

سلامی



دانشگاه کاشان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک

عنوان

بررسی عملکرد بلورهای فوتونی و تحلیل خواص غیرخطی بلورهای فوتونی

دو بعدی و سه بعدی و محاسبه ی پذیرفتاری غیرخطی مرتبه دوم برای

دو نوع بلور فوتونی غیرخطی

استاد راهنما

دکتر حمیدرضا زنگنه

به وسیله

سودابه شایگان

بهار ۱۳۹۰

تقدیم به

روح پاک پدر مهربانم
که فرصت جبران زحماتش را خیلی زود از دست دادم
و
دستان پر مهر مادرم
که تمام هستی ام را مدیون وجودش هستم
و
همسر فداکار و دلسوزم
که صبورانه مرا در این راه مشوق و همراه بود
و
پسر نازنینم بردیا

تشکر و قدردانی

خدای عزوجل را به بزرگی یاد می‌کنم و در برابر مقام ربوبیتش سر به سجده شکر می‌گذارم و او را سپاس می‌گویم که هر چه دارم از خوان کرم اوست. پس از حمد خداوند بر خود لازم می‌دانم از تمامی اساتید بزرگوار به ویژه اساتید دوره کارشناسی ارشد که در طول سالیان گذشته مرا در تحصیل علم و معرفت و فضائل اخلاقی، یاری نموده‌اند تقدیر و تشکر نمایم.

از زحمات بی‌دریغ و راهنمایی‌های ارزنده استاد گرامی و بزرگوار جناب آقای دکتر حمیدرضا زنگنه که راهنمایی اینجانب را در انجام تحقیق، پژوهش و نگارش این پایان‌نامه تقبل نموده‌اند نهایت تشکر و سپاسگزاری را دارم.

همچنین از تشریک مساعی آقایان دکتر بهرام جزی و دکتر سید احسان روزمه به عنوان اساتید داور دانشگاه که این پایان‌نامه را مورد مطالعه قرار داده و در جلسه دفاعیه شرکت نموده‌اند تشکر می‌نمایم.

در پایان از جناب آقای دکتر محمد ترکیهای اصفهانی که به عنوان نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه قبول زحمت نموده‌اند سپاسگزاری می‌نمایم.

چکیده :

در این پایان نامه ما عملکرد بلورهای فوتونی و همچنین بازده تبدیل شبه جفت شدگی فازی (QPM) برای بلورهای فوتونی غیرخطی دو بعدی با پنج نوع ساختار غیرخطی دو بعدی تناوبی از جمله شش گوش و مربعی و مستطیلی و مستطیل مرکز دار و ساختار کج برای دو نوع موتیف مستطیلی و دایره ای بررسی می کنیم. در این بررسی به این نتیجه می رسیم که موتیف مستطیلی روی یک بردار شبکه معکوس واحد نسبت به موتیف دایره ای دارای بازده بیشتری است شرط بهینه برای $ph-m$ یک فرآیند تکی موتیف های مستطیلی است که نقاط شبکه مجاور در یک خط متصل ادغام شوند و ساختار به یک ساختار QPM یک بعدی تبدیل می شود. اگر یک موتیف دایره ای انتخاب شود شبکه مستطیلی بهترین انتخاب برای مرتبه $Y(10)$ است و شرط بهینه این است که موتیف های دایره ای نقاط شبکه مجاور به یکدیگر متصل شوند.

همچنین بلورهای فوتونی غیرخطی سه بعدی بررسی شده و با به دست آوردن معادلات و نمودارهای مربوط به بازده تبدیل QPM برای ساختارهای مختلف با دو نوع موتیف کرولی و مکعب مستطیلی ماکزیمم بازده را برای هر ساختار به دست می آوریم و در پایان $\chi^{(2)}$ را برای دو ساختار $LiNbO_3$ و KTP محاسبه می کنیم.

کلمات کلیدی :

- ۱- بلورهای فوتونی غیرخطی
- ۲- بازده تبدیل
- ۳- شبه جفت شدگی فازی
- ۴- موتیف

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول: انتشار موج الکترومغناطیسی در ساختارهای دی الکتریک ترکیبی

۱-۱- مقدمه	۱
۲-۱- بلورهای فوتونی غیرخطی	۲
۳-۱- مقایسه ی الکترودینامیک و مکانیک کوانتومی	۳
۴-۱- مقایسه رفتار الکترون در بلور جامد با فوتون در بلور فوتونی	۵
۵-۱- معادلات ماکسول ماکروسکوپیکی	۸
۶-۱- معادلات ماکسول به صورت مساله ی ویژه مقداری	۱۱
۷-۱- انرژی الکترومغناطیس و اصل وردش	۱۴

فصل دوم: بلورهای فوتونی یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی

۱-۲- مقدمه ای بر بلورهای فوتونی	۱۶
۲-۲- بلور فوتونی یک بعدی	۲۱
۱-۲-۲- فیلم چند لایه	۲۲
۳-۲- منشأ فیزیکی شکاف نواری	۲۳
۴-۲- بررسی کمی ایجاد شکاف نواری فوتونی	۲۷
۵-۲- بلورهای فوتونی دو بعدی	۳۰
۱-۵-۲- شبکه مربعی از نقاط مجزای دی الکتریک با مقدار ثابت دی الکتریک بیشتر	۳۴
۲-۵-۲- یک شبکه مربعی با رگه های دی الکتریک	۳۶
۳-۵-۲- ساختاری با شکاف نواری کامل برای تمام پلاریزیشن ها	۳۹
۶-۲- بلورهای فوتونی سه بعدی	۴۱
۱-۶-۲- شبکه الماس از کره های دی الکتریک	۴۳
۲-۶-۲- ساختار یابلونوویت	۴۵
۳-۶-۲- ساختار افزازه چوبی	۴۸

فصل سوم: بلورهای فوتونی یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی

۴۹ ۱-۳- مقدمه
۵۱ ۲-۳- تولید هارمونیک دوم (SHG)
۵۲ ۳-۳- تولید جمع (SFG) و تفاضل فرکانس (DFG)
۵۵ ۴-۳- نوسانگر پارامتری نوری
۵۶ ۵-۳- فرآیندهای اپتیکی غیرخطی مرتبه سوم
۵۸ ۶-۳- تعریف رسمی از پذیرفتاری غیرخطی
۶۲ ۷-۳- ویژگی های پذیرفتاری غیرخطی
۶۳ ۱-۷-۳- تقارن حقیقت میدان ها
۶۴ ۲-۷-۳- تقارن جایگشت ذاتی
۶۴ ۳-۷-۳- تقارن کلینمن
۶۹ ۴-۷-۳- تقارن فضایی
۶۹ ۸-۳- تأثیر تقارن وارونگی روی پذیرفتاری غیرخطی مرتبه دوم
۷۰ ۹-۳- تعداد عناصر مستقل $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_2, \omega_1)$

فصل چهارم: بلورهای فوتونی غیرخطی دو بعدی و سه بعدی

۷۱ ۱-۴- بررسی $\chi^{(2)}$ در بلور فوتونی دو بعدی
۷۶ ۲-۴- انواع ساختارهای غیرخطی دو بعدی
۷۷ ۳-۴- آنالیز کلی یک بلور فوتونی غیرخطی دو بعدی
۷۷ ۱-۳-۴- شبکه اصلی
۷۹ ۲-۳-۴- شبکه معکوس
۸۳ ۴-۴- معادلات موج در یک NLPC دو بعدی
۸۷ ۵-۴- بازده تبدیل برای انواع ویژه ای از ساختارهای تناوبی دو بعدی
۸۷ ۱-۵-۴- توصیفات کلی از ضرائب فوریه
۹۴ ۶-۴- بازده برای مرتبه های QPM ویژه
۹۵ ۱-۶-۴- موتیف دایره ای
۹۸ ۲-۶-۴- موتیف مستطیلی
۱۰۲ ۷-۴- محاسبه بازده تبدیل برای بلور فوتونی غیرخطی سه بعدی

۱۰۲ ۱-۷-۴ - بلور فوتونی سه بعدی با موتیف کروی
۱۱۰ ۲-۷-۴ - بلور فوتونی سه بعدی با موتیف مکعب مستطیلی
۱۱۶ ۸-۴ - محاسبه ی برای دو بلور فوتونی غیرخطی
۱۱۹ ۹-۴ - نتیجه گیری
۱۲۱ فهرست مراجع
۱۲۳ پیوست الف
۱۲۸ پیوست ب

فهرست جدول ها

صفحه	عنوان
۳	جدول ۱-۱- مقایسه ی فرمول بندی الکترودینامیک در بلور فوتونی با فرمول بندی مکانیک کوانتومی در بلور حالت جامد
۳۶	جدول ۱-۲- عامل شدت برای باندهای دی الکتريک و هوا.....
۳۸	جدول ۲-۲- عامل شدت برای باندهای دی الکتريک و هوا.....
۸۷	جدول ۱-۴- بردارهای شبکه ی اصلی و معکوس و مساحت های سلول واحد پنج ساختار دو بعدی.....
۸۸	جدول ۲-۴- بازده تبدیل برای موتیف های دایره ای و مستطیلی.....
۱۰۱	جدول ۳-۴- ماکزیمم مربع ضرائب فوريه برای شبکه مستطیلی با موتیف مستطیلی
۱۱۴	جدول ۴-۴- ضرائب فوريه برای ساختارهای سه بعدی.....

فهرست شکل ها

صفحه	عنوان
۸	شکل ۱-۱- محیط دی الکتریک مختلط به صورت ترکیبی از مواد دی الکتریک همگن.....
۱۸	شکل ۱-۲- نمای ساده ای از سه نوع بلور فوتونی.....
۲۱	شکل ۲-۲- بلور فوتونی یک بعدی و پاسخ آن به دو طول موج متفاوت.....
۲۲	شکل ۳-۲- فیلم چند لایه ، بلور فوتونی یک بعدی.....
۲۶	شکل ۴-۲- چگالی انرژی میدان الکتریکی بالای باند اول (بالایی) و پائین باند دوم(پائینی).....
۳۱	شکل ۵-۲- نمایش دو هندسه پایه ی بلور فوتونی دو بعدی،راست: ساختار مربعی و چپ : ساختار مثلثی ...
۳۱	شکل ۶-۲- بلور فوتونی گرافیت (شکل راست) و فیبر براگ (شکل چپ).....
۳۱	شکل ۷-۲- نمای ساده ای از یک بلور فوتونی دو بعدی مربعی با استوانه های موازی دی الکتریک.....
۳۴	شکل ۸-۲- طرح های میدان الکتریکی برای مدهای بلوخ با قطبش TM.....
۳۵	شکل ۹-۲- طرح میدان مغناطیسی برای مدهای بلوخ با قطبش TE.....
۳۸	شکل ۱۰-۲- طرح های میدان الکتریکی برای مدهای بلوخ با قطبش TM.....
۳۸	شکل ۱۱-۲- طرح میدان مغناطیسی برای مدهای بلوخ با قطبش TE.....
۴۰	شکل ۱۲-۲- شبکه مثلثی شامل ستون هایی با ثابت دی الکتریک کمتر.....
۴۲	شکل ۱۳-۲- نمایی از یک شبکه سه بعدی.....
۴۶	شکل ۱۴-۲- ساختار یابلونوویت.....
۴۷	شکل ۱۵-۲- ساختار افزازه چوبی.....
۵۱	شکل ۱-۳- (a) هندسه تولید هماهنگ دوم (b) دیاگرام تراز انرژی توصیف کننده تولید هماهنگ دوم.....
۵۴	شکل ۲-۳- (a) هندسه برهم کنش تولید جمع فرکانس (b) توصیف تراز انرژی.....
۵۵	شکل ۳-۳- (a) هندسه برهم کنش تولید تفاضل فرکانس (b) توصیف تراز انرژی.....
۵۶	شکل ۴-۳- نوسانگر پارامتری نوری
۵۷	شکل ۵-۳- برهم کنش های مرتبه سوم (مورد کلی)
۷۲	شکل ۱-۴- نمای شماتیکی از یک بلور فوتونی $\chi^{(2)}$ دو بعدی.....
۷۶	شکل ۲-۴- پنج نوع مختلف از شبکه های براوایس.....
۱۰۰	شکل ۳-۴- شبکه ی شش گوش با موتیف مستطیلی.....
۱۰۱	شکل ۴-۴- (a) شبکه مستطیلی با $Y / a_2 = 1$ و (b) شبکه یک بعدی

فهرست نمودارها

صفحه	عنوان
۷	نمودار ۱-۱- پتانسیل پراکندگی بر حسب موقعیت برای الکترون ها در یک جامد و برای فوتون ها در یک محیط دی الکتریک نامنظم.....
۲۰	نمودار ۱-۲- چگالی حالت های میدان تابشی در فضای آزاد (چپ)- در بلور فوتونی (راست).....
۲۳	نمودار ۲-۲- نمودار فرکانس بر حسب بردار موج برای سه فیلم چند لایه، شکل چپ محیط همگن، شکل وسط ساختار با ثوابت ۱۳ و ۱۲ شکل راست، ساختار با ثوابت ۱ و ۱۳.....
۲۷	نمودار ۲-۳- ساختار باند یک فیلم چند لایه با ثابت شبکه a و لایه های متناوب با پهناهای متفاوت.....
۳۰	نمودار ۲-۴- نمودار پراکندگی یک بلور فوتونی یک بعدی.....
۳۳	نمودار ۲-۵- ساختار باند برای یک شبکه مربعی متشکل از میله های آلومین.....
۳۷	نمودار ۲-۶- ساختار باند برای یک شبکه مربعی با رگه های دی الکتریک.....
۴۰	نمودار ۲-۷- نمودار شکاف نواری شکل (۲-۱۳).....
۴۳	نمودار ۲-۸- یک شبکه پکیده fcc از کره هایی با ثابت دی الکتریک بالا ($\epsilon = 13$) مماس، در هوا.....
۴۴	نمودار ۲-۹- ساختار باند برای یک شبکه از کره های هوا در یک محیط دی الکتریک.....
۴۶	نمودار ۲-۱۰- نمودار شکاف نواری ساختار یابلونوویت.....
۴۸	نمودار ۲-۱۱- نمودار شکاف نواری ساختار یابلونوویت.....
۹۵	نمودار ۴-۱- بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی شش گوش با موتیف دایره ای برای مرتبه ی (۰ و ۱).....
۹۶	نمودار ۴-۲- بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی شش گوش با موتیف دایره ای برای مرتبه ی (۱ و ۱).....
۹۶	نمودار ۴-۳- بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی مربعی با موتیف دایره ای برای مرتبه ی (۰ و ۱).....
۹۷	نمودار ۴-۴- بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی مربعی با موتیف دایره ای برای مرتبه ی (۱ و ۱).....
۹۸	نمودار ۴-۵- بازده نرمال بر حسب R/a_1 برای معادله ی (۴-۶۷).....
۹۹	نمودار ۴-۶- بازده نرمال بر حسب X/a برای شبکه شش گوش با موتیف مستطیلی برای مرتبه های مختلف.....
۱۰۴	نمودار ۴-۷- بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی Sc با موتیف کروی.....
۱۰۷	نمودار ۴-۸- نمودار بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی bcc با موتیف کروی.....
۱۰۸	نمودار ۴-۹- نمودار بازده نرمال برحسب R/a شبکه ی fcc با موتیف کروی.....
۱۱۱	نمودار ۴-۱۰- بازده نرمال برحسب X/a شبکه ی hcp با موتیف مستطیلی.....

- نمودار ۱۱-۴ - بازده نرمال برحسب X/a شبکه ی Sc با موتیف مستطیلی..... ۱۱۲
- نمودار ۱۲-۴ - بازده نرمال برحسب X/a شبکه ی bcc با موتیف مستطیلی..... ۱۱۳
- نمودار ۱۳-۴ - بازده نرمال برحسب X/a شبکه ی fcc با موتیف مستطیلی..... ۱۱۴

فصل اول

انتشار موج الکترومغناطیسی در ساختارهای دی الکتریک ترکیبی

۱-۱- مقدمه

پیشرفت های فناوری امروز مرهون درک عمیق تر از خواص مواد می باشد. پیشرفت های اجداد ما از عصر حجر تا عصر آهن بزرگ ترین داستان بشریت است که نشان از درک سودمندی مواد طبیعی دارد. مردمان ماقبل تاریخ ابزارآلاتی بر اساس دانششان از دوام سنگ و سختی آهن ساخته اند. در واقع بشر آن زمان به این نتیجه رسیده بود که مواد را از زمینی که خواص مفید آن برایش به اثبات رسیده بود استخراج کند. سرانجام مهندسين اولیه یاد گرفتند که از مواد روی زمین بیشتر از آنکه از شکل خام استفاده کنند؛ آنها را به صورت مصنوعی درآورند. امروزه مجموعه ای از مواد مصنوعی همچون سرامیک ها و پلاستیک ها با گستره ای وسیع از خواص مکانیکی استفاده می شود. در قرن حاضر کنترل خواص مواد به حدی گسترش یافته که کنترل خواص الکتریکی را هم شامل می شود. پیشرفت هایی که در زمینه فیزیک نیمه هادی ها بدست آمده؛ ما را به سازمان دهی خواص رسانایی مواد قادر ساخته که منجر به انقلاب ترانزیستور در الکترونیک شده است.

در چند دهه اخیر مرزهای جدیدی با هدف کنترل خواص اپتیکی مواد باز شده که طیف عظیمی از پیشرفت های تکنولوژیکی را ممکن ساخته است. اگر بتوانیم وسایل اپتیکی که نور در آنها منتشر می شود را به گونه ای مهندسی کرد که نور با دقت بالا و اتلاف کمتر با بسامد خاصی در جهت های ویژه ای هدایت شود و حتی در مکان های خاصی جایگزیده شود سود بیشتری از فناوری فوتونیک عایدمان می شود. برای دستیابی به این اهداف در زمینه علم فوتونیک ناگزیر به بهره جستن از فناوری نانو در ساختار ابزار اپتیکی هستیم هدفی که مهندسین اپتیک امروزی در ذهن دارند دست یابی به بهره بیشتر از ابزار اپتیکی است که یکی از راه های آن استفاده از نانو ساختارهای دی الکتریک متناوب و یا بلورهای فوتونی در داخل ساختار ابزار اپتیکی است. هم اکنون فیبرهای بلور فوتونی اپتیکی که به سادگی نور را هدایت می کنند صنعت ارتباطات را متحول کرده اند میکرولیزرهای نیم رسانا، میکروکاوک های بلور فوتونی و موجبرهای بلور فوتونی بخش کوچکی از افزایش بهره ی وسایل اپتیکی است که با به کار گرفتن فناوری نانو در زمینه فوتونیک و در واقع استفاده از ساختارهای بلور فوتونی در آن حاصل شده است. به طور کلی بلور فوتونی مفهوم جدیدی در دانش مدرن است که بین چندین گرایش مختلف همچون نانو اپتیک، میکروالکترونیک و فیزیک حالت جامد ارتباط برقرار می کند [۱].

۱-۲- بلورهای فوتونی غیر خطی

بلورهای فوتونی غیرخطی ترتیب تناوبی از مواد دی الکتریک هستند که با بیم های نور به اندازه کافی قوی به منظور تغییر ثوابت دی الکتریک واکنش می کنند. در واقع با استفاده از بلورهای فوتونی غیرخطی تصور کنترل نور در مدارهای فوتونیک در سایز میکرو در مقایسه با مدارهای مجتمع الکترونیکی حال حاضر که الکترونها، جریان را کنترل می کنند به حقیقت می پیوندد. این مدارهای میکروفوتونیک تمام اپتیکی مجتمع می توانند تعداد زیادی از توابع در سیستمهای ارتباطات، مخابرات، اتصالات اپتیکی و فرآیند های اپتیکی را ارائه دهد. بلورهای فوتونیک غیرخطی برای کاوش پدیده فیزیکی جدیدی پایه ریزی شده اند؛ در واقع توانایی آنها در کنترل و بالا بردن میدان های نور در هندسه های جدید منحصر به فرد می باشد. برای مثال پالس های نور غیرخطی در بلورهای فوتونیک می توانند به شکل پالس های شبه سالیتون منتشر

شوند بدون تغییر شکل پالس در سرعت‌هایی بین صفر و سرعت نور در ماده. مثال دیگری از یک پدیده جدید که در آرایه های موجبر کوبل شده یافت شده سالیتهای جدا از هم است که در شدت خطی نور به سرعت در موجبر منتشر می شود در حالی که در شدت بالای نور غیر خطی به صورت متمرکز و اشباع شده در یک سالیتهای جدا در یک بخش باریکی از موجبرها یا یک موجبر تکی باقی می ماند. این خیال و تصور که نور، نور را در ساختارهای فوتونیک تناوبی کنترل کند با ظهور بلورهای فوتونیک غیرخطی محقق گردیده و در طول دو دهه اخیر به سرعت پیشرفت های زیادی حاصل شده است [۲].

۳-۱- مقایسه ی الکترودینامیک و مکانیک کوانتومی

به منظور مطالعه ی انتشار نور در یک کریستال فوتونیک ما ابتدا از معادلات ماکسول شروع کرده و آن را برای یک ساختار دی الکتریک مرکب تعمیم می دهیم. معادلات ماکسول در این گونه ساختارها به یک معادله ی ویژه مقداری هرمیتی خطی برای میدان الکترومغناطیسی می انجامد و در ادامه مقایسه ای بین معادلات کلاسیک الکترومغناطیس بدست آمده در ساختار بلور فوتونی، با معادلات ویژه مقداری در مکانیک کوانتومی انجام می دهیم. یک مقایسه بین این دو مورد در جدول (۱-۱) نشان داده شده است.

جدول ۱-۱- مقایسه ی فرمول بندی الکترودینامیک در بلور فوتونی با فرمول بندی مکانیک کوانتومی

در بلور حالت جامد [۳]

	مکانیک کوانتومی	الکترودینامیک
میدان	$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r})e^{-iEt/\hbar}$	$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$
مسأله ی ویژه مقداری	$\mathbf{H}\psi = E\psi$	$\hat{\Theta}\mathbf{H} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}$
اپراتور هرمیتی	$\mathbf{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mathbf{V}(\mathbf{r})$	$\hat{\Theta} = \nabla \times \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times$
ویژه مقدار	$E = \hbar\omega$	$E = \omega^2 / c^2$

به طور خلاصه می توان تشابهات و تفاوت هایی بین فرمول بندی مکانیک الکترو دینامیک در محیط دی الکتریک بلور فوتونی و فرمول بندی مکانیک کوانتومی الکترون ها در بلور جامد را به صورت زیر بیان کرد [۴].

همان گونه که در جدول (۱-۱) دیده می شود رفتار الکترون در بلور حالت جامد با معادله ی شرودینگر $\mathbf{H}\Psi(\mathbf{r}) = \mathbf{E}\Psi(\mathbf{r})$ مشخص می شود در مکانیک کوانتومی داشتیم که \mathbf{H} یک اپراتور هامیلتونین هرمیتی و $\Psi(\mathbf{r})$ تابع موج مکانیک کوانتومی یا ویژه تابع و \mathbf{E} ویژه مقدار انرژی است هامیلتونین از معادله ی زیر بدست می آید:

$$\mathbf{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mathbf{V}(\mathbf{r}) \quad (1-1)$$

که اولین جمله اپراتور انرژی و دومین جمله انرژی پتانسیل است. در حالی که نحوه ی انتشار موج الکترومغناطیسی در ساختار بلور فوتونی با معادله ی اصلی بلور فوتونی به شکل زیر مشخص می شود:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{O}}\mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \hat{\mathbf{O}}\mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) \end{aligned} \quad (2-1)$$

در مکانیک کوانتومی $\Psi(\mathbf{r})$ یک تابع اسکالر است در حالی که میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{H} بردارند که این مسأله منجر به ایجاد محدودیت های اضافی روی هندسه ساختار میکرو و ثابت دی الکتریک می گردد که می تواند شکاف نواری فوتونی تولید کند.

- در هر دو مورد، سیستم ها تقارن انتقالی دارند. در مباحث کوانتومی پتانسیل یونی بلور $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ تناوبی است و در فرمول بندی الکترو دینامیک بلور فوتونی تابع دی الکتریک $\varepsilon(\mathbf{r})$ تناوبی است.
- در موارد ویژه ای که پتانسیل مکانیک کوانتومی $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ تفکیک پذیر است برای مثال در مختصات دکارتی داریم:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \mathbf{V}_x(\mathbf{x})\mathbf{V}_y(\mathbf{y})\mathbf{V}_z(\mathbf{z}) \quad (3-1)$$

عملگر اصلی که هامیلتونی H است نیز تفکیک پذیر خواهد بود و مسأله ی برداری را می توان به سه مسأله ی نرده ای در سه جهت فضا تفکیک کرد. در حالی که در فرمول بندی بلور فوتونی چنین حالتی ممکن نیست حتی اگر $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ تفکیک پذیر باشد. در واقع اپراتور کرل در جدول (۱-۱) مربوط به الکترودینامیک جواب ها را برای جهت های مختلف جفت می کند.

- در هر دو مورد ویژه حالت ها می توانند به شکل حالت های بلوخ نوشته شوند موج الکترونی در حین حرکت در بلور پراکنده می شود که به خاطر تناوب، پراکندگی همدوس است. مدهای میدان در بلور فوتونی نیز به عنوان موج بلوخ پراکندگی همدوس دارد.
- نتایج الکترومغناطیسی قابل درجه بندی از نانومتر تا ابعاد میکروسکوپیکی بوده در حالی که مکانیک کوانتومی فقط برای سایزهای کوچک (نانومتر و کوچکتر) معتبر است.
- و در آخر در فرمول بندی کوانتومی بلور جامد ویژه حالتها در نواحی با انرژی پتانسیل پائین تر، ماکزیمم انرژی را دارند. در حالی که در فرمول بندی الکترودینامیک بلور فوتونی ویژه مدها با کمترین بسامد انرژی الکتریکی شان را در نواحی با ثابت دی الکتریک بیشتر جایگزیده می کنند و مدهای بسامد بالا به اشباع انرژی در نواحی با ثابت دی الکتریک پائین تر گرایش دارند.

۴-۱- مقایسه رفتار الکترون در بلور جامد با فوتون در بلور فوتونی

رفتار الکترون در یک بلور جامد با معادله شرودینگر به صورت زیر مشخص می شود:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi(\mathbf{x}) + \mathbf{V}(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x}) = \mathbf{E}\psi(\mathbf{x}) \quad (۴-۱)$$

m^* جرم موثر الکترون و $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ پتانسیل بلور جامد است که در فضا به طور تناوبی تغییر می کند به ازای انرژی های منفی، الکترون در نواحی که پتانسیل خیلی عمیق است به دام می افتد آهنگ تونل زنی الکترون از پتانسیل عمیق بلور بستگی به احتمال یافتن آن در نزدیکی

افت و خیزهای پتانسیل عمیقی دارد که الکترون در آن به دام افتاده است این آهنگ با افزایش انرژی الکترون افزایش خواهد یافت.

در مورد موج الکترومغناطیسی که با بسامد ω در محیط دی الکتریک ناهمگن و غیر پاشنده منتشر می شود معادله ی موج کلاسیک برای میدان الکتریکی به صورت زیر است:

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (5-1)$$

در این رابطه \mathbf{P} قطبش دی الکتریک ناهمگن است با فرض انتشار موج در محیط خطی معادله ی موج به صورت زیر ساده می شود:

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{fluct} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t^2} = \varepsilon_D \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} \quad (6-1)$$

در این رابطه \mathbf{E} دامنه میدان الکتریکی کند تغییر است. همچنین ثابت دی الکتریک کل به یک بخش مقدار میانگین ε_D و یک بخش نوسانی فضایی ε_{fluct} تجزیه می شود در یک محیط دی الکتریک غیر اتلافی ثابت دی الکتریک $\varepsilon(\mathbf{x})$ حقیقی و مثبت است و یک نقش قابل مقایسه با پتانسیل متغیر $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ در معادله ی شرودینگر را بازی می کند که موج الکترومغناطیسی را پراکنده می کند. با مقایسه ی دو معادله ی (5-1) و (6-1) تفاوت هایی را بین رفتار الکترون و فوتون مشاهده می کنیم که به صورت زیر بیان می شود:

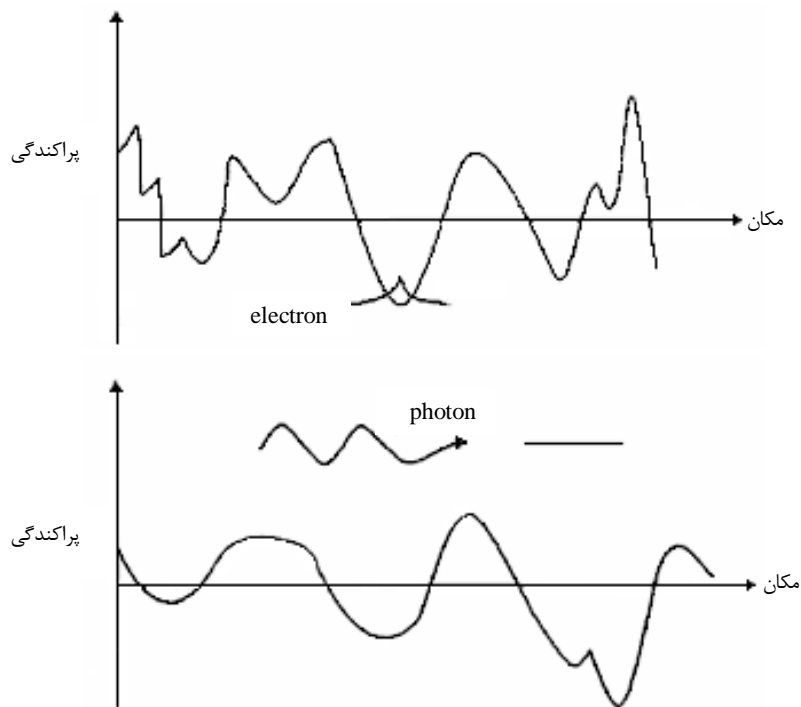
- اول اینکه مقدار $\left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)$ ε_D که نقش یک ویژه مقدار انرژی را بازی می کند همیشه مثبت

است که این از امکان داشتن حالت های مقید پایه ای در چاه های پتانسیل منفی عمیق جلوگیری می کند در حالی که الکترون می تواند با داشتن انرژی منفی در پتانسیل عمیق به دام افتد شکل (1-1).

- دوم اینکه بسامد مدی فوتون ω چند برابر پتانسیل پراکندگی $\varepsilon_{fluct}(\mathbf{x})$ است و در مقایسه با یک سیستم الکترونی که با کاهش انرژی الکترون جایگزیدگی آن در بلور جامد افزایش می یابد کاهش انرژی فوتون منجر به ناپدیدگی کامل پتانسیل پراکندگی می شود

علاوه بر این بررسی در حد بسامد پائین اپتیک پرتو هندسی معتبر است و تصحیحات تداخلی در انتقال اپتیکی تأثیر کمتری دارد که بدین معناست که در هر دو مورد، مدهای عمودی میدان الکترومغناطیسی گسترده اند و نه جایگزیده.

- و در آخر شرط $\epsilon_D + \epsilon_{fluct} > 0$ در کل ساختار ایجاب می کند که ویژه مقدار انرژی فوتون همواره از پتانسیل مؤثر $\left| (\omega^2 / c^2) \epsilon_{fluct} \right|$ بزرگتر باشد بنابراین برخلاف تصور جایگزیدگی الکترونی، آن چه که ما در مورد فوتون ها همواره در پی آن هستیم یک بازه بسامدی میانی در پیوستار انرژی مثبت فوتونی است که بالاتر از بیشترین مقدار سدهای پتانسیل قرار می گیرد. برای این بسامدها تداخل بین امواج الکترومغناطیسی ورودی و پراکنده کاملاً ویرانگر خواهد بود و همین امر اجازه ی انتشار هیچ مد فوتون آزادی را در ساختار دی الکتریک نخواهد داد [۵].



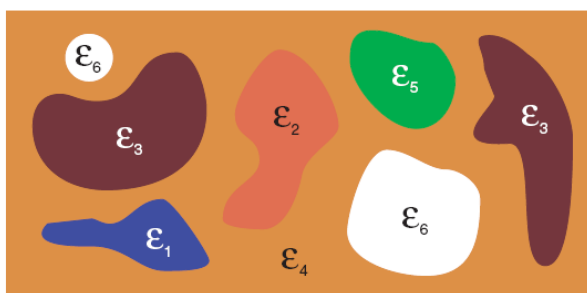
نمودار ۱-۱- پتانسیل پراکندگی بر حسب موقعیت برای الکترون ها در یک جامد (بالایی) و برای فوتون ها در یک محیط دی الکتریک نامنظم (پائینی) [۵].

۱-۵- معادلات ماکسول ماکروسکوپیکی

تمام الکترومغناطیس ماکروسکوپیکی که انتشار نور در یک بلور فوتونیک را شامل می شود؛ در چهار معادله ی ماکسول به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \mathbf{J} \end{aligned} \quad (7-1)$$

ما خود را به انتشار نور در یک محیط دی الکتریک مختلطی محدود می کنیم که ترکیبی از مواد دی الکتریک همگن به صورت تابعی از بردار مکان \vec{r} است و با زمان تغییر نمی کند و بارها یا جریانات آزاد وجود ندارد. این ترکیب نیازی نیست که تناوبی باشد مانند شکل (۱-۲).



شکل ۱-۱- محیط دی الکتریک مختلط به صورت ترکیبی از مواد دی الکتریک همگن [۱]

با این فرض داریم: $\mathbf{J} = 0$ و $\rho = 0$ حال به روابط بین \mathbf{D} با \mathbf{E} و \mathbf{B} با \mathbf{H} می پردازیم. به طور کلی مؤلفه های جابجایی میدان \mathbf{D}_i با مؤلفه های میدان الکتریکی \mathbf{E}_i از طریق سری توانی پیچیده ای ارتباط دارند.

$$\frac{D_i}{\epsilon_0} = \sum_j \epsilon_{ij} E_j + \sum_{j,k} \chi_{ijk} E_j E_k + O(E^3) \quad (8-1)$$

جمله ی مرتبه اول معرف اپتیک خطی و جملات بالاتر نمایانگر اپتیک غیرخطی است. برای ساده تر شدن این روابط فرضیاتی در مواد دی الکتریک که ساختار بلور را تشکیل