

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه شهید باهنر کرمان
دانشکده علوم - بخش فیزیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک

بررسی تابش ترمزی نسبی در محیط دی الکتریک تراوا

استاد راهنما:

دکتر محمد رضا مطلوب

مؤلف:

محمد مهدی صادقی

شهریور 88



دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

گروه فیزیک

دانشکده علوم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: آقای محمدمهدی صادقی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا مطلوب

داور ۱: دکتر جعفر جهانپناه

داور ۲: دکتر احمد شیخی

نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر محمد مهدی یزدانپناه

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه است.

تقدیم ہے

پدر و مادر م

سپاسگزاری

پس از شکر و سپاس خداوند منان، بدینوسیله بر خود واجب می‌دانم از کلیه کسانی که در طول تدوین این پایان نامه مرا یاری دادند، به ویژه استاد گرانقدر آقای دکتر محمدرضا مطلوب تشکر کنم.

همچنین از پدر و مادر گرامی ام و خانواده عزیزم که مرا در تمام مراحل زندگی یاری نموده‌اند، سپاسگذارم.

چکیده

در این پایان نامه تابش ترمزی نسبیتی در حضور دی‌الکتریک تراوا بررسی می‌شود. فوتون و الکترون توسط میدانهای کوانتومی توصیف می‌شوند. برای توصیف فوتون، میدان الکترومغناطیسی در حضور دی‌الکتریک تراوا کوانتیزه و برای توصیف الکترون از کوانتش مرتبه دوم معادله دیراک بهره گرفته می‌شود. نتایج تابش ترمزی در حضور دی‌الکتریک تراوا با نتایج تابش ترمزی در فضای تهی مقایسه می‌شود. این مسأله هنگامی که محیط دارای ضریب شکست منفی است مورد توجه قرار گرفته است.

فهرست

صفحه	عنوان
۱	فصل اول. مقدمه.....
۸	فصل دوم. کوانتس میدان الکترومغناطیسی.....
۸	(۱-۲) کوانتس میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی
۱۷	(۲-۲) کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور دی‌الکتریک تراوا.....
۳۱	(۳-۲) کوانتس مرتبه دوم.....
۳۷	فصل سوم. بررسی تابش ترمزی غیرنسبیتی در فضای تهی نامتناهی.....
۳۸	(۱-۳) تابش ترمزی غیرنسبیتی در فضای تهی نامتناهی.....
۵۱	فصل چهارم. بررسی تابش ترمزی نسبیتی در فضای تهی نامتناهی.....
۵۲	(۱-۴) تابش ترمزی نسبیتی در فضای تهی نامتناهی.....
۷۱	فصل پنجم. بررسی تابش ترمزی نسبیتی در محیط دی‌الکتریک تراوا.....

۷۲	(۱-۵) تابش ترمزی نسبیتی در محیط دی‌الکتریک جاذب و مغناطیده.....
۷۴	(۲-۵) محاسبه احتمال در واحد زمان.....
76	(3-5) محاسبه سطح مقطع پراکندگی در محیط تراوا.....
82	(4-5) مقایسه سطح مقطع دیفرانسیلی در حضور دی‌الکتریک تراوا و فضای تهی.....
۸۲	(۱-۴-۵) ضریب شکست مثبت.....
۸۵	(۲-۴-۵) ضریب شکست منفی.....
۹۱	فصل ششم. خلاصه مطالب و نتایج.....
۹۴	مراجع.....

فصل اول

مقدمه

(1-1) مقدمه

در اوایل قرن بیستم فیزیکدانان زیادی در ارتباط با تابش الکترومغناطیس مشاهدات تجربی انجام دادند که نتایج آنها نمی توانست با نظریه کلاسیک توجیه شود. این تجربیات پدیده های زیر و برخی پدیده های دیگر را در بر می گرفت:

1- طیف تابش جسم سیاه¹

2- اثر فوتوالکتریک²

3- تابش ترمزی³ و طیف های پرتو x

4- گسیل خود به خود⁴

5- اثر کمپتون⁵ و...

ما در این پایان نامه به بررسی تابش ترمزی نسبیتی خواهیم پرداخت. در آوریل سال 1887 نیکولا تسلا، لامپی مشابه لامپ های ویلیام کروکس ساخت و در مقاله ای در سال 1897 به آکادمی علوم نیویورک با عنوان اشعه x خاطر نشان ساخت که لامپی که او ساخته است به دلیل آنکه دارای فقط یک الکتروود منحصر به فرد اشعه x است و الکتروود هدف ندارد متفاوت از لامپ های ویلیام کروکس⁶ است [1]. این اختراع مبتنی بر پدیده ای بود که بعدها پدیده برم-اشترالانگ⁷ نام گرفت.

۱ Spectrum of black body radiation

۲ Photo electric effect

۳ Bremsstrahlung effect

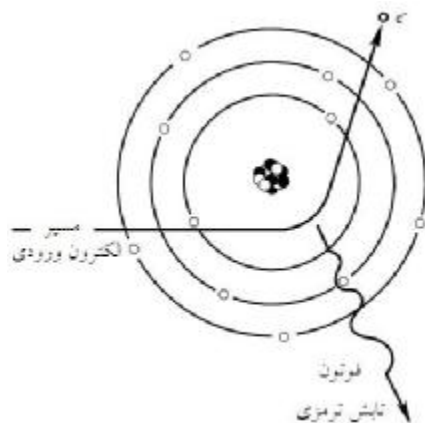
۴ Spontaneous emission

۵ Compton effect

۶ William crookes

۷ Bremsstrahlung

در این پدیده وقتی الکترون با یک اتم سنگین برخورد می‌کند، الکترون تحت تاثیر نیروی ناشی از برخورد از مسیر مستقیم خود منحرف می‌شود، یعنی شتاب می‌گیرد. طبق نظریه الکترومغناطیس کلاسیک انتظار می‌رود که الکترون منحرف شده، با توجه به این برخورد شتابدار، تابش کند و محل برخورد را با انرژی جنبشی کمتر از آنچه که داشت، ترک کند [2]. در نظریه کوانتومی انتظار می‌رود که الکترون منحرف شده یک یا چند کوانتای گسسته انرژی، یا فوتون تابشی تولید کند [2]. تولید فوتون تابشی را در چنین برخوردی، اغلب تابش ترمزی⁸ یا برم-اشترالانگ می‌نامند. برم‌اشترالانگ در لغت، یک واژه آلمانی است که از دو کلمه برم⁹ به معنی ترمز کردن و اشترالانگ¹⁰ به معنی تابش می‌باشد. این پدیده در شکل (1-1) به صورت طرح وار رسم شده است.



شکل (1-1) پدیده تابش

در نظریه کوانتومی تابش تک فوتون‌های گسسته پیشگویی می‌شود اما در نظریه الکترومغناطیس کلاسیک انرژی این تابش را در حین شتاب ذره باردار، پیوسته پیشگویی می‌شود. قابل ذکر است

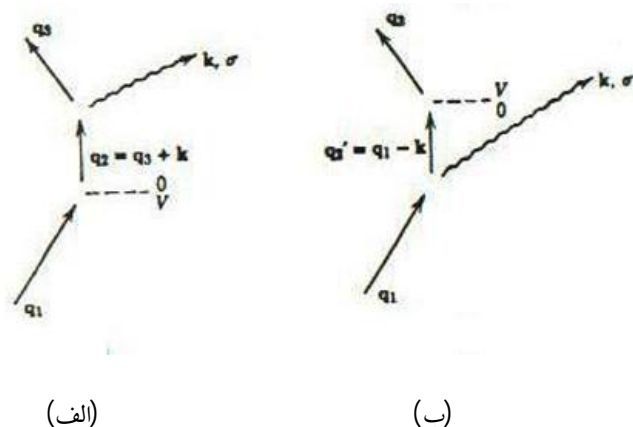
⁸ Bremsstrahlung

⁹ Bremsen

¹⁰ Strahlung

آنچه در فرایند تابش ترمزی رخ می‌دهد آشکارا در تولید پرتو γ نیز دیده می‌شود. به طور دقیق تر این تابش به خاطر برهمکنش کولنی بین ذره باردار پرتابی و هسته یک اتم سنگین به وجود می‌آید [2]. به این صورت که الکترون با یک تکانه اولیه از نزدیکی هسته اتم عبور می‌کند و در اثر برهمکنش کولنی بین الکترون و هسته اتم این الکترون مقداری از انرژی خود را به هسته سنگین داده و مقداری از انرژی نیز به صورت تک فوتون‌هایی تابش می‌شود و در نهایت به یک تکانه نهایی می‌رسد.

برای بررسی این فرایند در الکترودینامیک کوانتومی قبل از هر چیز ما باید نمودار این فرایند را بدانیم. این نمودارها ما را به تحلیل بهتر رهنمون می‌سازند. کلاً احتمال اتفاق افتادن یک فرایند را به سطح مقطع برخورد نسبت می‌دهیم. از آنجا که مفهوم و ارتباط سطح مقطع پراکندگی و احتمال اتفاق افتادن یک فرایند تا حدود بسیار زیادی به هم نزدیک است [3]، ما در این پایان‌نامه بر روی محاسبه این کمیت (سطح مقطع پراکندگی) متمرکز خواهیم شد. در الکترودینامیک کوانتومی فرایند تابش ترمزی را به صورت دیگری نیز می‌توان نشان داد. به این صورت که ابتدا الکترون ورودی بر خلاف نمودار اول با هسته سنگین وارد برهمکنش نمی‌شود، بلکه ابتدا فوتون تابش کرده و در مرحله بعد با هسته سنگین وارد برهمکنش می‌شود [4]. با توجه به اینکه احتمال وقوع این نمودارها در الکترودینامیک کوانتومی یکسان و مربوط به فرایند تابش ترمزی هستند، به طوری که نمی‌توان مشخص کرد کدام نمودار ارجح است، برای به دست آوردن احتمال کل وقوع این فرایند باید احتمال وقوع این فرایندها را با هم جمع کنیم. شکل این نمودارها به صورت طرح وار در شکل (1-2) نمایش داده شده‌اند.



شکل (2-1) نمودارهای تابش ترمزی

پیش از هر چیز لازم است ابتدا به صورت فهرست وار و خلاصه مباحثی را شرح دهیم:

اهمیت کوانتس در بررسی برهمکنش الکترومغناطیسی

هدف ما در این پایان نامه بررسی تابش ترمزی نسبی در حضور ماده همگن سه بعدی همراه با خواص الکتریکی و مغناطیسی آن است. برای این منظور باید برهمکنش ماده با میدان الکترو-مغناطیسی را در نظر بگیریم. زمانی که پرتویی بر ماده می‌تابد برهمکنش‌های مختلفی روی می‌دهد (اثر تابش و ماده). برهمکنش تابش و ماده را می‌توان به سه طریق متفاوت بررسی کرد. اولین روش، رهیافت کلاسیک است. در این روش، میدان الکترومغناطیسی با استفاده از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک و ذره نیز کلاسیک توصیف می‌شوند. این روش ساده‌ترین روش است اما متأسفانه از توصیف اکثر پدیده‌هایی میکروسکوپی مثل پدیده خلق و فنا به صورت کامل عاجز است. در رهیافت دوم میدان الکترومغناطیسی را همچنان به صورت کلاسیک در نظر گرفته

می‌شود ولی ذرات به صورت کوانتومی توصیف می‌شوند. این روش، نظریه نیمه کلاسیک نامیده می‌شود. اگر چه این روش بسیار بهتر و دقیق تر از روش قبل است و بسیاری از نقایص روش قبل را پوشش می‌دهد، اما در این روش هنوز پدیده‌هایی همچون مفهوم کوانتا‌های میدان به صورت نامفهوم باقی می‌مانند. در روش سوم، میدان الکترومغناطیسی و ذرات هر دوی به صورت کوانتومی توصیف می‌شوند. این رهیافت در نظریه میدان‌های کوانتومی¹¹ بررسی می‌شود. در این روش میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی دیگر به صورت کمیت‌های جبری بیان نمی‌شود بلکه این میدان‌ها به صورت عملگرهایی توصیف می‌شوند که روی حالت سیستم عمل می‌کنند. برای نیل به این رهیافت می‌بایست بتوانیم میدان‌های کوانتومی (در این پایان‌نامه صرفاً میدان الکترو-مغناطیسی) را کوانتیزه کنیم. بنابراین قبل از هر چیز ما به کوانتشن میدان خواهیم پرداخت. با کوانتشن میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی [4] یا در حضور دی‌الکتریک تراوا [5] ابزار ریاضیاتی کارآمدی برای بررسی برهمکنش الکترومغناطیسی به دست خواهیم آورد. این کوانتشن‌ها در فصل دوم این پایان‌نامه صورت گرفته است. برای توصیف الکترون نیز در سرعت-های غیرنسبیتی از کوانتشن مرتبه دوم¹² معادله شرودینگر بهره می‌گیریم [4]. این کوانتشن در بخش (2-3) انجام شده است. اما برای توصیف الکترون در سرعت‌های نسبیتی این کوانتشن در فصل چهارم و بر روی معادله دیراک صورت گرفته است [4].

برای کوانتشن میدان الکترومغناطیسی روش‌های متفاوتی وجود دارد. از آن جمله کوانتشن به وسیله بسط برحسب توابع مد است. در این روش با اطلاعاتی که از مسأله نوسانگر هماهنگ ساده

¹¹ Quantum field theory [2]

¹² Second quantization [2]

داریم پتانسیل برداری را به دست می‌آوریم. سپس برای گذار از حالت کلاسیک به حالت کوانتومی یک مجموعه از مختصات تعمیم یافته را به یک دسته از عملگرهای کوانتومی تبدیل می‌کنیم [4]. روش دیگر استفاده از معادلات اویلر لاگرانژ و اصل کمترین کنش است که در واقع یک روش استاندارد برای تمامی مسایل فیزیکی است. روش تابع گرین نیز روش دیگری است که در آن از معادلات ماکروسکوپی ماکسول استفاده می‌شود [6,7]. مزیت استفاده از معادلات ماکروسکوپی ماکسول در این روش این است که برای هر محیط مادی قابل استفاده است [6,7]. در این روش بدون در نظر گرفتن مدل خاصی برای تابع دی‌الکتریک آن را کمیت مختلطی در نظر می‌گیریم که از روابط کرامرز-کرونیک¹³ پیروی می‌کنند.

در فصل سوم تابش ترمزی غیرنسبیتی در فضای تهی بررسی شده است. هدف ما در این فصل به دست آوردن سطح مقطع پراکندگی است. در فصل چهارم تابش ترمزی نسبیتی بررسی می‌شود. در فصل پنجم همین مسأله را در حضور دی‌الکتریک تراوا حل می‌کنیم. و در نهایت نتایج را با نتایج به دست آمده در فصل چهارم مقایسه می‌کنیم. این مقایسه را از طریق رسم نمودار بیان می‌کنیم. در نهایت در فصل ششم خلاصه پایان نامه و نتایج کلی همراه با پیشنهاد های آتی را بیان می‌کنیم.

فصل دوم

كوانتش ميدان

الكتر ومغناطيسي

(2-1) کوانتش میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی

هدف ما در این بخش کوانتش میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی با استفاده از توابع مد و در غیاب منبع خارجی است. برای نیل به این هدف معادلات دیفرانسیل حاکم بر پتانسیل برداری را با استفاده از معادلات میکروسکوپی ماکسول و در پیمانه کولن به دست می‌آوریم، سپس این پتانسیل برداری را بر حسب توابع مد در فضای تهی بسط می‌دهیم. با اعمال شرایط مرزی مناسب، ضرایب این بسط تعیین می‌شود. با استفاده از این پتانسیل برداری می‌توانیم بقیه عملگرهای میدان را به دست آوریم [4].

ابتدا از معادلات ماکسول در فضای تهی در فواصل دور از منبع (و یا در غیاب منبع) شروع می‌کنیم:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1-2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3-2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4-2)$$

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی نیز به نوبه خود به صورت زیر بر حسب پتانسیل‌های

برداری و نرده‌ای تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5-2)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A} - \nabla\varphi \quad (6-2)$$

با توجه به این که در غیاب منبع و در پیمانه وایل داریم $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ و $\varphi = 0$ و با جایگذاری معادلات

(5-2) و (6-2) در معادله (2-4)، معادله دیفرانسیل پتانسیل برداری به دست می آید:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} = 0 \quad (7-2)$$

قابل ذکر است که چون کوانتش را در فضای تهی انجام می دهیم، لذا رابطه عدد موج با فرکانس به صورت $\omega = ck$ خواهد بود. با حل معادله فوق و با استفاده از روابط (5-2) و (6-2) می توانیم \mathbf{E} و \mathbf{B} را به دست آوریم. هدف ما حل معادله دیفرانسیل (7-2) به صورت کلاسیک نیست، بلکه می خواهیم پتانسیل برداری را به صورت عملگری حل کنیم. برای فضای تهی، کوانتش شبیه به کوانتش در جعبه است اما با این تفاوت که بسط پتانسیل برداری بر حسب توابع مد فضای تهی است، یعنی

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \text{ را بر حسب } \frac{e^{-ik \cdot \mathbf{x}}}{(2\pi)^3} \text{ و } \frac{e^{ik \cdot \mathbf{x}}}{(2\pi)^3} \text{ بسط می دهیم (شبه به بسط فوریه) [8].}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\substack{\sigma=1,2 \\ k_z > 0}} \int d^3 k \left(\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 \omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{k},\sigma} \times \left(\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma} \frac{e^{ik \cdot \mathbf{x}}}{(2\pi)^3} + \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^* \frac{e^{-ik \cdot \mathbf{x}}}{(2\pi)^3} \right) \quad (8-2)$$

که به صورت زیر ساده می شود:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\substack{\sigma=1,2 \\ k_z > 0}} \int d^3 k \left(\frac{\hbar}{16\pi^3 \varepsilon_0 \omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{k},\sigma} \{ \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma} e^{ik \cdot \mathbf{x}} + \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^* e^{-ik \cdot \mathbf{x}} \} \quad (9-2)$$

که ضریب $\left(\frac{\hbar}{16\pi^3\varepsilon_0\omega_k}\right)^{\frac{1}{2}}$ در رابطه (9-2) ضریب بهنجارش می باشد و بردار $\hat{U}_{\mathbf{k},\sigma}$ بردار یکه پلاریزاسیون است، که بر بردار موج عمود است. $\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}$ و $\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^*$ نیز ضرایب بسط هستند. کمیت \mathbf{A} را به عنوان یک کمیت مختلط بعلاوه مزدوج مختلط آن در نظر گرفته‌ایم، لذا جمله دوم در معادله \mathbf{A} حقیقی بودن آنرا تضمین می کند. چون در رابطه فوق هم $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$ و هم $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$ وجود دارد، بنابراین ما می توانیم قیدی را روی انتگرال \mathbf{k} وارد کنیم تا \mathbf{k} را به یک نیم فضا محدود کنیم. از این رو $k_z > 0$ را انتخاب می کنیم.

حال با جایگذاری رابطه (9-2) در رابطه (7-2) رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma} + \omega_k^2\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma} = 0 \quad (10-2)$$

که این معادله به جواب زیر منتهی می شود:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(t) = \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^{(1)}(0)e^{-i\omega_k t} + \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^{(2)*}(0)e^{+i\omega_k t} \quad (11-2)$$

با استفاده از روابط (9-2) و (11-2)، رابطه پتانسیل برداری به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\substack{\sigma=1,2 \\ k_z > 0}} \int d^3k \left(\frac{\hbar}{16\pi^3\varepsilon_0\omega_k}\right)^{\frac{1}{2}} \hat{U}_{\mathbf{k},\sigma} \\ \times \{ \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(0)e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)} + \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^*(0)e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)} \} \end{aligned} \quad (12-2)$$

که در آن:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(0) = \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^{(1)}(0) & \text{به ازای } k_z > 0 \\ \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(0) = \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}^{(2)}(0) & \text{به ازای } k_z < 0 \end{cases} \quad (13-2)$$

رابطه (11-2) نیز به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(t) = \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(0) e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t} \quad (14-2)$$

و برای معادله حرکت نیز خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(t) = -i\omega_{\mathbf{k}} \mathbf{a}_{\mathbf{k},\sigma}(t) \quad (15-2)$$

انرژی میدان الکترومغناطیسی برای فضای تهی را در الکترومغناطیس کلاسیک و در دستگاه

MKS به صورت زیر تعریف می کنیم [9]:

$$U = \frac{1}{2} \int d^3x \left(\epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \frac{|\mathbf{B}|^2}{\mu_0} \right) \quad (16-2)$$

اگر روابط (5-2) و (6-2) را در رابطه فوق جایگذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 c^2 \int d^3x \left(\frac{1}{c^2} \left| \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right|^2 + |\nabla \times \mathbf{A}|^2 \right) \quad (17-2)$$

حال اگر از رابطه (12-2) استفاده کنیم، خواهیم داشت:

$$H = \frac{1}{2} \int d^3k \sum_{\sigma} \hbar \omega_{\mathbf{k}} \{ \mathbf{a}_{\mathbf{k}\sigma} \mathbf{a}_{\mathbf{k}\sigma}^* + \mathbf{a}_{\mathbf{k}\sigma}^* \mathbf{a}_{\mathbf{k}\sigma} \} \quad (18-2)$$

که در آن از روابط زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} \int d^3x e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} &= (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \\ \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{k},\sigma} \cdot \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{k}',\sigma'} &= \delta_{\sigma,\sigma'} \end{aligned} \quad (19-2)$$