فصل اول
مفاهیم بنیادی و اصول شبکه‌های عصبی

۱-۱ از مغز تا شبکه‌ی عصبی ساختگی[1]

مغز انسان یک پردازنده فوق پیچیده، غیر خطی و موازی است که می‌تواند به شکل فوق العاده سریعی به پردازش داده‌های دریافتی از جانب محیط بپردازد. این سرعت پردازش، از سریع‌ترین کامپیوترهای امروزی، فوق العاده سریع‌تر است. به عنوان مثال در یک فعالیت بصری، مغز می‌تواند اطلاعات زیادی را به طور ناخودآگاه مورد پردازش قرار دهد و به فرآیند یادگیری دست یابد. این شبکه پیچیده (مغز)، با محیط پیرامون برهم‌کنش دائم دارد و اطلاعاتی را که برای مواجه شدن با محیط به آن‌ها نیاز داریم، مهیا می‌کند. اما این شبکه پیچیده چگونه کار می‌کند؟

در مغز انسان پردازنده‌های ساده‌ی زیادی به نام نرون وجود دارد که به شکل شیمیایی با همدیگر ارتباط دارند. تعداد نرون‌ها در مغز تا 10^{12} می‌رسد و این تعداد در حالت معمولی (عدم بیماری یا آسیب فیزیکی) تا پایان عمر ثابت باقی می‌ماند. نرون‌ها شبیه به توابعی غیر خطی و کرانه‌دار رفتار می‌کنند و می‌توانند یک پیام عصبی یا به عبارتی یک داده‌ی محیطی را به مغز منتقل و یا در مغز (نخاع) پردازش کنند[۱].

مغز را محیط انعطاف‌پذیری است که نرون‌ها را در خود جای داده است. نرون‌ها قابلیت پیشرفت دارند. این پیشرفت موجب تغییر شکل مغز و در نتیجه یادگیری خواهد شد. در دو سال نخست زندگی این تغییر شکل با سرعت بسیار سریعی صورت می‌پذیرد. در این سال‌ها غالب تغییرات بسیار محکم و برگشت‌ناپذیر خواهند بود. به

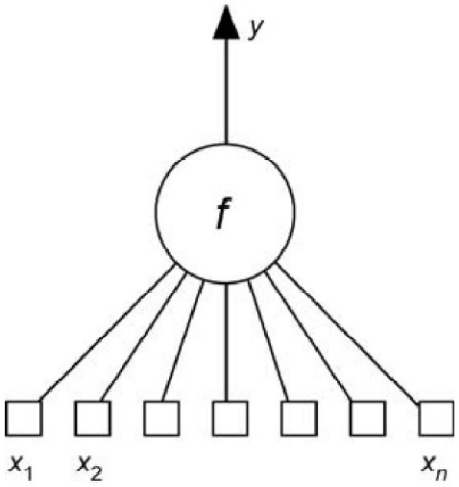
1-*Artifical Neural Network (ANN)*

همین جهت است که در حالت طبیعی، فراموش کردن زبان مادری یا فراموش کردن نحوه ی راه رفتن، امری محال به نظر می‌رسد. پس از دوسالگی نیز این محیط همچنان مورد تغییر قرار می‌گیرد، با این تفاوت که این تغییرات دیگر به محکمی قبل نیست. یعنی می‌توان از بین برود که این امر همان فراموشی است. گفته می‌شود که غالب این تغییرات در قشر مخ صورت می‌پذیرد. آن چه که این تغییرات، یا همان یادگیری را در مغز به وجود می آورد همان تجربه است.

شبکه‌ی عصبی ساختگی (که در ادامه، برای سادگی به آن شبکه عصبی می گوییم)، مدلی متکی بر ساختار و رفتار مغز است. در این مدل نیز تجربه، برای یادگیری شبکه به کار می‌رود. در واقع شبکه‌ی عصبی یک پردازش-گر موازی است که از واحدهای محاسبه‌گر ساده‌ای تشکیل شده است (شمای یکی از این محاسبه‌گرها را در شکل ۱-۱ می‌بینید). شبکه‌ی عصبی به کسب دانش تجربی می‌پردازد و این دانش را برای تصمیم‌گیری، به کار می‌برد. مدل شبکه‌ی عصبی از دو جهت به مغز انسان شباهت دارد:

۱- دانش، طی یک فرآیند یادگیری از طریق محیط اطراف کسب می‌شود.

۲- شدت ارتباط بین نرون‌ها، که به وزن سیناپسی[1] معروف است، برای ذخیره‌ی دانش آموخته شده به کار می‌رود.



شکل ۱-۱. یک نرون پردازش‌گر غیرخطی با تابع $f(x_1, x_2, ..., x_n; w_1, w_2, ..., w_n)$ که $\{x_n\}$ ورودی‌ها و $\{w_n\}$ وزن‌ها هستند.

فرآیندی که در طی آن یادگیری صورت می‌پذیرد به الگوریتم یادگیری معروف است. در این الگوریتم وزن‌های سیناپسی به گونه‌ای بهبود می‌یابند که به یک شکل دلخواه برسیم. تغییر دائمی وزن‌های سیناپسی، برخلسته

1- *synaptic weight*

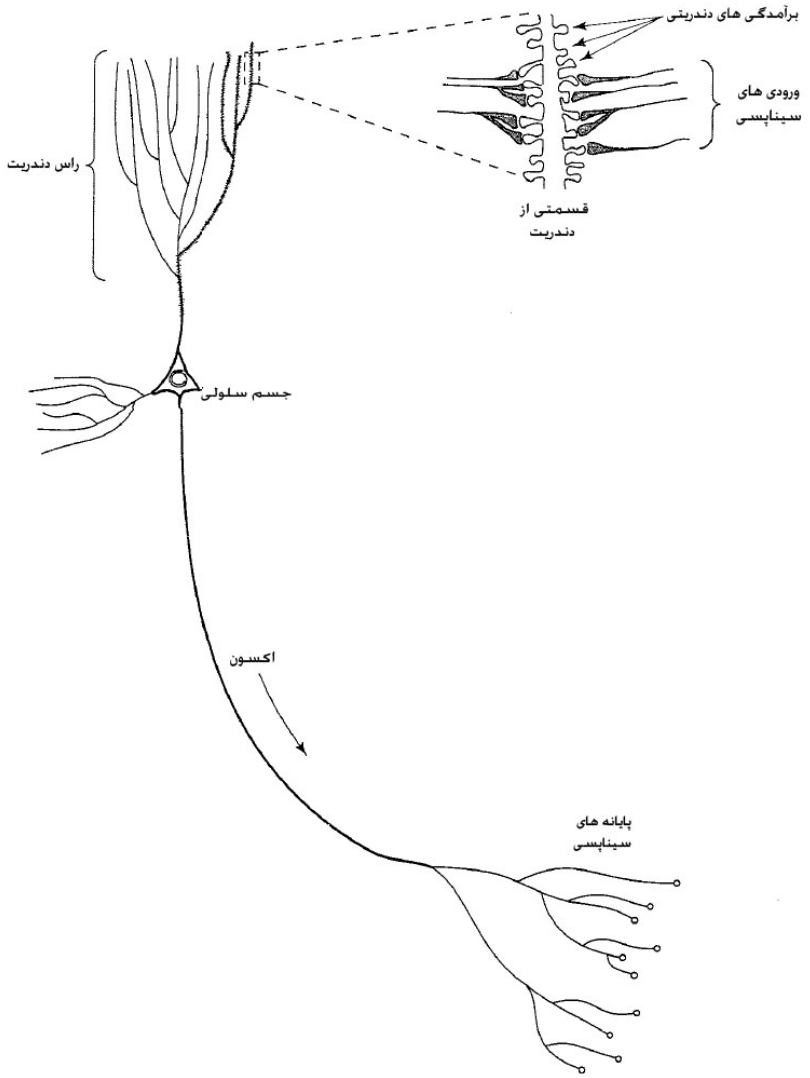
از این واقعیت است که این وزنها در مغز می‌توانند از بین بروند و دوباره ایجاد شوند. به اطلاعات محیطی که به شبکه عصبی وارد می‌شود به اصطلاح ورودی[1] و به اطلاعاتی که حاصل از این ورودی‌هاست، به اصطلاح خروجی[2] گفته می‌شود. در واقع شبکه عصبی با گزاره‌هایی منطقی سر و کار دارد که رابطه‌ی علت و معلولی بین آنها برقرار است. هر تابع ورودی به عنوان علت منجر به یک یا چند خروجی یا همان معلول می‌گردد. می‌توان گفت که آموختن ارتباط بین علت‌ها و معلول‌ها همان یادگیری است.

خروجی هر نرون یک ترکیب غیر خطی از ورودی‌های $\{x_n\}$ است که با متغیرهای $\{w_n\}$ وزن گرفته‌اند. به علاوه در یک شبکه عصبی نرون‌ها به صورت غیر خطی به هم متصل هستند. این غیرخطی بودن خاصیت بسیار مهمی است که می‌تواند پاسخگوی ورودی‌هایی باشد که به طور ذاتی غیرخطی‌اند (مانند تغییرات دما در طول روزهای متوالی یکسال).

نرون‌های شبکه‌ی عصبی انسان اشکال مختلفی دارند. گونه‌ای از آنها که در نخاع قرار دارند از سایر سلول‌های بدن بزرگترند. شکل ۱-۲ یک نرون هرمی را نشان می‌دهد که در قشر مخ قرار دارند. در جسم سلولی نرون‌ها کانال‌هایی از یون‌های منفی و مثبت وجود دارد که تحریک شدن و یا عدم تحریک یک نرون به باز یا بسته بودن این کانال‌ها بستگی دارد. وقتی که یک پیغام عصبی از طریق جایگاه‌های ورودی یا همان دندریت‌ها[3] به جسم سلولی وارد می‌شود کانال‌های حاوی یون مثبت باز شده و باعث بالا رفتن پتانسیل جسم سلولی می‌شوند. تا وقتی که این پتانسیل کمتر از $۴۰\ mV$ است تحریکی در نرون رخ نمی‌دهد اما وقتی که این پتانسیل از $۴۰\ mV$ گذشت، برانگیزش[4] نرون صورت می‌پذیرد. میزان باز شدن کانال‌های یون مثبت به میزان ورودی‌هایی بستگی دارد که به دندریت وارد می‌شوند. به پتانسیل $۴۰mV$ پتانسیل آستانه[5] گفته می‌شود. اگر تحریک به حدی زیاد باشد که برانگیزش در نرون صورت گیرد، این نرون نیز به شبکه می‌پیوندد و از طریق اکسون[6] پیامی به دندریت سایر نرون‌ها می‌فرستد. برای پردازش و انتقال یک پیغام عصبی $۱۰^۵$ نرون وارد عمل می‌شوند. دندریت یک نرون هرمی می‌تواند از ۱۰۰۰۰ نرون دیگر اطلاعات دریافت کند و در پی آن، اکسون این نرون‌ها می‌تواند با هزاران نرون دیگر در ارتباط باشد. بین اکسون نرون فعال و دندریت نرون غیرفعال یک پایانه‌ی سیناپسی وجود دارد. این پایانه عبارت از یک فضای سیناپسی بسیار کوچک است که ماده‌ای شیمیایی (تاکنون بیش از ۵۰ ماده‌ی شیمیایی در پایانه‌های سیناپسی شناسایی شده است) در آن انتشار می‌یابد. این ماده از اکسون نرون فعال ساطع شده و به دندریت نرون غیر فعال می-

1-*input*
2-*output*
3-*Dendrites*
4-*firing*
5-*threshold potential*
6-*Axon*

رود. این ساز و کار می‌تواند منجر به تحریک نرون غیر فعال گردد. وقتی که فرآیند انتقال پیام در نرون به پایان رسید و مواد شیمیایی نرون برانگیخته در اکسون آزاد شد، کانال‌های حلوی یون‌های منفی باز می‌شوند و پتانسیل نرون را به پایین‌تر از حد آستانه می‌رسانند تا نرون برای انتقال پیام بعدی آماده گردد[۱],[۲].



شکل۲-۱. شمای یک نرون هرمی که از سه قسمت دندریت، اکسون و جسم سلولی تشکیل شده است.

حافظه در قشر مخ قرار دارد. اتصال نرون‌ها در قشر مخ به صورت یک زنجیره‌ی پشت سر هم نیست بلکه این اتصال کاملا غیر خطی و موازی است. نرون‌ها به دلایل نامعلومی گاه با یکدیگر ارتباط برقرار می‌کنند و گاهی این ارتباط برقرار نمی‌گردد. در هر فرآیند یادگیری ممکن است دو اتفاق رخ دهد. اولی تشکیل وزن جدید بین دو نرون و دومی اصلاح وزن بین دو نرون است. این مسئله همان انعطاف پذیری مغز است که پیش‌تر راجع به آن صحبت کردیم[۱],[۲].

اگر بخواهیم یک نرون را مدل‌بندی کنیم، ابتدا باید یک جمع کننده را به عنوان فعالیت نرون در نظر بگیریم[۳]

$$v = \sum_{i=0}^{n-1} w_i x_i \qquad (۱-۱)$$

همانطور که قبلا هم گفتیم w_i ها وزن‌های سیناپسی ورودی و x_i ها ورودی‌های یک نرون هستند. اما همانگونه که اشاره کردیم، هر نرون دارای یک ولتاژ پایه[۱] برای تحریک است. اگر جمع ورودی‌ها به اندازه‌ای نباشد که جسم سلولی نرون به سطح این ولتاژ برسد، برانگیزش صورت نخواهد گرفت. پس می‌توانیم یک ثابت منفی به عنوان این ولتاژ پایه به رابطه‌ی (۱-۱) اضافه کنیم:

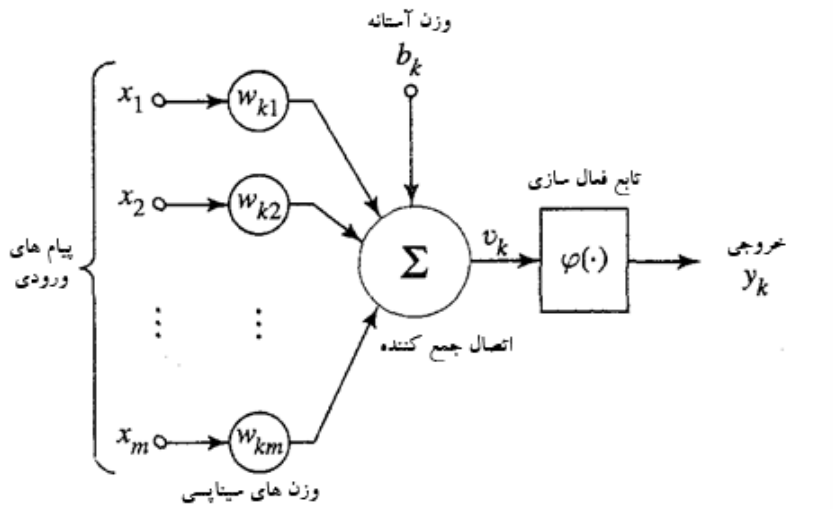
$$v = \phi + \sum_{i=0}^{n-1} w_i x_i \qquad (۱-۲)$$

که در این رابطه ϕ همان ولتاژ پایه است. حال بنا به اندازه‌ی ورودی‌ها و وزن‌ها (شدت‌های ورودی)، نرون یک خروجی می‌دهد. در اکثر مواقع این خروجی به شکل یک اختلاف پتانسیل در دو سر اکسون ظاهر می‌شود. در واقع خطی بودن یا غیر خطی بودن فعالیت نرون نیز از همین جا ناشی می‌شود. پس ما نیز برای مدل‌بندی شبکه‌ی عصبی می‌توانیم از تابع f استفاده کنیم.

$$y = f(v) = f\left(\phi + \sum_{i=0}^{n-1} w_i x_i\right) \qquad (۱-۳)$$

به تابع f، تابع فعال سازی[۲] گفته می‌شود و می‌تواند خطی یا غیر خطی انتخاب شود. به طور معمول تابع فعال سازی مقداری در بازه‌ی $[۰,۱]$ یا $[-۱,۱]$ دارد. در بخش ۱-۲ به طور مفصل به توابع فعال‌سازی خواهیم پرداخت. در شکل ۱-۳ خاصیت جمع کنندگی یک نرون به صورت تصویری نشان داده شده است[۴].

1-*Bias*
2-*activation function*



شکل ۱-۳نرون به عنوان یک جمع کننده

۱-۲ انواع توابع فعال‌سازی

در حالت کلی به هر نرون یک تابع فعال‌سازی نسبت داده‌می‌شود. توابع فعال سازی به منزله‌ی تاثیر هر نرون بر روی حاصل جمع ورودی‌ها به حساب‌می آیند. خطی بودن یا غیرخطی بودن این توابع می‌تواند سهم به سزایی در نحوه‌ی رفتار شبکه داشته باشد. در ادامه به بیان انواع این توابع می‌پردازیم:

۱-۲-۱ تابع آستانه‌ای[1]

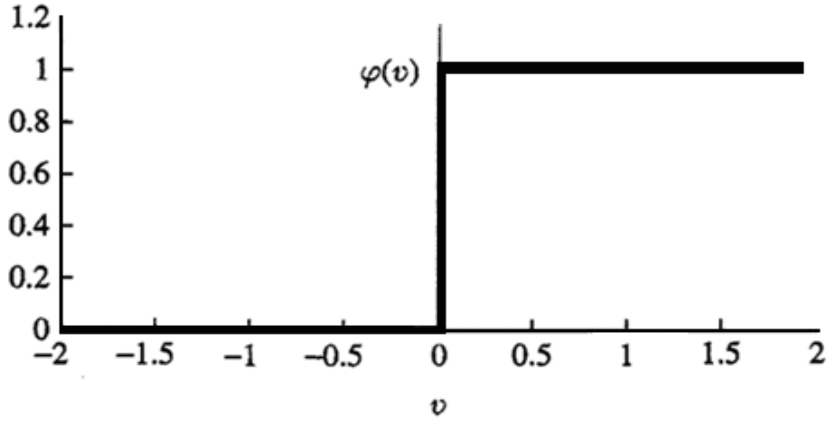
این تابع در شکل ۱-۴نشان داده‌شده است و به صورت زیر می‌باشد:

$$\phi(v)=\begin{cases}1 & if \quad v\geq 0\\ 0 & if \quad v<0\end{cases} \qquad (۱-۴)$$

تابع آستانه ای به تابع هویساید هم معروف است. در صورت استفاده از این تابع خروجی نرون مقدار ۰ یا ۱ خواهد بود. v به میدان منطقه‌ای معروف است. در تابع هویساید اگر میدان منطقه‌ای مثبت یا صفر باشد خروجی نرون برابر ۱ خواهد بود و در غیر این صورت خروجی صفر است. این بیان توصیف کننده‌ی مدل *McCulloch- Pitts*

1-*Threshold function*

است. می‌توان گفت که این مدل، اولین مدل در شبکه‌های عصبی ساختگی به حساب‌می آید که در سال ۱۹۴۳ ارائه شده است.



شکل ۱-۴ تابع آستانه‌ای هویساید

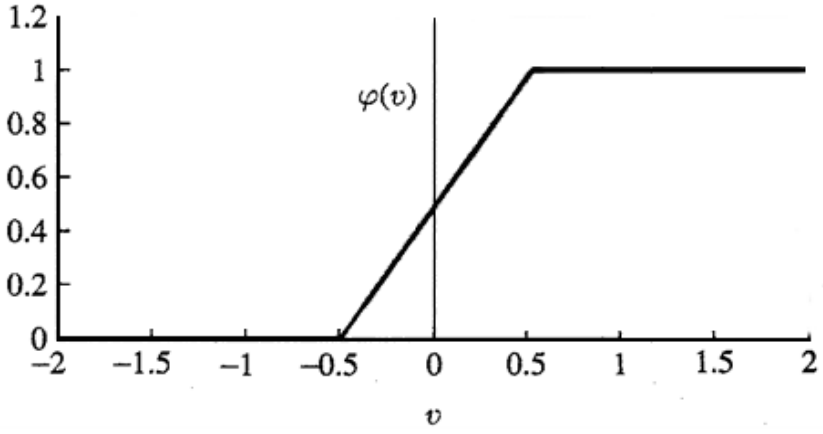
۱-۲- ۲ تابع خطی، تکه‌ای[1]:

این تابع در شکل ۱-۵نشان داده شده است.

بیان ریاضیاتی این تابع به شکل زیر است:

$$\phi(v)=\begin{cases}1 & if \quad v\geq+\frac{1}{2}\\ v & if \quad +\frac{1}{2}>v>-\frac{1}{2}\\ 0 & if \quad v\leq-\frac{1}{2}\end{cases} \qquad (۵-۱)$$

این تابع را می توان به عنوان تقریبی برای یک تقویت کننده‌ی خطی به کار برد.



1 -*piece wise-linear function*

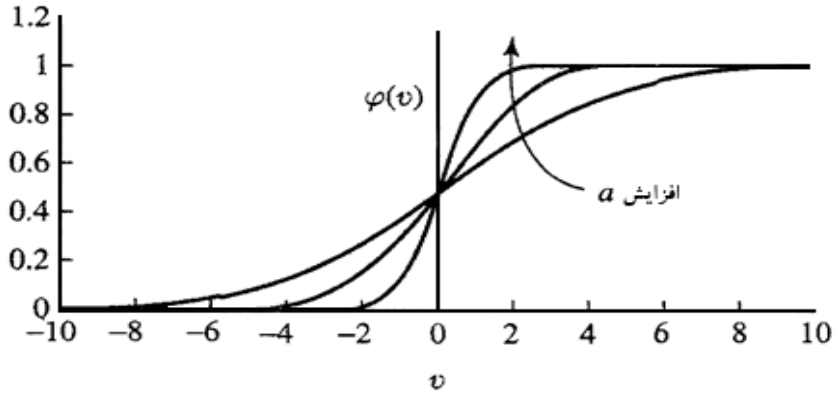
شکل ۱-۵ تابع خطی پله‌ای

۱-۲-۳ تابع حلقوی[1]:

این تابع را در شکل ۱-۶ می‌بینید. شکل تابع حلقوی شبیه به S است و در بسیاری از شبکه‌های عصبی به عنوان تابع فعال‌سازی به کار می‌رود. این توابع به شکل توابعی اکیداً صعودی تعریف می‌شوند که تعادل قابل قبولی را بین رفتار خطی و غیر خطی از خود بروز می‌دهند. مثلی از توابع حلقوی، تابع منطقی[2] است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(v)=\frac{1}{1+\exp(-av)} \qquad (۱-۶)$$

در اینجا a پارامتر شیب[3] تابع حلقوی است. همانطور که در شکل ۱-۶ بنشان داده شده است، با تغییر a می‌توانیم شیب‌های متفاوتی را برای تابع حلقوی به دست آوریم. در واقع شیب در مرکز برابر $a/4$ است. به طور حدی اگر a بی‌نهایت بزرگ باشد، تابع حلقوی به یک تابع هویساید تبدیل می‌شود. برخلاف تابع هویساید که خروجی ۰ یا ۱ دارد، توابع حلقوی می‌توانند طیف پیوسته‌ای از ۰ تا ۱ را به عنوان خروجی داشته باشند. این‌نکته حائز اهمیت است که توابع حلقوی مشتق‌پذیرند در حالی که تابع هویساید فاقد این خاصیت است. مشتق‌پذیری در شبکه‌ی عصبی خاصیت مهمی است که در فصل بعد به آن خواهیم پرداخت.



شکل ۱-۶ تابع حلقوی

1-*Sigmoid function*

2-*logistic function*

3-*slope parameter*

تا اینجا تمامی توابع فعالسازی مورد بحث خروجی بین ۰ تا ۱ داشتهاند. اما گاهی لازم است که این خروجی بین ۱- تا ۱+ باشد. در این شرایط تابع فعالسازی باید شکل پادمتقارنی نسبت به مبدا داشته باشد. به عبارت دیگر توابع فعالسازی میبایست توابع فردی از میدان منطقهای v باشند. در این حالت تابع آستانهای به شکل زیر تعریف می شود:

$$\phi(v)=\begin{cases}1 & if \quad v>0\\ 0 & if \quad v=0\\ -1 & if \quad v<0\end{cases} \qquad (۷-۱)$$

این تابع، به تابع علامت معروف است[1].

همچنین اگر بخواهیم این خاصیت را برای توابع حلقوی داشته باشیم،می توانیم از تابع تانژانت هیپربولیک استفاده کنیم:

$$\phi(v)=\tanh(v) \qquad (۸-۱)$$

این نوع از توابع حلقوی میتوانند خروجی منفی هم داشته باشند و شکل بسیار سودمندی از توابع فعالسازی در شبکهی عصبی به حساب میآیند.

۱-۲-۴ مدل اتفاقی نرون

مدل عصبی نشان داده شده در شکل ۱-۳ به نوعی قطعی محسوب میشود،یعنی رفتار ورودی - خروجی برای هر ورودی به صورت دقیق تعریف میشود. در برخی از کاربردهای شبکهی عصبی، لازم است که این شبکه بر پایهی یک مدل عصبی اتفاقی قابل توصیف باشد. به این ترتیب تابع فعالسازی مدل *McCulloch-Pitts* یک رفتار احتمالاتی را ارائه میدهد. در این مدل نرون تنها میتواند در یکی از حالتهای ۱+ یا ۱- باشد. اما تصمیم برای اینکه نرون تحریک شود (از ۱- به ۱+ برود احتمالاتی است). x را حالت نرون و $P(v)$ را احتمال تحریک آن در نظر میگیریم. که در آن v میدان منطقهای نرون است. در صورت میتوان نوشت:

$$x=\begin{cases}+1 & \text{با احتمال } P(v)\\ -1 & \text{با احتمال } 1-P(v)\end{cases} \qquad (۹-۱)$$

که در آن شکل استاندارد $P(v)$ تابع حلقوی زیر است:

1 -*signum function*

$$P(v)=\frac{1}{1+\exp(-v/T)} \qquad (۱-۱۰)$$

در این رابطه T به منزله‌ی یک دمای غیر حقیقی[1] است که سطح اختلال و درنتیجه تحریک شدن نرون را کنترل می‌کند. دقت کنید که در اینجا T دمای فیزیکی نیست، بلکه متغیری است که نوسانات متناظر با اثرات سیناپسی را کنترل می‌کند. وقتی که $T\to 0$ می‌رود نرون تصادفی که با رابطه‌ی بالا توصیف می‌شود به شکل بدون اختلال (یا معین) تقلیل می‌یابد که همان مدل *McCulloch-Pitts* است.

جدول ۱-۱ چند نمونه از توابع فعال سازی و مشتقات آنها

تابع فعال سازی	فرمول $a=f(u)$	مشتق $df(u)/du$
حلقوی	$\phi(v)=1/\left(1+e^{-v/T}\right)$	$\phi(v)(1-\phi(v))/T$
تانژانت هیپربولیک	$\phi(v)=\tanh(v/T)$	$\left[1-\phi(v)^2\right]/T$
معکوس تانژانت	$\phi(v)=2/\pi\left(\tan^{-1}[v/T]\right)$	$(2/\pi T)\left(1/1+[v/T]^2\right)$
آستانه‌ای	$\phi(v)=\begin{cases}1 & if \quad v>0\\ -1 & if \quad v<0\end{cases}$	مشتق در v=۰ وجود ندارد
گاوسی	$\phi(v)=\exp\left[-\|v-m\|^2/\sigma^2\right]$	$-2(v-m)\cdot f(v)/\sigma^2$
خطی	$\phi(v)=av+b$	a

۱-۳ معماری شبکه

در این قسمت به بررسی طریقه قرار گرفتن نرونها و طرز به هم پیوستن آنها در شبکه‌ی عصبی می‌پردازیم. به طور کلی می‌توانیم شبکه‌ی عصبی را گرافی بدانیم که از یالها و گرهها تشکیل شده است. در ادامه به بررسی نوع این گراف در انواع شبکه‌های عصبی می‌پردازیم[۳].

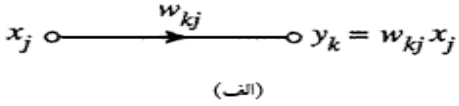
۱-۳-۱ شبکه‌ی عصبی به عنوان یک گراف جهت‌دار

یک گراف عبور دهنده‌ی پیام، شبکه‌ای با یالهای جهت‌دار است که این یالها در نقاط مشخصی به نام گره اتصال برقرار می‌کنند. گره‌ی j یک پیام متناظر به نام x_j دارد. یال جهت‌دار از گره‌ی j شروع و به گره‌ی i ختم می‌شود.

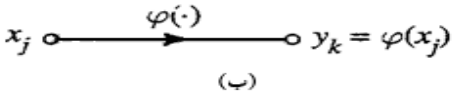
1-*Pseudotemperature*

این یال جهت‌دار متناظر با یک تابع تبدیل است. این تابع مشخص‌کننده‌ی وابستگی پیام y_k در گره‌ی k به پیام x_j در گره‌ی j است. سه اصل بر عبور پیام در قسمت‌های مختلف گراف حاکم است:

- عبور پیام در یک یال، تنها در راستای جهت یال صورت می‌پذیرد. در یک شبکه‌ی عصبی دو نوع یال قابل تشخیص هستند. یکی از آنها یال‌های سیناپسی است که رفتار آنها از رابطه‌ی خطی ورودی- خروجی، تبعیت می‌کند. این رفتار همانطور که در شکل ۱-۷- الف نیز نشان داده شده است به صورت ضرب پیام x_j در وزن سیناپسی w_{kj} است. حاصل این ضرب نیز تولید پیام گره‌ی y_k است. نوع دیگر یال‌ها، یال‌های فعال‌سازی هستند که در حالت کلی رفتار آنها از یک رابطه‌ی غیرخطی ورودی- خروجی پیروی می‌کند. این نوع از ارتباط در شکل ۱-۷- ب آمده است و در آن $\phi(\cdot)$ تابع غیرخطی فعال‌سازی است.
- هر گره در شبکه، معادل با جمع جبری همه‌ی پیام‌های ورودی به آن گره است که از طریق یال‌های متفاوت صورت می‌پذیرد. این مطلب در شکل ۱-۸- الف نمایش داده شده است.
- پیام خروجی از یک گره به تمام یال‌هایی فرستاده می‌شود که از آن گره سرچشمه می‌گیرند. این انتقال مستقل از تابع انتقال یال‌های خروجی است. این واگرایی سیناپسی در شکل ۱-۸- ب مشخص شده است.

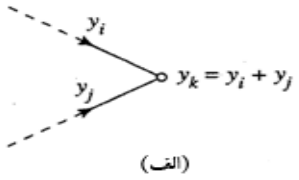


(الف)

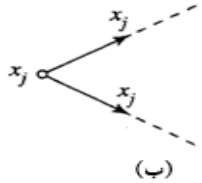


(ب)

شکل ۱-۷ الف) یالی که در آن حاصل ضرب ورودی در وزن صورت می‌گیرد ب) یال فعال‌سازی



(الف)



(ب)

شکل ۱-۸ الف) همگرایی ورودی‌ها در نرون

ب) واگرایی خروجی‌ها از نرون

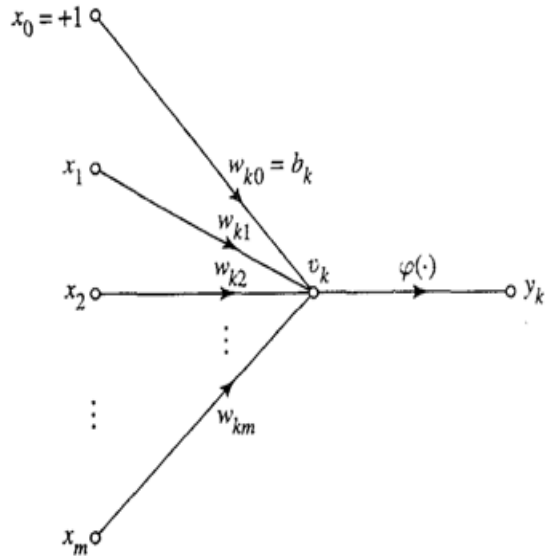
گراف جهت دار به شکل کامل تعریف می‌شود. به این معنی که نه تنها پیام از نرونی به نرون دیگر می‌رود بلکه پیام در داخل هر نرون هم جریان دارد[۳]. با صرف نظر از این جریان اخیر می‌توانیم گراف کامل جزیی تعریف کنیم. این گراف با مشخصه‌های زیر تعریف می‌شود:

۱- گره‌های منبع، پیام‌های ورودی گراف را مهیا می‌کنند.

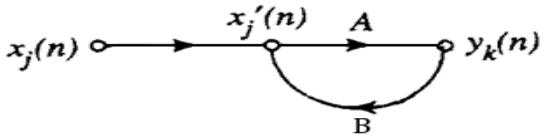
۲- هر نرون با یک گره‌ی منفرد که به آن گره‌ی محاسبه‌گر گفته می‌شود، نشان داده می‌شود.

۳- یال‌های ارتباط دهنده، گره‌های منبع و گره‌های محاسبه‌گر را به یکدیگر متصل می‌کنند. این یال‌ها جهت جریان پیام را در گراف تعیین می‌کنند.

گراف جهت‌دار جزیی، توصیف‌کننده‌ی طرح‌بندی شبکه‌ی است. شکل ۱-۹، حالت ساده‌ای را نشان می‌دهد که در آن یک نرون منفرد به m نرون منبع متصل شده است و یک گره‌ی منفرد نیز به عنوان پتانسیل ثابت در +۱ ثابت شده است. در این شکل نرون محاسبه‌گر به شکل توپر و نرون‌های منبع به شکل مربع‌های توخالی نشان داده شده است.



شکل ۱-۹طرح یک شبکه‌ی جلوسو. یک نرون به m نرون منبع (ورودی) متصل است.



شکل ۱-۱۰ گراف جلوسو دارای بازخورد

گاهی نیز در شبکه‌های عصبی، بازخورد[1] وجود دارد. بازخورد در یک سیستم دینامیکی وقتی وجود دارد که خروجی سیستم به‌نوعی بر خودش اثر داشته باشد. به این ترتیب برای انتقال پیام در یک شبکه ممکن است یک یا چند مسیر بسته وجود داشته باشد. در واقع بازخورد در سیستم عصبی بیشتر حیوانات دیده‌می‌شود. این مسأله در نوع خاصی از شبکه‌ها دیده‌می‌شود که به شبکه‌های عصبی بازگشت کننده[2] معروف‌اند. شکل ۱-۱۰ یک گراف دارای بازخورد را نشان می‌دهد که در آن پیام ورودی با $x_j(n)$، پیام داخلی با $x'_j(n)$ و پیام خروجی با $y_k(n)$ نشان داده می‌شود. همه‌ی این پیام‌ها تابعی از متغیر گسسته‌ی زمان هستند. در این گونه گراف‌ها شبکه شامل یک مسیر جلوسو و یک مسیر بازخورد است که این مسیرها به ترتیب در شکل با A و B نشان داده شده‌اند. در این حالت خروجی مسیر جلوسو به خاطر وجود بازخورد تحت تاثیر خودش قرار می‌گیرد. از شکل ۱-۱۰ رابطه‌ی خروجی –ورودی زیر حاصل می‌شود:

$$y_k(n) = A\left[x'_j(n)\right] \qquad (۱۱-۱)$$

و

$$x'_j(n) = x_j(n) + B\left[y_k(n)\right] \qquad (۱۲-۱)$$

در این روابط علامت براکت برای تاکید بر عملگر بودن A و B وارد شده است. با حذف $x'_j(n)$ در بین دو رابطه‌ی بالا داریم:

$$y_k(n) = \frac{A}{1 - AB}\left[x_j(n)\right] \qquad (۱۳-۱)$$

سیستم بازخورد شکل ۱-۱۱ را در نظر بگیرید. برای A، یک وزن ثابت w وجود دارد و B عملگری با یک واحد زمانی تاخیر z^{-1} است که موجب می‌شود خروجی نسبت به ورودی یک واحد زمانی تاخیر پیدا کند(یعنی گام

1 -*Feedback*
2 -*Recurrent network*

خروجی در گام زمانی n و ورودی در گام زمانی $n-1$ است). می‌توانیم عملگر حلقه‌ی بسته را به شکل زیر نشان دهیم:

$$\frac{A}{1-AB}=\frac{w}{1-wz^{-1}}=w\left(1-wz^{-1}\right)^{-1} \qquad (۱۴-۱)$$

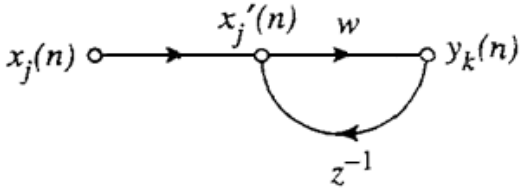
با توجه با استفاده از بسط دو جمله‌ای برای مخرج، می توان رابطه‌ی بالا را به شکل زیر نوشت:

$$\frac{A}{1-AB}=w\sum_{l=0}^{m}w^{l}z^{-1} \qquad (۱۵-۱)$$

بنابراین داریم:

$$y_k(n)=w\sum_{l=0}^{m}w^{l}z^{-1}\left[x_j(n)\right] \qquad (۱۶-۱)$$

در این‌جانیز براکت برای تاکید بر عملگر بودن z^{-1} وارد شده است.



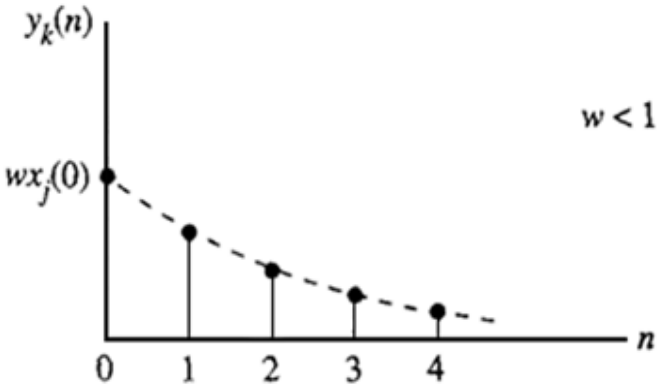
شکل ۱-۱۱ بازخورد تک حلقه‌ای

به این ترتیب با استفاده از تعریف z^{-1} خواهیم داشت:

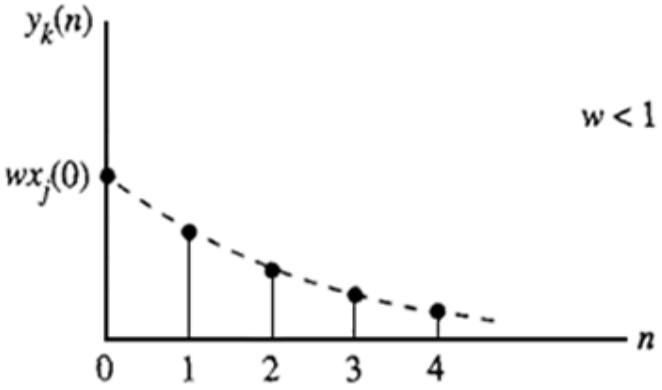
$$z^{-1}\left[x_j(n)\right]=x_j(n-1) \qquad (۱۷-۱)$$

که در آن $x_j(n-1)$، یک از پیام ورودی است که یک واحد زمانی به تاخیر افتاده است. به این ترتیب می‌توان پیام ورودی را به عنوان جمعی از پیام‌های ورودی $x_j(n)$ حاضر و گذشته، در نظر گرفت.

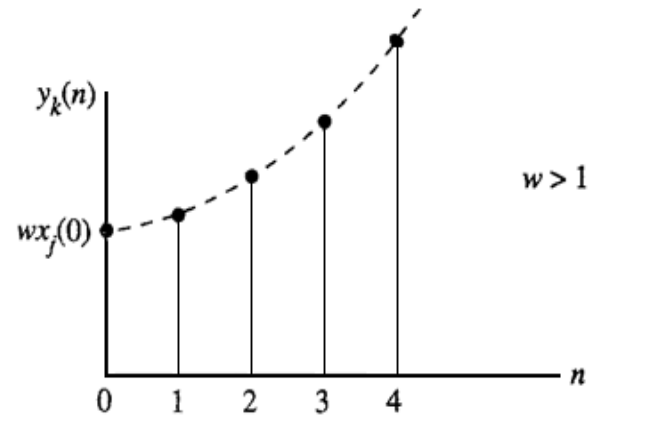
از روابط بالا دیده می‌شود که رفتار دینامیکی سیستم با وزن w کنترل می‌شود. در شرایطی که $w<1$ باشد، $y_k(n)$ به طور نمایی همگرا می‌شود و سیستم پایدار است(همانطور که در شکل ۱-۱۲ مشخص است). اما اگر $w\geq 1$ باشد، $y_k(n)$ واگرا می‌شود. یعنی سیستم ناپایدار است. اگر $|w|=0$ باشد این واگرایی خطی خواهد بود و در صورت بزرگتر بودن علامت، واگرایی غیرخطی است. در شکل‌های ۱-۱۳ و ۱-۱۴ این دو حالت را می‌بینید.



شکل ۱-۱۲همگرایی برای $w<1$



شکل ۱-۱۳واگرایی برای $w=1$



شکل ۱-۱۴واگرایی برای $w>1$

وقتی که $|w|<1$، سیستم حافظه‌ی بینهایت دارد. یعنی خروجی سیستم وابسته به نمونه‌های ورودی است که تا گذشته‌ی بی‌نهایت ادامه دارد. اما این حافظه محوشدنی است، یعنی تاثیر نمونه‌های گذشته به طور نمایی با زمان کاهش می‌یابد. به این همین خاطر تحلیل رفتار دینامیکی شبکه‌ی عصبی شامل بازخورد پیچیده است.

۱-۳-۲ انواع شبکه‌های عصبی:

روشی که به طریق آن نرون‌های یک شبکه عصبی ساختاربندی می‌شود، با الگوریتم یادگیری که برای آموزش شبکه به کار می‌رود، ارتباط نزدیکی دارد. بنابراین برای صحبت کردن راجع به الگوریتم یادگیری یک شبکه‌ی عصبی، باید ساختار شبکه‌ی عصبی را در نظر داشته باشیم. در این‌جانظر خود را صرفاً به ساختار شبکه معطوف می‌کنیم.

در حالت کلی سه دسته ساختار مختلف برای شبکه‌ی عصبی وجود دارد:

- شبکه‌های جلوسوی تک لایه

در یک شبکه عصبی جلوسو پیام فقط در راستای جلو پیش می‌رود و هیچ یالی به سمت عقب وجود ندارد. در شبکه‌ی عصبی تک لایه، نرون‌ها یک لایه را تشکیل می‌دهند. ساده‌ترین شکل شبکه‌ی تک لایه به این صورت است که یک لایه‌ی ورودی از گره‌های منبع داشته باشیم و نرون‌های این لایه را به نرون‌های لایه‌ی خروجی (لایه‌ی محاسبه‌گر) وصل کنیم. برعکس این امر ممکن نیست. به عبارت دیگر این شبکه ساختاری اکیداً جلوسو یا غیرچرخشی دارد. این مطلب در شکل ۱-۱۵ نشان داده شده است. در این شکل چهار گره در هر کدام از لایه‌های ورودی و خروجی وجود دارد. به چنین شبکه‌ای، شبکه‌ی تک لایه گفته می‌شود. نمی‌توانیم لایه‌ی ورودی را به عنوان لایه‌ای در شبکه‌ی عصبی حساب کنیم. چون در این لایه هیچ گونه محاسبه‌ای انجام نمی‌شود. به همین دلیل، به این شبکه تک لایه گفته می‌شود. در این شبکه نرون‌هایی که محاسبه‌گر هستند به نرون‌های خروجی معروف‌اند و نرون‌هایی که به منبع متصل‌اند و اطلاعات محیط را به شبکه وارد می‌کنند به نرون‌های ورودی معروف‌اند.

- شبکه‌های جلوسوی چند لایه

در این ساختار یک یا چند لایه‌ی پنهان[1] وجود دارد. در این شبکه‌ها، گره‌های محاسبه‌گر در لایه‌های پنهان واقع شده‌اند. نرون‌های پنهان، به شکل موثری بین ورودی‌ها و خروجی‌های شبکه حایل شده‌اند. با افزودن یک یا چند لایه‌ی پنهان به شبکه، شبکه قادر خواهد بود که آمار بیشتری را استخراج کند. این خصوصیت وقتی که ورودی‌های

1-*hidden layer*

شبکه بیشتر باشد، بیشتر به چشم می‌آید. البته این امر کلی نیست و بر اساس تعداد ورودی‌ها هموار ه یک مقدار ایده-آل برای نرون‌های لایه‌ی پنهان وجود دارد.

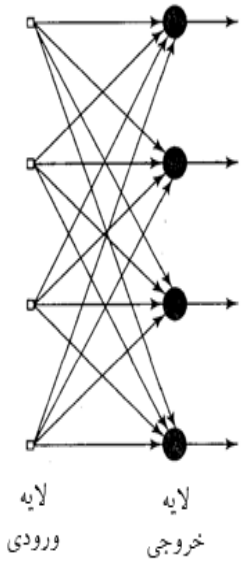
گره‌های منبع در لایه‌های ورودی شبکه، بردارهای ورودی الگوهای فعال سازی را ارائه می‌دهند. این بردارها به عنوان پیام‌های ورودی برای نرون‌های لایه‌ی پنهان اول محسوب می‌شوند. خروجی‌های این لایه نیز به عنوان ورودی‌های لایه‌ی پنهان دوم محسوب می‌شوند و این روند به همین صورت ادامه پیدا می‌کند. در حالت عمومی هر لایه در شبکه، فقط از لایه‌ی قبل از خودش ورودی دریافت می‌کند. خروجی آخرین لایه‌ی شبکه‌ی عصبی به عنوان عکس‌العمل شبکه، در قبال الگوی فعال‌سازی اعمال شده بر لایه‌ی اول (منبع) محسوب می‌شود. خروجی لایه‌ی آخر، خروجی کلی شبکه عصبی به حساب می‌آید. شکل ۱-۱۶ شبکه‌ی عصبی چند لایه با یک لایه پنهان را نشان می‌دهد. به این ترتیب می‌توان شبکه‌های مختلفی را ترسیم کرد که m نرون در لایه‌ی منبع، h_1 نرون در لایه‌ی پنهان اول، h_2 نرون در لایه‌ی پنهان دوم و q نرون در خروجی داشته باشند. شبکه عصبی ترسیم شده در شکل ۱-۱۶ یک شبکه‌ی کاملاً متصل [1] است. به این معنی که هر کدام از گره‌ها در هر لایه به تمام گره‌های لایه‌ی بعدی متصل هستند. حال اگر تعدادی از اتصالات بین گره‌ها کم شود، گفته می‌شود که شبکه، اتصال جزیی [2] دارد.

- شبکه‌های بازگشت‌کننده [3]

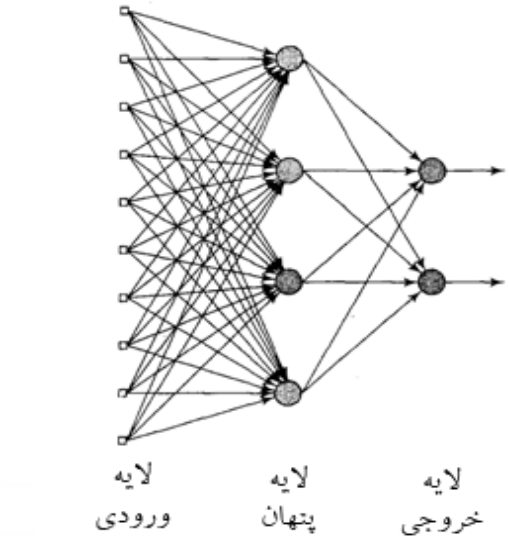
این شبکه‌ها با شبکه‌های جلوسو فرق دارند. به این دلیل که در این شبکه‌ها حداقل یک حلقه‌ی بازخورد وجود دارد. برای مثال، یک شبکه بازگشت کننده می‌تواند از یک لایه‌ی نرونی تشکیل شده باشد که پیام خروجی هر کدام از نرون‌ها می‌تواند به عنوان ورودی سایر نرون‌ها منظور گردد. معماری این شبکه در شکل ۱-۱۷ نمایش داده شده است. در شکل ۱-۱۸ دسته‌ی دیگری از شبکه‌های بازگشت‌کننده که دارای لایه‌ی پنهان نیز هستند، مشخص شده است. بازخوردهای ناشی از نرون‌های پنهان که در شکل ۱-۱۸ مشخص شده‌اند، همانند خروجی این نرون‌ها هستند.

وجود حلقه‌های بازخورد که در شکل‌های ۱-۱۷ و ۱-۱۸ دیده می‌شوند، تاثیر بسزایی بر توانایی یادگیری شبکه دارد. به علاوه حلقه‌های بازخورد، انشعاب‌های خاصی هستند که یک واحد تاخیر را بر شبکه اعمال می‌کنند (این تاخیر با z^{-1} نشان داده می‌شود) که نتیجه‌ی آن رفتار دینامیکی غیرخطی است.

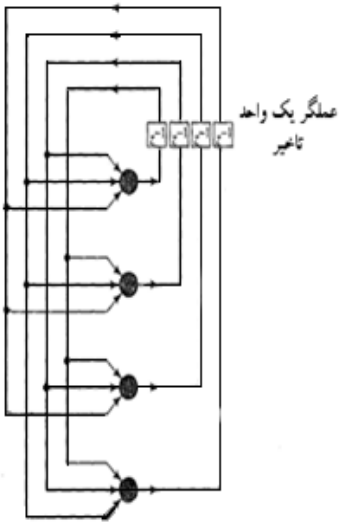
1-*fully connected*
2-*partially connected*
3-*Recurrent Network*



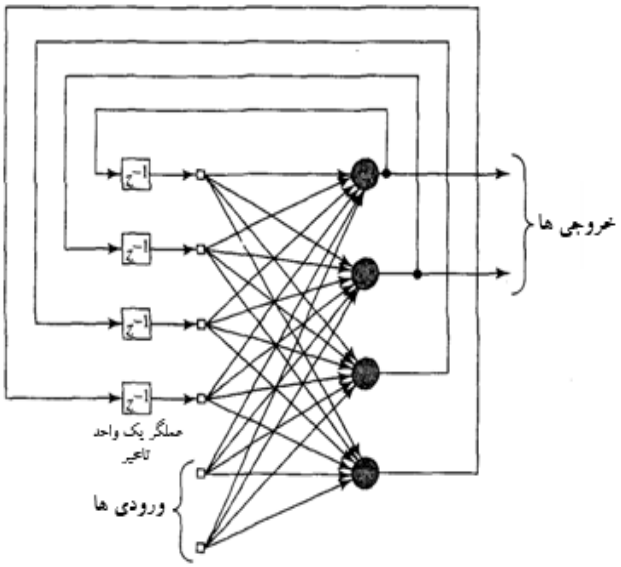
شکل ۱-۱۵شبکه جلوسوی تک لایه



شکل ۱-۱۶شبکه جلوسوی چند لایه‌ی کاملاً متصل



شکل ۱-۱۷شبکه بازگشت‌کننده



شکل ۱-۱۸شبکه بازگشت کننده با لایه‌ی پنهان

۱-۴ ارائه دانش

دانش عبارت است از اطلاعات یا مدلهای ذخیره شده‌ای که توسط یک فرد یا ماشین برای تفسیر، پیش‌بینی و یا پاسخ مناسب به جهان بیرونی، مورد استفاده واقع می‌شود. در واقع یک ماشین هوشمند، زمانی می‌تواند جوابهای خوبی ارائه دهد که اطلاعات مناسبی به آن داده شده باشد. شبکه ی عصبی نیز نوعی ماشین هوشمند محسوب می‌شود. اما شکل‌های ممکن برای ارائه اطلاعات ورودی به یک شبکه ممکن است بسیار متعدد باشد[۳].

وظیفه‌ی اصلی یک شبکه عصبی شناختن مدلی از جهان (محیط) است که به اندازه‌ی کافی با جهان واقعی سازگار باشد. اطلاعاتی که برای آموزش شبکه عصبی مورد استفاده قرار می‌گیرند عموماً از نوع دانشی هستند که با ابزارهای اندازه‌گیری به دست‌می آیند و ممکن است که شامل خطا نیز باشند.

الگوهای اطلاعات ورودی به یک شبکه می‌توانند برچسب‌دار یا بدون برچسب باشندباشند. در الگوهای برچسب‌دار، هر الگوی ورودی دارای پاسخ معلوم است. به این پاسخ، پاسخ مورد قبول[۱] گفته می‌شود. از طرف دیگر الگوهای بدون برچسب، با استفاده از خود پیامها، تشخیص‌های متفاوتی را بروز می‌دهند. در هر صورت، یک مجموعه از اطلاعات چه برچسب‌دار باشد و چه بدون برچسب، دانشی را در مورد محیط تحت مطالعه به شبکه عصبی می‌دهد که این اطلاعات باعث یادگیری شبکه می‌گردد.

به مجموعه‌ای از جفت اطلاعات ورودی و خروجی که در آن پیامهای ورودی، منجر به تولید پیامهای خروجی معلوم (خروجی قابل قبول) می‌گردند، یک مجموعه داده‌ی آموزشی[۲] یا الگوی آموزش[۳] گفته می‌شود. برای روشن شدن این مطلب بگذارید تا مثال تشخیص اعداد دست‌نوشت را مطرح کنیم. در این مسئله پیامهای ورودی عبارت از عکس‌هایی با نقطه‌های سیاه و سفید هستند. هر کدام از عکس‌ها دربرگیرنده‌ی یکی از ده عدد تک رقمی است که به خوبی از زمینه متمایز شده است. خروجی قابل قبول برای هر عکس عددی است که روی آن نوشته شده است. الگوی آموزش شامل تعداد زیادی اعداد دست‌نوشت است که به‌نوعی دنیای واقعی را ارائه می‌دهد. با داشتن چنین الگوهایی، شبکه عصبی مراحل زیر را طی می‌کند:

- نخست، یک ساختار مناسب برای شبکه عصبی انتخاب‌می‌شود. تعداد گره‌ها در ورودی این شبکه برابر با تعداد داده‌های سیاه و سفید عکس‌ها است و تعداد نرون‌های محاسبه‌گر در لایه‌ی خروجی برابر با ده است (هر خروجی مربوط به یک عدد است). زیرمجموعه‌ای از الگوها، برای آموزش شبکه مورد استفاده قرار می‌گیرد. به این مرحله از طراحی شبکه، یادگیری گفته می‌شود.

[1] -*desired response*
[2] -*training data*
[3] -*training sample*

- دوم، مرحله‌ی آزمودن شبکه است و با الگوهای جدیدی که هنوز به شبکه ارائه نشده‌اند، می‌توانیم شبکه را بیازماییم. به این ترتیب که عکسی را به شبکه ارائه می‌دهیم، بدون این‌که عنوان کنیم عکس، نشان دهنده‌ی چه عددی است. در این حالت شبکه عصبی از مقایسه‌ی این الگو با الگوهای پیشین جواب مناسب را ارائه خواهد داد. این دومین مرحله از عملیات انجام گرفته روی شبکه است که به عمومیت دادن[1] معروف است.

به طور معمول، محیط مشاهده‌پذیرهای ما با یک مدل ریاضی فرمول‌بندی می‌شود و سپس با استفاده از این مدل ریاضی نتایج موردنظر، از محیط استخراج می‌گردد. اما شبکه عصبی به طور مستقیم با خود تجربیاتی که در محیط بروز داده است، سر و کار دارد. بنابراین شبکه عصبی، هم مدلی مجازی از محیط ارائه می‌دهد و هم تابعی برای پردازش اطلاعات موردنیاز می‌سازد.

الگوهای مورد استفاده برای آموزش یک شبکه عصبی می‌توانند هم شامل الگوهای مثبت و هم شامل الگوهای منفی باشند. در یک شبکه عصبی دانش ارائه شده از محیط اطراف، به وسیله‌ی مقادیر پارامترهای آزاد شبکه (یعنی وزنها و پتانسیل‌های ثابت)، تعریف می‌شود.

چهار قاعده برای ارائه‌ی دانش به شبکه عصبی وجود دارد:

قاعده‌ی ۱: ورودی‌های مشابه، از دسته‌های مشابه، به طور معمول رفتار یکسانی را در شبکه از خود بروز می‌دهند و بنابراین باید به عنوان اعضای یک مجموعه‌ی یکسان طبقه‌بندی شوند.

معیار اندازه‌گیری خاصی برای تعیین شباهت بین ورودی‌ها وجود دارد. این معیار بر پایه‌ی فاصله‌ی اقلیدسی استوار است. الگوی ورودی x_i را به عنوان یک ماتریس ستونی در نظر می‌گیریم:

$$\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{im}]^{\mathrm{T}} \qquad (۱-۱۸)$$

همه‌ی مولفه‌های این ماتریس حقیقی هستند. علامت T نشان دهنده‌ی ترانهاده‌ی ماتریس است. فاصله‌ی اقلیدسی بین یک جفت ماتریس $m \times 1$ که با x_i و x_j نشان داده می‌شوند، به شکل زیر است:

$$d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| = \left[\sum_{k=1}^{m} (x_{ik} - x_{jk})^2\right]^{1/2} \qquad (۱-۱۹)$$

[1] -*generalization*