
بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه مازندران

دانشکده ی علوم ریاضی

پایان نامه ی کارشناسی ارشد ریاضی

گرایش ریاضی کاربردی

عنوان :

حل مسایل برنامه ریزی خطی فازی با استفاده از توابع رتبه بندی

نگارش

معصومه یعقوبی آستانی

استاد راهنما :

دکتر سید هادی ناصری

استاد مشاور

دکتر روح ا... یوسف پور

شهریور ۱۳۸۹

سپاسگزاری

فراوان از زحمات و راهنمایی های استاد گرامی جناب آقای دکتر سید هادی ناصری و استاد مشاور دکتر روح ا... یوسف پور و کلیه عزیزانی که ما را در جمع آوری این مجموعه یاری رساندند.

تقدیم به

تقدیم به اویی که تمام هستیمان از اوست …

و تقدیم به تمام کسانی که چراغ راهم بودند

بخصوص پدر ومادر وهمسرعزیز م که فانوس راهم بودید

چکیده

اخیراً مسایل برنامه ریزی خطی فازی مورد توجه بسیاری از محققین حوزه تحقیق در عملیات و ریاضیات فازی قرار گرفته است. شهرت برنامه ریزی خطی فازی اساساً به واسطه توانایی تفسیر و مدل سازی مفاهیم نا دقیق و مبهم است. از این رو مدل برنامه ریزی خطی فازی یکی از مهم ترین و مناسب ترین مدل ها برای تفسیر و تعیین تصمیم بهینه می باشد .در حوزه تحقیق در عملیات انواع مختلفی از این مسایل پیشنهاد شده است که ما در این پایان نامه سه نوع ، مدل برنامه ریزی خطی فازی را مورد بحث قرار می دهیم : ۱) مساله برنامه ریزی خطی با اعداد فازی (FNLP) ۲) مساله برنامه ریزی خطی با متغیرهای فازی (FVLP) ۳) مساله برنامه ریزی خطی تماماً فازی (FFLP) ، که با استفاده از توابع رتبه بندی به حل مسایل با لا می پردازیم . در سراسر پایان نامه اعداد فازی بکارگرفته شده همگی از نوع ذوزنقه ای می باشند ، در مدل سوم دو روش برای حل مساله برنامه ریزی خطی تماماً فازی پیشنهاد می شود ، در روش اول با بکارگیری از ضرب Ganesan [۸] و با اعمال تابع رتبه بندی خاص ، مساله برنامه ریزی خطی تماماً فازی به یک مساله برنامه ریزی خطی قطعی تبدیل می شود که از حل مساله برنامه ریزی خطی قطعی بدست آمده یک جواب بهینه برای مساله اصلی به دست می آید به طور مشابه ، می توان ضرب اعداد فازی مثلثی را تعریف کرده و به کمک آن به حل مساله برنامه ریزی خطی تماماً فازی با اعداد مثلثی پرداخت . در روش دوم همه ضرایب و متغیرهای مساله ، نوع یکسانی از اعداد فازی ذوزنقه ای می باشند که برای حل این مسایل ابتدا از نگاشت تبدیل اعداد ذوزنقه ای به مثلثی استفاده کرده و مساله با اعداد ذوزنقه ای را به مساله با اعداد مثلثی تبدیل می کنیم ، سپس با استفاده ازمفهوم نزدیکترین تقریب عدد فازی مثلثی ، مساله اصلی به دو مساله کمکی (max,min) تبدیل می شود که با حل این دو مساله یک بردار جواب شامل اعداد مثلثی متقارن به دست می آید. جواب مساله کمکی بیشینه سازی ، مرکز وجواب مسئله کمکی کمینه سازی کناره های جواب محسوب می شود. در نهایت با استفاده از نگاشت تبدیل مثلثی به ذوزنقه ای به جواب ذوزنقه ای برای مساله اصلی دست می یابیم.

کلمات کلیدی: برنامه ریزی خطی با اعداد فازی ، برنامه ریزی خطی با متغیر های فازی ، برنامه ریزی خطی تماماً فازی، تابع رتبه بندی، اعداد فازی .

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست جدول ها

عنوان **صفحه**

فهرست الگوریتم ها

عنوان **صفحه**

پیشگفتار

روشهای کلاسیک و سنتی مدل سازی ، استدلال ، استنتاج ، ومحاسبات دارای ویژگی دو ارزشی بله یا خیر و سفید یا سیاه اند . لیکن در جهان خارج و اقلیم واقعیات ترسیم مرزهای بسیار تند و شفاف بین پدیده ها و روابط کاری بسیار سخت و طاقت فرسا بوده و در بسیاری از موارد ، قضاوت صریح و بدون ابهام غیر ممکن است . در تئوری فازی علیرغم روش های سنتی ، مرزهای مجموعه ها صریح وشفاف نبوده و پایه قضاوت ها ، واژه هایی نظیر کم وبیش است . بعبارت دیگر ، در سیستم های فازی ، نوع مدل سازی و استدلال تقریبی بوده و در مجموعه های فازی تابعیت هر عنصر در یک مجموعه بر حسب درجه عضویت آن در مجموعه مذکور است . این دیدگاه پایه واساس مجموعه ها و منطق فازی بوده که بوسیله پرفسور لطفی زاده مطرح گردیده است .

از زمان ظهور تئوری فازی بیش از چهار دهه نمی گذرد. این تئوری در ابتدا اگرچه با مقاومت های گوناگون مواجه شد ، لیکن امروزه در اکثر مراکز علمی و دانشگاهی ، تجاری ،صنعتی ، و حتی سیاسی مورد توجه دانشمندان ، کارشناسان و مدیران قرار گرفته است .کاربردهای تئوری فازی فراوان بوده و در رشته های مختلف از جمله هوش مصنوعی ، سیستم های خبره ، سیستم های اطلاعاتی ، علوم کامپیوتر ، مهندسی برق و الکترونیک ، مهندسی کنترل ، برنامه ریزی ،تئوری تصمیم ،منطق ، مدیریت علمی ، تحقیق در عملیات ، رباتیک ، اقتصاد ،پزشکی ، روانشناسی ،جامعه شناسی ، برنامه ریزی تولید ،برنامه ریزی زمانبندی و ... این کاربرد ها را بوفور یافت .

این پایان نامه در چهار فصل روش حل مساله برنامه ریزی خطی فازی با استفاده از توابع رتبه بندی را بیان می کند .

در فصل نخست این پایان نامه برخی پیش نیاز های لازم از نظریه مجموعه های فازی را بیان می کنیم ([۳۱] ,[۳۰]) . فصل دوم به بحث در خصوص حساب فازی و روابط بین اعداد فازی و برخی روش های متداول رتبه بندی اعداد فازی اختصاص یافته است . در برخی از کارهای انجام شده روی مسایل

برنامه ریزی خطی فازی از مفهوم مقایسه اعدا د فازی برای مساله استفاده شده است . ([۳] ,[۸]) .در اکثر این روش ها که بر مقایسه اعداد فازی استوارند ، از یک تابع رتبه بندی برای مقایسه اعداد فازی استفاده می شوند ([۱۲],[۱۳],[۱۴],[۱۶]) . استفاده و تعریف توابع رتبه بندی پیشنهاد شده توسط محققین ، متناسب با مساله ای است که مورد مطالعه قرار می گیرد و لذا هیچ معیار پذیرفته شده کلی برای بکارگیری توابع رتبه بندی در دست نیست . با این وجود معمولاً در چنین روش هایی یک مدل برنامه ریزی خطی یا غیر خطی قطعی معادل با مساله برنامه ریزی خطی فازی تعریف می شود و سپس از حل مساله قطعی بدست آمده جواب بهینه مساله برنامه ریزی خطی فازی تعیین می شود . در مقاله [۲۲] اجمالی از برخی روش ها ی متداول برای رتبه بندی اعداد فازی صورت گرفته است .در فصل سوم با مفهوم برنامه ریزی ریاضی فازی توسط تاناکا وهمکاران که در سال ۱۹۷۴ در چارچوب تصمیم گیری فازی ، بلمن و زاده مطرح شده است ، ([۲۱]و [۱]) آشنا می شویم . دلگادو وهمکاران [۶] مدل برنامه ریزی خطی فازی درحالت وجود عدم قطعیت از نوع فازی در تابع هدف ، قیود مساله برنامه ریزی خطی مورد بررسی قرار دادند و سپس زیمرمن ([۲۴],[۲۵],[۲۶]) نظریه مجموعه های فازی را برای برنامه ریزی خطی چند هدفه را به کار برد ، پس از آن محققین زیادی انواع مختلفی از مسایل برنامه ریزی خطی را در نظر گرفتند و راههای متعددی را برای حل اینگونه مسایل پیشنهاد کردند (چاناس [۴]) .کاربردی از روش های برنامه ریزی پارامتری را می توان در مسایل برنامه ریزی خطی نشان داد و مجموعه جواب های بیشینه کننده تابع هدف را وابسته به پارامتر های معرفی شده بدست آورد .

باکلی و فیورینگ [۲] مدل برنامه ریزی خطی با همه پارامتر و متغیر های فازی را در نظر گرفتند و آنگاه مساله مورد نظر را به یک مساله برنامه ریزی خطی چند هدفه فازی تبدیل کردند . بررسی های مناسب از ادبیات مرتبط با برنامه ریزی فازی توسط کلر و یوان ([۱۰]) وهمچنین لای و هوانگ ([۱۱]) انجام شده است . برخی محققین نیز انواع مختلف برنامه ریزی خطی چند هدفه را در نظر گرفتند که در آن متغیر ها و بردار سمت راست و قیود مساله فازی هستند . ([۱۳],[۱۴]).

همچنین در فصل سوم به بررسی مساله برنامه ریزی خطی با متغیر های فازی FVLP (زیمرمن [۲۶]) و مساله برنامه ریزی خطی انعطاف پذیر نامتقارن NFLP (ملکی و همکاران [۱۴]) و بهینه سازی فازی با عملگر اجتماع که اهداف فازی و تصمیم فازی را ترکیب می کند (بلمن [۲] واسلوینسکی وتقم [۱۹] و رمینگ و اینویگویجی [۹]) پرداخته می شود .

خواننده در فصل چهارم با انواع مسایل برنامه ریزی خطی تماماً فازی و روش های حل آن آشنا خواهد شد . ابتدا روش حل مساله برنامه ریزی خطی تماما فازی با اعداد فازی ذوزنقه ای نامتقارن و سپس مساله برنامه ریزی خطی تماما فازی با اعداد فازی مثلثی را با بکارگیری ضرب Ganesan و توابع رتبه بندی مورد بررسی قرار خواهد گرفت .([۸]) .در آخر نیز روش جدیدی برای حل مسایل برنامه ریزی خطی تماماً فازی با مفهوم نزدیکترین تقریب مثلثی غیر فازی شده ([۲۸]) ارایه خواهد شد و همچنین با نگاشت هایی آشنا خواهیم شد که به کمک آن می توان هر عدد فازی مثلثی را به یک عدد فازی ذوزنقه ای تبدیل کرد و بالعکس.

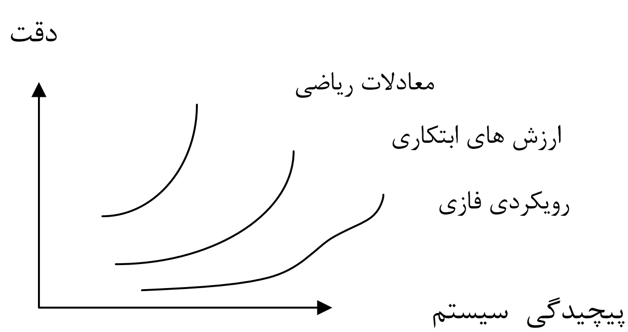
فصل اول

پیش نیاز ها

در این فصل خواننده را با مفاهیم و تعاریف مورد نیاز برای نظریه مجموعه های فازی مورد استفاده در فصل ها بعد آشنا می کنیم .

۱-۱ مقدمه

مسایل دنیای واقعی معمولا ساختار پیچیده ای دارند که به دلیل وجود ابهام و عدم قطعیت در تعریف ودرک آن ها است. از زمانی که انسان توانست فکر کند ، همواره با ابهام در مسایل مختلف اجتماعی ، تکنیکی ، اقتصاد مواجه بوده است . حتی اختراع کامپیوتر و توسعه کاربردی آن در تحلیل مسایل دنیای واقعی نیز نتوانست مشکل ابهام و عدم قطعیت را حل نماید .این سوال مطرح می شود که آیا راهی وجود دارد که کامپیوتر نیز همانند انسان بتواند به طور تقریبی مسایل را با اطلاعات نا دقیق و ناکافی درک و تحلیل نماید ؟ پروفسور لطفی زاده در سال ۱۹۷۳ با بیان اصل ناسازگاری توانستند پاسخی برای این سوال مطرح سازند ، هر چه میزان آگاهی از یک سیستم افزایش یابد پیچیدگی سیستم کاهش یافته و دقت درک و تحلیل سیستم افزایش می یابد . زمانی که پیچیدگی سیستم کاهش یابد ، دقت روش مدل سازی افزایش یافته و لذا ابزار مفیدی برای تحلیل سیستم مهیا می شود ایده اصل ناسازگاری در شکل (۱،۱) به تصویر کشیده شده است .



شکل (1,1) رویکردها تحلیل سیستم در مواجه با پیچیدگی و میزان دقت

پروفسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ برای اولین بار با معرفی نظریه مجموعه های فازی مقدمات مدل سازی اطلاعات نادقیق و استدلال تقریبی با معادلات ریاضی را فراهم نمود ، که در نوع خود تحولی عظیم در ریاضیات و منطق کلاسیک بوجود آورد . ایده نظریه مجموعه های فازی با این عبارت ، توسط

پروفسور لطفی زاده مطرح شد .« ما نیازمند یک نوع دیگری از ریاضیات هستیم تا بتوانیم ابهامات و عدم دقت رویدادها را مدل سازی نمائیم ، مدلی که متفاوت از نظریه احتمالات است » ، لذا نظریه فازی برای بیان تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویداد به کار می رود که بر اساس منطق چند ارزشی بوجود آمده است .

تعریف ۱-۱,۱ منطق فازی در واقع تکامل یافته و عمومی شده منطق کلاسیک است . در منطق کلاسیک که منطق دو ارزشی است ، هر گزاره می تواند درست یا نادرست باشد . در حالی که در منطق فازی که منطق چند ارزشی است و ارزش درستی هرگزاره می تواند عددی بین صفر و یک باشد . لذا قضاوت تقریبی ونادقیق با به کارگیری منطق فازی ممکن می شود .

در نظریه کلاسیک ، یک مجموعه شامل تعدادی از اجزا است که به واسطه خصوصیات مشترک گردهم جمع شده اند راه های مختلفی برای نمایش مجموعه وجود دارد یکی از راه های نمایش ، استفاده از تابع مشخصه[۱] است .

تعریف ۱-۲,۱ اگر X گردایه ای از اشیا باشد ، مجموعه فازی $\tilde{A}$ در X مجموعه ای از جفت های مرتب $\tilde{A}=\{(x,\mu_{\tilde{A}}(x)\,|\,x\in X\}$ تعریف می شود .

تعریف ۱-۳,۱ تابع مشخصه به صورت ذیل تعریف می شود :

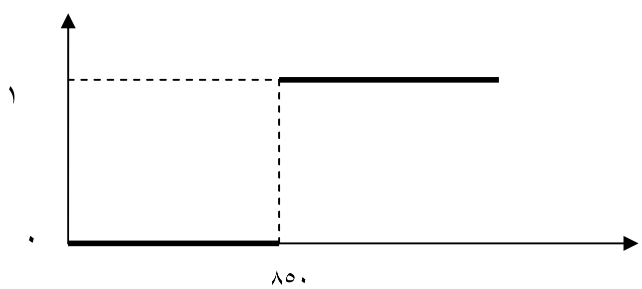
$$\mu_{\tilde{A}}(x): X \to \{0,1\}$$

در حقیقت اگر X مجموعه مرجع باشد ، در نظریه مجموعه کلاسیک ، مجموعه قطعی A را می توان بر اساس تابع مشخصه آن ، که در آن $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$ اگر $x\in A$, $\mu_{\tilde{A}}(x)=0$ اگر $x\notin A$ تعریف کرد . اما در نظریه مجموعه های فازی ، مجموعه $\tilde{A}$ بر اساس تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x): x \to \{0,1\}$ تعریف می شود که در آن $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$ ، اگر x کاملاً در $\tilde{A}$ باشد و $\mu_{\tilde{A}}(x)=0$ اگر x کاملا در $\tilde{A}$ نباشد و $0<\mu_A(x)<1$ اگر x به طور جزئی در $\tilde{A}$ باشد . این تعریف نشان می دهد که x با چه درجه ای عضو مجموعه $\tilde{A}$ است .

۱-Chaacteristic Function

نکته ۱-۴٫۱ در سر تا سر پایان نامه X مجموعه اعداد حقیقی R در نظر گرفته می شود .

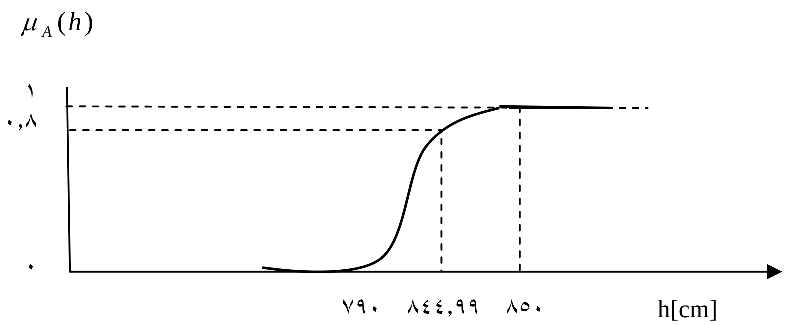
مثال ۱-۵٫۱ فرض کنید مجموعه (A)سپرده گذاران خوب یک بانک باشد ، که دارای معدل حساب بالاتر یا مساوی « ۸۵۰» هستند. سپرده گذارانی که معدل حساب آن ها دقیقاً بیشتر یا مساوی « ۸۵۰» است با درجه مشخصه « ۱» وارد مجموعه A می شوند وسپرده گذارانی که معدل حساب آن ها کمتر از «۸۵۰» است عضو مجموعه نبوده و درجه مشخصه آن ها « صفر» خواهد بود.که تابع مشخصه آن در شکل ذیل به تصویر کشیده شده است.



شکل(۲٫۱) تابع مشخصه مجموعه سپرده گذاران خوب بانک

در واقعیت ، تفاوت قابل ملاحظه ای بین شخصی که معدل حساب آن« ۸۵۰» است با شخصی که معدل حساب آن «۸۴۹٫۹۹» است نمی توان قایل شد و از دید رییس شعبه هر دو شخص از سپرده گذاران خوب بانک فرض می شوند .ولی وقتی می خواهیم این مورد را به صورت یک مجموعه نمایش دهیم ،در مجموعه کلاسیک ناچاریم یک حد برای افراد قایل شویم در نتیجه تمام سپرده گذارانی که معدل حساب آن ها بیشتر یا مساوی « ۸۵۰» است در مجموعه سپرده گذاران خوب بانک قرار می گیرند وشخصی که دارای معدل حساب « ۸۴۹٫۹۹» است در این مجموعه قرار نمی گیرد . برای رفع این نقیصه در بیان مجموعه ها ، نظریه مجموعه های فازی ارائه شده است .به عنوان مثال تابع مشخصه که در

مجموعه های فازی به تابع عضویت[۱] معروف است برای مجموعه فازی سپرده گذاران خوب ، به صورت شکل (۱,۳) می تواند تعریف شود.



شکل (۳,۱) تابع عضویت مجموعه فازی سپرده گذاران خوب بانک

نمایش ریاضی تابع عضویت مجموعه سپرده گذاران خوب بانک به صورت ذیل است .

$$\mu_A(h)=\begin{cases}1 & h\geq 850\\ 0.1 & 790<h<850\\ 0 & h\leq 790\end{cases}$$

به طور کامل عضو A است:

h تا حدودی عضو A است :

h عضو مجموعه A نیست :

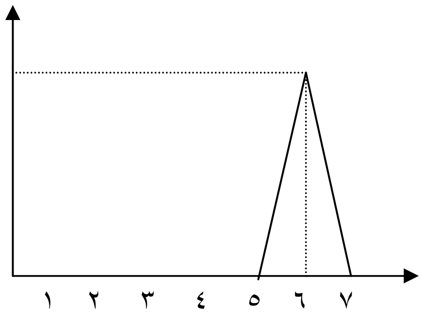
در این صورت به عنوان نمونه خواهیم داشت :

$$\mu_A(844.99)=0.8$$
$$\mu_A(800)=0.1$$
$$\mu_A(890)=1$$

مثال ۱-۶,۱ مجموعه فازی « تقریباً ۶ » در شکل (۴,۱) نشان داده شده است . این عدد را می توان بصورت زیر بیان نمود .

$$\mu_A(x)=\begin{cases}x-5 & 5\leq x\leq 6\\ 7-x & 6\leq x\leq 7\\ 0 & 0.w\end{cases}$$

۱-Membership function



شکل (۴،۱) تابع عضویت عدد تقریباً ۶

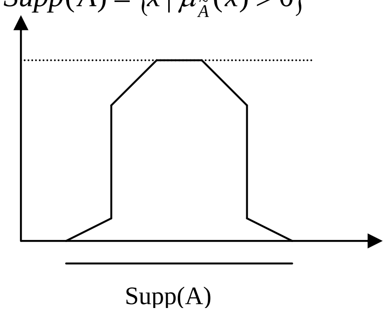
تعریف ۱-۷،۱ هسته[1] یک مجموعه فازی ، زیر مجموعه ای از عناصر آن با درجه عضویت یک است .

$$core(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

تعریف ۱-۸،۱ مجموعه فازی $\tilde{A}$ نرمال[2] است اگر هسته آن ناتهی باشد .

تعریف ۱-۹،۱ مجموعه پشتیبان[3] هر مجموعه فازی ، یک مجموعه کلاسیک است که زیر مجموعه ای ازعناصر مجموعه فازی با درجه عضویت مثبت است و به صورت ذیل تعریف می شود .

$$Supp(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$



شکل (۵،۱) مجموعه پشتیان یک مجموعه فازی

مثال ۱-۱۰،۱ آموزگاری قصد دارد یک آزمون علمی بین دانش آموزان یک کلاس برگزار کند واعلام کرده است به کسانی که امتیاز ۱را کسب کنند دو نوع جایزه وکسانی که امتیاز ۰،۵ را کسب کنند یک نوع جایزه تعلق می گیرد ، آموزگار نمرات را چنین امتیاز دهی کرده است :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & 16 \le x \le 20 \\ 0.5 & 11 \le x \le 15 \\ 0 & 0.w \end{cases}$$

۱-Core
۲-Normal
۳-Support set

به طوریکه :

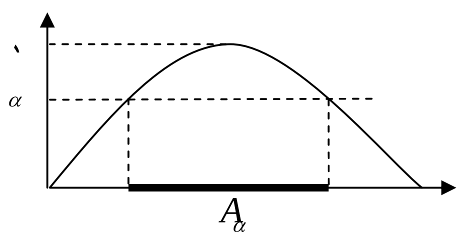
جایزه نوع $A\,, B$ $\quad core(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\} = \{16,17,18,19,20\}$

جایزه نوع B $\quad Supp(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} = \{11,12,...,20\}$

همان گونه که مشاهده می کنید ، به هسته مجموعه دو نوع جایزه و به تکیه گاه مجموعه یک نوع جایزه اهدا می شود.

تعریف ۱-۱۱,۱ مجموعه α- برش یک مجموعه فازی $\tilde{A}$ (مجموعه تراز α وابسته به $\tilde{A}$) یک مجموعه قطعی است که به صورت $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ تعریف می شود ، که در آن $\alpha > 0$. مجموعه α- برش قوی به طور مشابه به صورت $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$ تعریف می شود. با استفاده از مفهوم α- برش ها ، می توان مجموعه فازی $\tilde{A}$ را بوسیله مجموعه های معمولی به صورت زیر توصیف کرد :

$$\forall x \in X \qquad \mu_{\tilde{A}}(x) = \sup_{\alpha>0}\{\alpha \mid x \in A_\alpha\}$$



شکل (۶,۱) α - برش در یک مجموعه فازی

مثال ۱-۱۲,۱ مجموعه فازی $\tilde{A}$ روی مجموعه مرجع(جهانی) $X = \{a,b,c,d,e,f\}$ به صورت ذیل تعریف می شود :

$$\tilde{A} = \{\frac{1}{a} + \frac{0.9}{b} + \frac{0.6}{c} + \frac{0.3}{d} + \frac{0.01}{e} + \frac{0}{f}\}$$

این مجموعه فازی، با برش مقادیر مختلف α می تواند به مجموعه های کلاسیک تبدیل شود مانند: