداد الکترون ها  $n_e$  نسبت عکس دارد.

$$\lambda_D = \left( \frac{\varepsilon_0 K_B T}{n_e q^2} \right)^{1/2} \quad (1-2)$$

به طوری که  $\varepsilon_0$ ،  $K_B$  و  $q$  به ترتیب ثابت بولتزمن، گذردهی خلاء و بار الکتریکی می باشد. طول دبابی را می توان به عنوان اندازه فاصله ای در نظر گرفت که در این فاصله پتانسیل های الکتریکی در حال تغییر هستند.

**فرکانس پلاسمایی:** اگر شبه خنثایی پلاسما توسط بعضی از نیروهای خارجی از بین برود، الکترون ها برای برگرداندن حالت خنثایی شتاب می گیرند و حول یون ها که سنگین تر هستند، یک حرکت رفت و برگشتی پیدا می کنند. هنگامی که یک پلاسما به صورت لحظه ای از حالت تعادل خارج شود، میدان های ناشی از فضا های بار درونی به وجود آمده در پلاسما، باعث افزایش حرکت تجمعی ذرات خواهند شد، که نتیجه ی آن تمایل به حفظ خنثایی بار الکتریکی می باشد. این حرکت های تجمعی به وسیله ی فرکانس طبیعی نوسانی بیان می شود که فرکانس پلاسما نامیده می شود و می توان ثابت کرد که:

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \varepsilon_0}} \quad (2-2)$$

به طوری که  $m_e$  جرم الکترون،  $e$  بار الکترون می باشد. فرکانس نوسان در یک پلاسمای کاملاً یونیزه، همان فرکانس پلاسمای الکترونی است.

## ۲ - حرکت تجمعی

ویژگی دیگر پلاسما حرکت تجمعی ذرات باردار می باشد. در پلاسما که مشتمل بر ذرات باردار است، بارها با حرکت خود می توانند توده های متمرکزی از بارهای مثبت یا منفی را به طور موضعی به وجود آورند و بدین ترتیب سبب پیدایش میدان های الکتریکی شوند. با حرکت بارها، جریان و در نتیجه میدان مغناطیسی هم تولید می شود. این میدان ها بر حرکت سایر ذرات باردار که دورتر واقع شده اند اثر می گذارند. لذا منظور از « رفتار جمعی »، حرکتی است که نه تنها به شرایط موضعی، بلکه به حالت پلاسما در مناطق دور نیز بستگی دارند.

هر ذره باردار درون پلاسما به طور تجمعی با ذرات بارداری برهم کنش دارد که درون کره ی دبابی با شعاع  $\lambda_D$ ، واقع هستند و تأثیر آن ها بر دیگر بارها در خارج کره ی دبابی قابل صرف نظر است.

می توان ثابت کرد که تعداد الکترون ها درون یک کره ی دبابی عبارت است از:

$$N_D = \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 n_e = \frac{4}{3}\pi \left[ \frac{\varepsilon k_T}{e^2 n_e^{1/3}} \right] \quad (۳-۲)$$

اثر حفاظ دبای مشخصه‌ی تمام پلاسماها می‌باشد. شرط لازم برای آن که پلاسما وجود داشته باشد این است که ابعاد فیزیکی سیستم ( $L$ ) در مقایسه با  $\lambda_D$  بزرگ باشد، زیرا باید فضای کافی جهت وقوع اثر حفاظ دهی و تجمع ذرات باردار وجود داشته باشد تا رفتار پلاسمایی مشاهده شود. بنابراین اولین معیار برای تعریف پلاسما عبارت است از:

$$L \gg \lambda_D \quad (۴-۲)$$

با توجه به اینکه اثر حفاظ دهی نتیجه‌ی رفتار تجمعی ذرات در درون کره‌ی دبای می‌باشد، لازم است که تعداد الکترون‌های درون کره‌ی دبای زیاد باشد. بنابراین دومین معیار جهت تعریف پلاسما عبارت است از:

$$n_e \lambda_D^3 \gg 1 \quad (۵-۲)$$

برای این که الکترون‌ها تحت تأثیر ذرات خنثی قرار نگیرند، باید زمان متوسط بین دو برخورد الکترون- ذره خنثی بزرگ‌تر از عکس بسامد پلاسمایی باشد.

$$\omega\tau > 1 \quad (۶-۲)$$

به طوری که  $\tau$  نشان دهنده‌ی زمان متوسط میان برخورد یک الکترون با ذرات باردار خنثی بوده و  $\omega$  بیانگر فرکانس زاویه‌ای نوسانات پلاسما است [۱۴ و ۱۵].

## ۲-۵ کاربردهای پلاسما

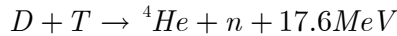
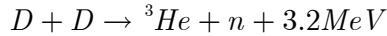
پلاسماها را می‌توان با دو پارامتر  $n$  و  $kT$  مشخص کرد. کاربردهای پلاسما، ناحیه‌ی بسیار وسیعی از  $n$  و  $kT$  را می‌پوشانند. در این جا برخی از کاربردهای پلاسما را بیان می‌کنیم.

### ۲-۵-۱ تخلیه‌های گازی

قدیمی‌ترین کار با پلاسما، مربوط به لانگمیر و همکارانش در سال ۱۹۲۰ می‌شود. تحقیقات در این مورد، از نیازی سرچشمه می‌گرفت که برای توسعه‌ی لوله‌های خلأی که بتوانند جریان‌های قوی را حمل کنند، و در نتیجه می‌بایست از گازهای یونیزه پر شوند احساس می‌شد [۱۵]. امروزه تخلیه‌های گازی در یکسوکننده‌های جیوه‌ای، مسیر جرقه، قوس‌های جوشکاری، لامپ‌های نئون و فلورسان و تخلیه‌های رعد و برق دیده می‌شوند.

## ۲-۵-۲ همجوشی گرما هسته‌ای کنترل شده

فیزیک پلاسمای جدید از حدود سال ۱۹۵۲ که در آن ساختن راکتوری براساس کنترل واکنش همجوشی بمب هیدروژنی پیشنهاد گردید آغاز می‌شود. واکنش‌های اساسی، که شامل اتم‌های دوتریوم (D) و تریتیوم (T) هستند عبارتند از:



سطح مقطع‌های مربوط به این واکنش‌ها فقط وقتی قابل ملاحظه هستند که انرژی‌های تابشی بزرگتر از  $10\text{eV}$  باشند. باریکه‌های شتابداری از دوترون‌ها که هدفی را بمباران می‌کنند، مفید نمی‌باشند، زیرا اغلب دوترون‌ها قبل از اینکه واکنش همجوشی انجام دهند، انرژی خود را در اثر پراکندگی از دست می‌دهند. باید پلاسمایی بوجود آورد که در آن انرژی‌های حرارتی در ناحیه  $10\text{eV}$  باشند.

## ۲-۵-۳ فیزیک فضا

کاربرد مهم دیگر فیزیک پلازما مطالعه‌ی فضای اطراف زمین است. جریان پیوسته‌ای از ذرات باردار که باد خورشیدی نامیده می‌شود، به مگنتوسفر زمین برخورد می‌کند. مگنتوسفر حفاظی در مقابل این تابش‌ها و در طول این فرآیند، توسط آن تغییر می‌یابد. پارامترهای نوعی در باد خورشیدی عبارتند از:

$$B = 5 \times 10^{-9} T, \quad KT_e = 50\text{eV}, \quad KT_i = 10\text{eV}, \quad n = 5 \times 10^6 m^{-3}$$

## ۲-۶ پلاسمای غیرمغناطیسی

پلاسماهای غیرمغناطیسی اولین بار به دلیل همسانگرد بودن یعنی یکسان بودن خواص در جهات متفاوت، مورد مطالعه قرار گرفتند. امواج مورد استفاده در این پلاسماهای امواج الکترومغناطیسی با فرکانس‌های پایین هستند. پلازما در مقابل این امواج به صورت دی‌الکتریک عمل می‌کند که این ناشی از واکنش الکترون‌ها به این امواج می‌باشد. در یک پلاسمای سرد مغناطیسی امواج صوتی به جای آن که در پلازما منتشر شوند با فرکانسی نزدیک به فرکانس پلاسمایی نوسان می‌کنند. برای امواج الکترومغناطیسی نیز این حالت ممکن است. در پلاسماهای گرمایی نیز امواج صوتی با فرکانسی نزدیک به فرکانس پلاسمایی وجود دارند. در این نوع پلازما دمای الکترون‌ها و یون‌ها متفاوت است.

$$T_e \geq T_i \quad (۸-۲)$$

یک نوع پیوند میان امواج صوتی وجود دارد که به دمای الکترون‌ها و جرم یون‌ها وابسته است. این امواج در فرآیندهای اتلافی از بین می‌روند [۱۶].

## ۷-۲ پلاسمای مغناطیسی

تأثیر میدان مغناطیسی بر روی امواج پلاسمایی، موجب تغییراتی اساسی بر روی ویژگی‌های آن می‌شود که عبارتند از:

۱- غیرهمسانگردی: با حضور میدان مغناطیسی یک جهت برتر وجود دارد. میدان مغناطیسی باعث از بین رفتن همسانگردی می‌شود.

۲- تأثیرات مدار لارمور در پلازما که ناشی از نیروی پاندروماتیو  $q(\vec{u} \times \vec{B})$  است، مشاهده می‌شود.

## ۸-۲ رفتار دینامیکی پلازما

به طور کلی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی توسط معادلات ماکسول مطابق با شرایط مرزی و توزیع منابع جریان‌ها و چگالی‌ها تعیین می‌شوند [۱۷].

برهم‌کنش ذرات باردار با میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی توسط نیروی لورنتس تعیین می‌شود. معادله‌ی حرکت برای یک ذره‌ی باردار با بار  $q$  و جرم  $m$  تحت تأثیر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (۹-۲)$$

به طوری که  $P$  تکانه و  $V$  سرعت ذره می‌باشد. برای یک پلازما که شامل  $N$  ذره است،  $N$  معادله‌ی حرکت دیفرانسیلی غیرخطی جفت شده خواهیم داشت که باید برای یک لحظه از زمان حل شوند. چگالی بار و بردار چگالی جریان را برای پلازما می‌توان به ترتیب به صورت زیر بیان کرد:

$$\rho_\alpha = q_\alpha n_\alpha = q_\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t) d^3v \quad (۱۰-۲)$$

$$\vec{J}_\alpha = q_\alpha n_\alpha \vec{u}_\alpha = q_\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{v} f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t) d^3v \quad (۱۱-۲)$$



یا  $\vec{J} = \sum_{\alpha} \vec{J}_{\alpha}$  و  $\rho = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha}$  که اندیس  $\alpha$  نشان دهنده‌ی نوع ذره و  $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$  تابع توزیع بولتزمن ذره‌ی نوع  $\alpha$  است.

در پلاسما، تعداد ذرات در سیستم فیزیکی معمولاً خیلی زیاد است و مسئله‌ی عمده، توصیف رفتار جمعی ذرات است تا بررسی تک ذره. دینامیک ذرات منفرد در برخی از حوزه‌های فیزیک پلاسما برای مقیاس‌های زمانی و مکانی به قدر کافی کوچک (میکروسکوپی) اهمیت دارند و رفتارهای جمعی به خوبی توسط تقریب سیالی توصیف می‌شوند.

## ۲-۹ معادلات انتقال ماکروسکوپی

پلاسما یک دستگاه بس ذره‌ای باردار شبه‌خنثی است که با محیط خود برهم‌کنش دارد. برای توصیف آن باید سیستم جفت شده‌ای را از معادلات ماکسول و معادلات حرکت ذره حل نمود. اما روش‌های کارآمدتری برای حل دینامیک پلاسما با استفاده از تقریب‌های مذکور وجود دارد، به طوری که برای بررسی حالت دستگاه مناسب است از مکانیک آماری استفاده نمود. اولین گام برای بیان سیالی، معرفی سیالی فازی است با فضای فازی شامل مجموعه‌ی مختصات و سرعت‌های  $(\vec{r}, \vec{v})$ . مجموع کل  $n$  ذره دارای  $6n$  درجه‌ی آزادی ( $3n$  فضایی،  $3n$  سرعت) می‌باشند. با انتگرال‌گیری از معادله‌ی لیوویل بر روی  $3(n-1)$  مختصه و  $3(n-1)$  مؤلفه سرعت معادله‌ی بولتزمن به دست می‌آید. از جمله کمیت‌هایی که در مکانیک آماری برای محاسبه میانگین کمیت‌های فیزیکی نیاز است، تابع بولتزمن  $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$  می‌باشد که به عنوان چگالی ذرات در فضای فاز تعریف می‌شود و از معادله‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f_{\alpha} + \vec{a} \cdot \vec{\nabla}_v f_{\alpha} = \left( \frac{\delta f_{\alpha}}{\delta t} \right)_{coll} \quad (2-12)$$

به طوری که  $\vec{a} = q_{\alpha}/m_{\alpha} (\vec{E} + \vec{v}_{\alpha} \times \vec{B})$ ، شتاب وارد بر ذره،  $\vec{\nabla}$  و  $\vec{\nabla}_v$  عملگر برداری گرادیان است که مؤلفه‌های آن‌ها به ترتیب مشتق‌گیری نسبت به مؤلفه‌های بردار مکان و بردار سرعت هستند و جمله‌ی سمت راست آهنگ تغییر چگالی ذره نوع  $\alpha$  ناشی از برخورد در فضای فاز است.

برای بررسی پارامترهای ماکروسکوپی دستگاه کل، معادله‌ی (۲-۱۲) را در کمیت فیزیکی که هدف محاسبه‌ی میانگین آن است ضرب می‌کنیم و روی سرعت انتگرال می‌گیریم و با ساده‌سازی به معادلات انتقال کمیت فیزیکی  $\chi$  می‌رسیم.

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_\alpha \langle \chi \rangle_\alpha) + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \langle \chi \vec{v} \rangle_\alpha) - n_\alpha \langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla}_v \chi \rangle_\alpha = \left( \frac{\delta}{\delta t} (n_\alpha \langle \chi \rangle_\alpha) \right)_{coll} \quad (۱۳-۲)$$

به طوری که در رابطه‌ی بالا،  $\chi_\alpha(\vec{r}, \vec{v}, t)$  نشان دهنده‌ی هر کمیت فیزیکی دلخواه است. هم‌چنین جمله‌ی سمت راست نشان دهنده‌ی میزان تغییرات میانگین چگالی کمیت فیزیکی  $\chi$  ناشی از برخورد است.

## ۲-۹-۱ معادله‌ی انتقال جرم

معادله‌ی (۱۳-۲) یک عبارت کلی است که برای هر کمیت دلخواهی استفاده می‌شود. با قرار دادن  $\chi_\alpha(r, v, t) = m_\alpha$  معادله‌ی بقای جرم یا همان معادله پیوستگی را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{\partial \rho_{m\alpha}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_{m\alpha} \vec{u}_\alpha) = S_\alpha \quad (۱۴-۲)$$

به طوری که  $\rho_{m\alpha} = n_\alpha m_\alpha$  چگالی جرمی ذرات نوع  $\alpha$  و  $S_\alpha$  آهنگ تولید یا نابودی ذرات نوع  $\alpha$  ناشی از برخورد می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_\alpha = m_\alpha \int_V \left( \frac{\delta f_\alpha}{\delta t} \right)_{collision} d^3V \quad (۱۵-۲)$$

با تقسیم معادله‌ی (۱۴-۲) بر  $m_\alpha$ ، قانون بقاء تعداد ذرات به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{u}_\alpha) = \frac{s_\alpha}{m_\alpha} \quad (۱۶-۲)$$

هم‌چنین با تقسیم معادله‌ی (۱۴-۲) بر  $m_\alpha$  و ضرب در کمیت  $q_\alpha$ ، قانون بقاء بار الکتریکی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_{m\alpha} \vec{u}_\alpha) = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} s_\alpha \quad (۱۷-۲)$$

در غیاب برهم‌کنش‌هایی که منجر به تولید یا نابودی ذرات نوع  $\alpha$  می‌شوند،  $S_\alpha$  صفر است، زیرا در فرآیند برخورد، جرم ثابت می‌ماند. در این حالت داریم:

$$\frac{\partial \rho_{m\alpha}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_{m\alpha} \vec{u}_\alpha) = 0 \quad (۱۸-۲)$$

## ۲-۹-۲ معادله‌ی انتقال تکانه

برای محاسبه‌ی تابع انتقال تکانه، کمیت مورد نظر را تکانه‌ی خطی ذره‌ی نوع  $\alpha$  یعنی  $\vec{V} \chi_\alpha(r, v, t) = m_\alpha \vec{V}$  انتخاب می‌کنیم. سرعت ذرات نوع  $\alpha$  نسبت به دستگاه  $S$ ، برابر است با:

که  $\vec{V} = \vec{c}_\alpha + \vec{u}_\alpha$  سرعت ذره  $\alpha$  نسبت به دستگاه کاتوره‌ای و  $\vec{u}_\alpha$  سرعت کاتوره‌ای ذرات نوع  $\alpha$  نسبت به دستگاه مختصات  $S$  می‌باشد. می‌توان اثبات کرد که میانگین سرعت ذرات در دستگاه کاتوره‌ای صفر است.

$$\langle \vec{c}_\alpha \rangle = 0 \quad (19-2)$$

با جایگزینی کمیت‌های بالا در معادله‌ی انتقال کلی (۲-۱۳) داریم:

$$\rho_{m\alpha} \frac{D_\alpha \vec{u}_\alpha}{D_\alpha t} = n_\alpha q_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}) + \rho_{m\alpha} \vec{g} - \vec{\nabla} \cdot \vec{p}_\alpha + \vec{A}_\alpha - \vec{u}_\alpha \vec{S}_\alpha \quad (20-2)$$

به‌طوری‌که  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{g}$  به ترتیب میدان‌های الکتریکی، مغناطیسی و گرانشی درون پلاسما،  $\vec{p}_\alpha$  تانسور مرتبه دوم فشار درون پلاسما است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{p}_\alpha = \rho_{m\alpha} \langle \vec{c}_\alpha \vec{c}_\alpha \rangle \quad (21-2)$$

به‌طوری‌که  $D_\alpha / D_\alpha t$  تغییرات زمانی کمیت‌های فیزیکی را، از دید ناظر دستگاه کاتوره‌ای بیان می‌کند که به این صورت تعریف می‌شود:

$$\frac{D_\alpha}{D_\alpha t} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_\alpha \cdot \vec{\nabla} \quad (22-2)$$

هم‌چنین فرض شده است که جمله‌ی آخر در معادله‌ی انتقال شامل نیروهای الکترومغناطیسی لورنتس و نیروی گرانشی است:

$$-n_\alpha \langle \vec{F} \rangle_\alpha = -n_\alpha q_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}) - n_\alpha m_\alpha \vec{g} \quad (23-2)$$

به‌طوری‌که  $\vec{A}_\alpha$  آهنگ تغییر چگالی تکانه ذرات نوع  $\alpha$  ناشی از برخورد است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{A}_\alpha = \left( \frac{\delta}{\delta t} (\rho_{m\alpha} \vec{u}_\alpha) \right)_{collision} \quad (24-2)$$

در بسیاری از موارد تأثیرات ویسکوزیته<sup>۱</sup> بر روی پلاسما دارای اهمیت نمی‌باشد و رفتار پلاسما همانند رفتار یک سیال غیرچسبنده است. لذا در این حالت پلاسما همانند محیط همسانگرد رفتار کرده و در نتیجه  $\vec{p}_\alpha = \bar{1} p_\alpha$  خواهد بود به‌طوری‌که  $\bar{1}$  تانسور واحد و  $p_\alpha$  فشار اسکالر ذره‌ی نوع  $\alpha$  می‌باشد. لذا با توجه به این تأثیرات و با فرض این‌که تابع سرعت همسانگرد است، می‌توان نیرو در واحد حجم را به صورت زیر نوشت:

$$-\vec{\nabla} \cdot \vec{p}_\alpha = -\vec{\nabla} p_\alpha \quad (25-2)$$

<sup>1</sup>viscosity

با در نظر گرفتن این تقریب‌ها و با فرض این‌که آهنگ تولید یا نابودی ذرات در اثر برخورد صفر می‌باشد، در نهایت معادله‌ی انتقال تکانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\rho_{m\alpha} \frac{D\vec{u}_\alpha}{Dt} = \rho_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}) + \rho_{m\alpha} \vec{g} - \vec{\nabla} p_\alpha + \vec{A}_\alpha \quad (26-2)$$

### ۲-۹-۳ تابع انتقال انرژی

کمیت فیزیکی دیگر وابسته به ذرات  $\alpha$ ، انرژی جنبشی ذرات  $\alpha$  است که با قرار دادن

$$\chi_\alpha(r, v, t) = \frac{1}{2} m_\alpha \vec{V}^2$$

(27-2)

$$\frac{D_\alpha}{D_\alpha t} \left( \frac{3p_\alpha}{2} \right) + \frac{3p_\alpha}{2} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_\alpha) + (\bar{p}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u}_\alpha + \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_\alpha = M_\alpha - \vec{u}_\alpha \cdot \vec{A}_\alpha + \frac{\vec{u}_\alpha^2 \vec{S}_\alpha}{2}$$

به طوری که  $\vec{q}_\alpha$  شار انرژی حرارتی ذرات نوع  $\alpha$  و  $3p_\alpha/2$  انرژی جنبشی حرارتی است.

همچنین تک تک جملات به صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$\frac{D_\alpha}{D_\alpha t} \left( \frac{3p_\alpha}{2} \right) : \text{بیانگر آهنگ تغییرات چگالی انرژی جنبشی حرارتی (انرژی گرمایی) از دید ناظر}$$

متحرک با سرعت  $\vec{u}_\alpha$  می‌باشد.

$$\frac{3p_\alpha}{2} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_\alpha) : \text{بیانگر تغییر چگالی انرژی گرمایی ناشی از ورود ذرات به داخل حجم با سرعت } \vec{u}_\alpha$$

می‌باشد.

$$(\bar{p}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u}_\alpha : \text{بیانگر کار انجام شده روی واحد حجم پلاسما توسط پلاسمای اطراف المان واحد}$$

حجم می‌باشد.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q}_\alpha : \text{بیانگر تغییر چگالی انرژی گرمایی ناشی از شار گرمایی می‌باشد.}$$

جملات سمت راست بیانگر آهنگ انرژی گرمایی ناشی از برخورد ذرات است.

با ترکیب دو جمله‌ی اول، معادله‌ی کلی انتقال انرژی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{3}{2} n_\alpha k \frac{D_\alpha T_\alpha}{D_\alpha t} + (\bar{p}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u}_\alpha + \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_\alpha = \vec{M}_\alpha - \vec{u}_\alpha \cdot \vec{A}_\alpha + \left( \frac{\vec{u}_\alpha^2}{2} - \frac{3kT_\alpha}{2m_\alpha} \right) \vec{S}_\alpha$$

(28-2)