٢٢٩١٥

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکدهٔ فنی و مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد

مهندسی برق - کنترل

بازیابی بهرهٔ حلقهٔ انتقال برای سیستمهای آشفتهٔ تکین

مسعود جعفری

استاد راهنما

دکتر محمد تقی حمیدی بهشتی

استاد مشاور

دکتر حمیدرضا مؤمنی

زمستان ۱۳۷۷

۲۴۹۱۱

18712

دانشگاه تربیت مدرس

۱۳۷۸ /۲/ ۲۵

تاییدیه هیات داوران

آقای مسعود جعفری پایان‌نامه کارشناسی خود را با عنوان بازیابی بیهرهٔ حلقهٔ انتقال برای سیستمهای آشفتهٔ تکین در تاریخ ۷۷/۱۲/۲۵ ارائه کردند. اعضای هیات داوران نسخه نهائی این پایان‌نامه را از نظر فرم و محتوی تایید و پذیرش آنرا برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق با گرایش کنترل پیشنهاد می‌کنند.

اعضای هیات داوران	نام و نام خانوادگی	امضاء
۱ـ استاد راهنما :	آقای دکتر محمدتقی حمیدی بهشتی	
۲ـ استاد مشاور :	آقای دکتر مؤمنی	
۳ـ استادان ممتحن :	آقای دکتر اسماعیل‌زاده خادم	
	آقای دکتر خاکی صدیق	
۴ـ مدیر گروه :	آقای دکتر جوهری مجد	
(یا نمایندهٔ گروه تخصصی)		

این نسخه به عنوان نسخه نهایی پایان‌نامه/رساله مورد تأیید است.

امضای استاد راهنما:

شماره:.....

تاریخ:.....

پیوست:.....

آیین‌نامهٔ چاپ پایان‌نامه (رساله)های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرّس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان‌نامه (رساله)های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرّس مبیّن بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش‌آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می‌شوند:

مادّهٔ ۱ در صورت اقدام به چاپ پایان‌نامه (رساله)ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به مرکز نشر دانشگاه اطلاع دهد.

مادّهٔ ۲ در صفحهٔ سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند:

«کتاب حاضر، حاصل پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد/رسالهٔ دکتری نگارنده در رشتهٔ ..... است که در سال ..... در دانشکدهٔ ..... دانشگاه تربیت مدرّس به راهنمایی سرکار خانم/جناب آقای دکتر ..... و مشاورهٔ سرکار خانم/جناب آقای دکتر ..... از آن دفاع شده است.»

مادّهٔ ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه‌های نشریات دانشگاه تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به مرکز نشر دانشگاه اهدا کند دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

مادّهٔ ۴ در صورت عدم رعایت مادّهٔ ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ‌شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرّس، تأدیه کند.

مادّهٔ ۵ دانشجو تعهد و قبول می‌کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در مادّهٔ ۴ را از محلّ توقیف کتابهای عرضه‌شدهٔ نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

مادّهٔ ۶ اینجانب مسعود جعفری دانشجوی رشته مهندسی برق-کنترل مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می‌شوم.

تقدیم به ساحت پاک و مقدس حضرت بقیة الله الاعظم

که چشم جهان در انتظار تلألؤ روی پرفروغ اوست

تقدیم به پدر و مادر عزیز، مهربان، دلسوز و فداکارم

که شمع وجود خود را فراراه من نموده اند و در همه حال مشوقم بوده اند.
در راه آسایش و موفقیتم همواره و در تمامی مراحل زندگی، سختیها
را به جان خریده اند و هریک از موفقیتهایم، نمودی از رنجها
و زحمات بیشمار آنان می باشد. زبان و قلم در وصف
و بیان گوشه ای از این از خودگذشتگی ها
و فداکاریها نیز قاصر و ناتوانند.

تقدیم به همسر عزیز و مهربانم لیلا

که حضورش در کنارم، زندگیم را رنگ و
بویی تازه بخشید و سرشار از عطر
مهر و محبت، عشق و علاقه،
و صفا و صمیمیت نمود.

تقدیم به پویندگان راه علم و
دانش و حق وحقیقت

تشکر و قدردانی

سپاس و ستایش خداوند متعال را که روحی جستجوگر در آدمی به ودیعه نهاد و آفریدگاری که هیچ هوش ژرف بینی به ژرفایش راه نیابد.

از زحمات بیدریغ و راهنماییهای استاد ارجمند جناب آقای دکتر محمدتقی حمیدی بهشتی که راهنمایی پایان نامهٔ اینجانب را بر عهده داشتند و علاوه بر کمال همکاری در مدت تحصیل، درسهای بسیاری نیز از ایشان آموختم، کمال تشکر و امتنان را دارم و توفیق روزافزون ایشان را از پروردگار متعال خواهانم.

از راهنماییها و همکاریهای استاد ارجمند جناب آقای دکتر حمیدرضا مؤمنی که سمت استاد مشاور پایان نامهٔ اینجانب را داشتند، بسیار سپاسگذارم.

همچنین از پدر، مادر و همسر عزیز، مهربان، دلسوز و فداکارم که در مدت انجام این پایان نامه زحمات و سختیهای بسیاری را متحمل شدند، بسیار متشکر و سپاسگذارم و از درگاه خداوند متعال سلامت، سعادت، عزت، سربلندی و موفقیت همیشگی را برایشان آرزومندم.

وظیفهٔ خود می دانم از برادر بزرگوارم جناب آقای مهندس عبدالرضا جعفری و به خصوص خواهر بسیار عزیزم سرکار خانم شهره جعفری که زحمات زیادی را در امر تایپ و صفحه آرایی پایان نامهٔ اینجانب متحمل شده اند، بسیار تشکر و قدردانی نمایم.

ـ همچنین لازم می دانم از همکاریها و زحمات برادر عزیزم جناب آقای مهندس فرخ جعفری و دوستان عزیزم آقایان مهندس عبدالنبی غلامیان نژاد، مهندس محمدابراهیم قاسمی مقدم، مهندس محمدباقر غزنوی قوشچی و مهندس کوروش روستا و سایر دوستان و عزیزانی که به نوعی مرا در انجام این پایان نامه یاری رسانده اند اما به دلیل فراموشی نامی از آنها ذکر نشده است، سپاسگذاری نمایم.

در پایان از تمامی معلمان و اساتید دلسوز و فداکاری که شمع وجود خود را چراغ راه دانش پژوهان نموده اند و به خصوص معلمان و اساتید دوران تحصیلم بسیار سپاسگذار و متشکرم. باشد که اندکی از زحمات بیدریغ آنان را ارج نهاده باشم.

چکیده :

روشهایی که تا کنون برای مسألهٔ طراحی *LQG/LTR* در سیستمهای آشفتهٔ منفرد ارائه شده انـد بر پایهٔ استفاده از فیدبک مرکب می باشند. از آنجایی که در مسألهٔ *LQG* ، فرض می شود کـه سیسـتم در ورودی و خروجی خود دارای نویزهای سفید گوسی ناهمبسته با متوسط صفر می باشد، روشـهای معمول جداسازی را نمی توان به مسألهٔ *LQG* اعمال نمود.

روشی که برای جداسازی سیستم در این پایان نامه مورد استفاده قـرار گرفتـه اسـت بـر اسـاس جداسازی کامل معادلهٔ جبری ریکاتی متقارن به دو معادلهٔ جبری ریکاتی نامتقارن از مرتبهٔ کمتر بـرای سیستمهای آشفتهٔ منفرد می باشد. با اسـتفاده از ایـن روش رؤیتگرهـای بهینـهٔ کنـد و تنـد را بصـورت کاملاً مجزا برای سیسـتم طراحـی نمـوده و بـا اعمـال تخمینهـای بدسـت آمـده از ایـن رؤیتگرهـا بـه زیرسیستمهای کند و تند حلقهٔ فیدبک را کامل می کنیم. بهرهٔ فیدبک را نیز بـا اسـتفاده از حـل مسـألهٔ تنظیم کنندهٔ بهینه برای هر یک از این زیرسیستمهای کند و تند محاسبه می نماییم. البته در ایـن روش با اعمال تبدیل چانگ بدست آمده برای سیستم حلقه بسته به سیسـتم اولیـه، متغیرهـای حـالت تغییـر یافته توسط این تبدیل، تخمین زده شده و به سیستم اعمال می شوند.

روش دیگری نیز برای جداسازی کامل سیستم اولیه و تبدیل آن به زیرسیستمهای کند و تند بـا استفاده از تبدیل چانگ ارائه شده است. در این روش نیز طراحی رؤیتگرها و تنظیم کننده هـای بهینـه بصورت مجزا از یکدیگر صورت می گیرد و سپس فیدبک سیستم را بصورت فیدبک مرکـب تشـکیل می دهیم.

روشی که برای شکل دهی بهرهٔ حلقهٔ انتقال و رسیدن به پاسخ مطلوب در روشهای فوق مـورد استفاده قرار گرفته است، استفاده از افزودن دینامیک انتگرالگیر و فیلتر پایین گذر به گونه ای می باشد که سیستم نهایی بدست آمده نیز دارای خاصیت دوزمانگی باشد. به این ترتیب سیستم پس از افـزودن دینامیک نیز یـک سیسـتم آشـفتهٔ منفـرد بـاقی مـی مـاند و کلیـهٔ روشـهای طراحـی *LQG/LTR* بـرای سیستمهای آشفتهٔ منفرد، به این سیستم قابل اعمال می باشند. با افزودن دینامیک بـه ایـن روش ضمـن ایجاد خاصیت انتگرالگیری و کاهش خطای ماندگار، میزان کـاهش بهـره در فرکانسـهای بـالا افزایـش می یابد و به این ترتیب خاصیت کاهش و حتی حذف نویز در خروجی نیز به سیستم اضافه می شود.

این روشها در شبیه سازی طراحی *LQG/LTR* برای سیستم هواپیمای AIRC مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل از شبیه سازی برای روش جداسازی کـامل بـا پاسـخ طراحـی مرتبـهٔ کـامل

منطبق می باشند اما نتایج حاصل از فیدبک مرکب دارای اختلافی از مرتبهٔ $O(\varepsilon^{1/2})$ می باشند.

کلیدواژه ها:

آشفتگی منفرد - LQG/LTR - کنترل چندمتغیره - شکل دهی بهرهٔ حلقهٔ انتقال - باز یابی بهرهٔ حلقهٔ انتقال - کنترل بهینه - کاهش مرتبه - جداسازی - رؤیتگر بهینه - فیلتر کالمن - دوزمانگی

فهرست مطالب

فصل اول: آشنایی با سیستمهای آشفتهٔ منفرد ۱

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ تاریخچه ۳

۱-۳ مدل استاندارد آشفتگی منفرد ۵

۱-۴ خواص چند زمانه بودن مدل استاندارد آشفتگی منفرد ۹

۱-۵ چندلایه های تند و کند ۱۳

۱-۶ تبدیل از شکل غیر استاندارد به شکل استاندارد ۱۶

فصل دوم: سیستمهای آشفتهٔ منفرد خطی تغییر ناپذیر با زمان ۲۳

۲-۱ مقدمه ۲۳

۲-۲ شکلهای بلوکی مثلثی و قطری سیستمهای آشفتهٔ منفرد ۲۵

۲-۳ خواص مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ۳۴

۲-۴ اعتبار مدلهای تقریبی ۴۰

۲-۵ کنترل پذیری و رؤیت پذیری ۴۹

۲-۶ مدلهای حوزهٔ فرکانس ۵۸

فصل سوم: کنترل فیدبک خطی سیستمهای آشفتهٔ منفرد خطی تغییر ناپذیر با زمان ۶۲

۳-۱ مقدمه ۶۲

۳-۲ کنترل فیدبک حالت مرکب ۶۳

۳-۳ جایابی قطبها و تخصیص مقادیر ویژه ۶۹

۳-۴ تنظیم کنندهٔ نزدیک بهینه ۷۲

۳-۴-۱ تنظیم کنندهٔ بهینهٔ کند ۷۵

۳-۴-۲ تنظیم کنندهٔ بهینهٔ تند ۷۶

۳-۴-۳ نزدیک بهینگی تابع کنترل مرکب ۷۷

۳-۴-۴ تابع کنترل نزدیک بهینهٔ کاهش مرتبه یافته ۷۹

فصل چهارم: اصول طراحی جبرانساز بروش LQG/LTR ۸۱

۴-۱ مقدمه ۸۱

۴-۲ تعریف مسألهٔ LQG ۸۳

۴-۳ حل مسألهٔ LQG و بررسی قوام فیدبک حالت بهینه ۸۵
۴-۴ بازیابی بهرهٔ حلقهٔ انتقال ۸۹
۴-۵ شکل دهی بهره های اصلی ۹۶
۴-۶ شکل دهی بهرهٔ حلقه و جبرانسازی فرکانس بالا با استفاده از تئوری آشفتگی منفرد ۱۰۳
۴-۶-۱ افزودن دینامیک به سیستم اولیه ۱۰۴
۴-۶-۲ بررسی سیستم افزوده با استفاده از تئوری سیستم های آشفتهٔ منفرد ۱۰۷
۴-۶-۳ بررسی بهرهٔ حلقهٔ انتقال سیستم مرکب و برآوردن تابع معیار عملکرد با استفاده از تئوری سیستمهای آشفتهٔ منفرد ۱۱۰
۴-۷ نکاتی چند در مورد طراحی LQG/LTR ۱۱۴
فصل پنجم: طراحی LQG/LTR در سیستمهای آشفتهٔ منفرد خطی تغییر ناپذیر با زمان ۱۱۹
۵-۱ مقدمه ۱۱۹
۵-۲ تجزیه به زیرسیستمهای کند و تند با ورودی نویز سفید ۱۲۱
۵-۳ طراحی رؤیتگر بهینه و کنترل کنندهٔ LQG ۱۲۵
۵-۳-۱ طراحی رؤیتگر بهینه در حالت ماندگار ۱۲۶
۵-۳-۲ کنترل کنندهٔ LQG در حالت ماندگار ۱۳۲
۵-۴ طراحی رؤیتگر بهینه با استفاده از جداسازی کامل ۱۳۸
۵-۴-۱ جداسازی کامل کند و تند معادلهٔ جبریی ریکاتی ۱۳۹
۵-۴-۲ طراحی رؤیتگر بهینهٔ کند و تند ۱۴۵
۵-۵ طراحی LQG با استفاده از جداسازی کامل ۱۵۲
۵-۵-۱ طراحی LQG به روش جداسازی کامل ساده شده ۱۵۳
۵-۵-۲ طراحی LQG در حالت ماندگار با استفاده از جداسازی کامل ۱۵۵
۵-۶ شکل دهی و طراحی بهره های حلقهٔ انتقال و بازیابی آنها ۱۶۴
۵-۷ شبیه سازی روشهای طراحی *LQG/LTR* ۱۶۷
۵-۸ نتایج و پیشنهادات ۱۸۱
فهرست منابع و مراجع ۱۸۴
چکیدهٔ انگلیسی ۱۸۸
عنوان انگلیسی ۱۸۹

فصل اول

آشنایی با سیستمهای آشفتهٔ منفرد

۱-۱ مقدمه

یکی از مسائل عمده و مهم در رشتهٔ کنترل مسألهٔ مدلسازی ریاضی سیستم مورد بررسی می باشد. مدلسازی سیستمهای کنترل دارای خواص ویژهٔ خود می باشد. از یکسو یک مهندس کنترل همواره مایل است که سیستم مورد بررسی تا حد امکان سیستمی ساده و مدل ریاضی آن پیچیدگیهای غیر ضروری و قابل اغماض نداشته باشد. از سوی دیگر ساده سازی بیش از حد در مدل باعث می شود تا در هنگام اعمال طراحی انجام شده به سیستم، شاهد بروز مسائل و عوارض نامطلوب ناشی از حذف بعضی پارامترهای مؤثر در رفتار سیستم باشیم. همچنین بعضی ازجزئیات مورد نیاز برای بررسی رفتار سیستم را فقط می توان با اعمال کنترل به سیستم و مشاهدهٔ چگونگی رفتار آن بدست آورد.

مسائل عمدهٔ مورد بررسی مهندسان کنترل مسائلی از قبیل تنظیم کنندهٔ بهینه[1] ، ردیابی[2] و هدایت می باشد که در هنگام انجام این فرآیندهای کنترلی مسألهٔ قوام[3] و عدم حساسیت پاسخ سیستم به تغییرات پارامترها، وارد شدن اغتشاش به سیستم و همچنین عدم قطعیت[4] مدل مورد

1- Optimal Regulator
2- Tracking
3- Robustness
4- Uncertainty

بررسی از مسائل بسیار مهم می باشند و طراحی انجام شده باید در برابر بروز مسائلی از این قبیل از خود پایداری و قوام نشان داده و نسبت به اینگونه تغییرات حساسیت بسیار کمی از خود نشان دهد.

ساده سازی مدل از مدتها پیش در بین مهندسان کنترل رایج بوده است و حتی قبل از اینکه مسألهٔ ساده سازی مدل بصورت تحلیلی مطرح شود، با صرفنظر کردن از پارامترهای کوچک از قبیل ثابت زمانی، جرم، ظرفیت و امثال آن باعث کاهش مرتبهٔ سیستم می شدند. اما همواره باید در نظر داشت که طراحی که براساس یک مدل ساده شده انجام می شود، همیشه قابل قبول نبوده و در هنگام اعمال به سیستم ممکن است معیار مورد نظر را برآورده نسازد. در صورت بروز چنین مسأله ای مهندس کنترل به ابزاری جهت بهبود و تصحیح مدل ساده شدهٔ خود نیاز خواهد داشت تا با انجام تصحیحاتی در مدل و طراحی مجدد، معیار مورد نظر سیستم را نیز برآورده سازد.

یکی از روشهای بررسی مدلهای سیستمهای دو زمانه و طراحی و بررسی پایداری اینگونه سیستمها با ادغام تئوری سیستمهای کنترل و تکنیک آشفتگی منفرد[1] بدست می آید و اینگونه سیستمها را سیستمهای آشفتهٔ منفرد می نامند. علت استفاده از تئوری تکنیک آشفتگی منفرد در تحلیل سیستمهای کنترل، ساده سازی نرم افزاری وسخت افزاری و اعمال ساده تر روندهای کنترل همراه با افزایش قوام این سیستمها می باشد.

استفاده از روش آشفتگی منفرد در تحلیل سیستمها می تواند ضمن ساده سازی با در نظر گرفتن مدل اصلی در موارد مورد نیاز، باعث برآورده شدن تابع معیار نیز شود. در این روش تحلیل، سیستم به دو ناحیهٔ مختلف لایهٔ خارجی[2] و لایهٔ مرزی[3] تقسیم می شود که در تحلیل ناحیهٔ لایهٔ خارجی از مدل کاهش مرتبه یافتهٔ[4] سیستم استفاده می شود ولی در لایهٔ مرزی به دلیل حساسیت و دقت بیشتر مدل مرتبهٔ کامل سیستم[5] درنظر گرفته می شود. تقسیم فوق یک تقسیم زمانی می باشد و همواره سعی می شود که از مدل کاهش مرتبه یافتهٔ سیستم برای بیان رفتار سیستم در ناحیه ای که سیستم رفتار کندی را از خود نشان می دهد استفاده شود و رفتار گذرای سیستم با توجه به مدل مرتبهٔ کامل سیستم و به عبارت دیگر توسط تحلیل لایهٔ مرزی بررسی شود. از آنجایی که در بسیاری از فرآیندها، رفتار گذرای سیستم چندان مورد توجه نبوده و رفتار حالت ماندگار و دائمی سیستم مورد

1- Singular Perturbation
2- Outer Layer
3- Boundary Layer
4- Reduced Order Model
5- Full Order Model

نظر می باشد، لذا در بیشتر طراحی ها به پایداری مجانبی لایهٔ مرزی اکتفا می شود. با توجه به اینکه دینامیک تند سیستم فقط باعث تغییراتی در پاسخ سیستم حول پاسخ سیستم کاهش مرتبه یافته می شود، با پایدار مجانبی بودن دینامیک تند، این تغییرات پس از مدتی به سرعت کاهش می یابند و در نهایت آنچه باقی می ماند پاسخ ماندگار و دائمی سیستم است که از مدل کاهش مرتبه یافتهٔ سیستم بدست می آید. آنچه که برای مهندسان کنترل مهم است سادگی بررسی سیستمهای با بعد زیاد می باشد که توسط تکنیک آشفتگی منفرد می توانند با جداسازی دامنهٔ فرکانسی سیستم به محدوده های تند و کند که به ترتیب مربوط به حالتهای تند و کند سیستم می باشند، محاسبات زیر سیستمهای تند و کند سیستم اولیه را کاهش دهند. به این ترتیب در فرکانسهای بالا فقط زیر سیستم تند و در فرکانسهای پایین زیر سیستم کند مورد بررسی قرار می گیرند. علتی که این سیستمها را آشفتهٔ منفرد می نامند این است که تنها با تغییر یک پارامتر مرتبه دینامیک سیستم (مرتبهٔ معادلات دیفرانسیل بیان کنندهٔ دینامیک سیستم) کاهش می یابد. از آنجا که دینامیک کلیهٔ مدلهایی که برای سیستمهای گوناگون در نظر گرفته می شود همواره نسبت به دینامیک واقعی از مرتبهٔ کمتری برخوردار است و در عمل نیز این مدلها قابل قبول هستند لذا می توان انتظار داشت کاهش مرتبه ای که با استفاده از تئوری آشفتگی منفرد نیز در سیستم حاصل می شود، دینامیک و مدل نسبتا قابل قبولی را برای رفتارهای معمول سیستم ارائه کند و از این مدل بتوان در فرکانسهای پایین که فرکانسهای معمول سیستمهای کنترلی می باشند، استفادهٔ مطلوب نمود.

در قسمتهای بعد چگونگی مدل یک سیستم آشفتهٔ منفرد و بررسی حالت دو زمانه[1] بودن آن و شرایط پایداری اینگونه سیستمها خواهیم پرداخت. بیشتر مباحث و مطالب فصلهای اول، دوم و سوم برگرفته از مراجع [4-1] می باشد. در سایر موارد مراجع مورد استفاده هر مطلب ذکر شده است.

۱-۲ تاریخچه

از اوایل قرن بیستم تکنیک آشفتگی منفرد بعنوان یک روش متداول برای حل مسائل دینامیک سیالات استفاده می شده است. پس از آن این تکنیک در سایر شاخه های علمی نیز مورد استفاده و گسترش قرار گرفت و در ریاضیات، فیزیک و سایر رشته های مهندسی توسعهٔ بیشتری یافت و همگی این رشته ها نیز از همان اصول اولیه معروف که شامل لایه های مرزی و همخوانی این لایه با

1- Two-Time Scale

لایه های درونی و خارجی و گسترش پیوسته بین این لایه ها می باشد، استفاده می کردند. در سیستمهای کنترل، لایه های مرزی یک مشخصهٔ اساسی از چگونگی رفتار دو زمانهٔ سیستم می باشد. لایه های مرزی بصورت مقدار اولیه و نهایی مسیر حالتهای گذرای تند بیان می شوند و باعث شکل گرفتن پاسخ فرکانس بالای سیستم که جزئی از پاسخ کامل سیستم است، می شوند.

مدل آشفتهٔ منفرد سیستمهای دینامیکی با بعد محدود، بصورت مبسوط توسط ریاضیدانانی همچون تیخونوف در سالهای ۱۹۴۸ و ۱۹۵۲ [6-5] ، لِوینسون در سال ۱۹۵۰ [7] ، واسیل اِوا در سال ۱۹۶۳ [8] ، واسُو در ۱۹۶۵ [9] ، هوپنستیدت در سالهای ۱۹۶۷ و ۱۹۷۱ [11-10] و اُمالی در سال ۱۹۷۱ [12] و ... در مقالات و مکتوبات ریاضی مورد بررسی قرار گرفت. این مدل اولین مدلی بود که توسط مهندسان کنترل برای مدل سازی سیستمها بر اساس تئوری و تکنیک آشفتگی منفرد مورد استفاده قرارگرفت.

روشی که تیخونوف در حل معادلات آشفتهٔ منفرد در سال ۱۹۵۲ بیان کرد و توسعه ای که به این روش توسط واسیل اِوا برای سیستمهایی با معادلات دیفرانسیل غیرخطی در سال ۱۹۶۳ داده شد، برای اولین بار توسط کوکوتوویچ و سانوتی به مسألهٔ کنترل بهینه و طراحی تنظیم کنندهٔ بهینه در سال ۱۹۶۸ اعمال شد [13] و پس از آن نیز در سال ۱۹۶۹ مسألهٔ کنترل شبه بهینه[1] را برای سیستمهای غیرخطی از درجهٔ بالا مورد بررسی قرار دادند [15-14] . در سالهای ۱۹۷۰ و ۱۹۷۱ کِلی و اِدلباؤم تکنیک آشفتگی منفرد را به مسألهٔ بهینه سازی پرواز اعمال کردند [20-16] . پس از آن استفاده از تکنیک آشفتگی منفرد در حل مسائل کنترل با نرخ قابل توجهی افزایش یافت و این روش بصورت روشی متداول و رایج برای حل سیستمهایی که در معادلات دینامیکی خود دارای پارامترهای کوچکی بصورت ضریب مشتق بودند، درآمد. در سال ۱۹۷۶ کوکوتوویچ، اُمالی و سانوتی با مطالعهٔ اجمالی تکنیک آشفتگی منفرد و کاربردهای آن در زمینهٔ کنترل، نتایج کار خود را بصورت مقاله ای ارائه نمودند [21] . در سال ۱۹۸۴ ساکسِنا ، اُریلی و کوکوتوویچ با انجام مطالعهٔ اجمالی دیگری بر مجموعهٔ کارهای انجام شده با استفاده از تکنیک آشفتگی منفرد در زمینهٔ کنترل در فاصلهٔ سالهای ۱۹۷۶ تا ۱۹۸۳، نتایج کار خود را بصورت مقاله ای با بیش از چندصد مرجع ارائه نمودند [22] . همچنین در سال ۱۹۸۴ مقالهٔ دیگری از این قبیل توسط کوکوتوویچ ارائه شد که بیش از ۵۰۰ مرجع در این مقاله مورد استفاده و بررسی قرار گرفته است [23] . کثرت مراجع در مقالات ذکر شده گواهی بر پیشرفت چشمگیر و روز افزون استفاده از روش و تکنیک آشفتگی منفرد در بررسی و مطالعهٔ

1- Near Optimal Control

سیستمهای کنترل و حل مسائل کنترل برای سیستمهای چندزمانه، پس از پایه ریزی تئوری سیستمهای آشفتهٔ منفرد می باشد.

۱-۳ مدل استاندارد آشفتگی منفرد

مدل استاندارد آشفتهٔ منفرد برای سیستمهای دینامیکی با بعد محدود، بصورت مدل فضای حالت بیان می شود که در این مدل مشتقات بعضی از حالتها در یک پارامتر اسکالر مثبت کوچک مثل ε ضرب شده اند. این معادلات به شکل کلی زیر بیان می شوند:

$$\dot{x} = f(x,z,\varepsilon,t) \ , \ x(t_0) = x^0 \ , \ x \in \Re^n \qquad (1.1)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(x,z,\varepsilon,t) \ , \ z(t_0) = z^0 \ , \ z \in \Re^m \qquad (1.2)$$

که علامت نقطه بیانگر مشتق نسبت به زمان t می باشد و f و g توابعی هستند که به اندازهٔ کافی نسبت به آرگومانهای x و z و ε و t مشتق پذیر و دارای مشتقات پیوسته هستند. همانگونه که ذکر شد ε یک پارامتر اسکالر است که باعث حذف تمامی پارامترهای کوچک مدل می شود. باید توجه داشت که در بسیاری از موارد داشتن فقط یک پارامتر کوچک در مدل محدودیتی به شمار نمی آید و از آنجا که ε یک پارامتر اسکالر است سایر پارامترها را می توان بصورت یک ضریب از ε در نظر گرفت و تنها مسأله موجود این است که پارامترهای کوچک موجود در مدل از یک مرتبهٔ بزرگی باشند بدین معنی که بیان سایر پارامترها بصورت ضریبهایی از ε ممکن باشد. بدین ترتیب می توان درمدلهایی که پارامترهای کوچک متعددی دارند با در نظر گرفتن یکی از این پارامترها بصورت ε و بیان سایر پارامترها بر اساس این پارامتر، مدل سیستم را به شکل مدل استاندارد یک سیستم آشفتهٔ منفرد بیان کرد و بدین ترتیب با یک مدل آشفتهٔ منفرد استاندارد مو اجه بود.

در تئوری سیستمهای کنترل معادلات (۱-۱) و (۱-۲) گامی به سوی کاهش مرتبهٔ مدل اولیه و بدست آوردن مدل کاهش مرتبه یافتهٔ سیستم می باشد. کاهش مرتبهٔ مدل وابسته به تغییرات پارامتر واحد ε می باشد و به این دلیل که فقط با صفر شدن پارامتر ε مرتبهٔ سیستم از $m+n$ به n کاهش می یابد، این مدل را مدل آشفتهٔ منفرد می گویند. باید توجه داشت که با صفر قراردادن ε معادلهٔ (۱-۲) بصورت معادلهٔ جبری زیر در می آید:

$$0 = g(\bar{x},\bar{z},0,t) \qquad (1.3)$$

که علامت بار بیان کنندهٔ این مفهوم است که متغیرهای $\bar{x}$ و $\bar{z}$ متعلق به سیستم حاصل از $\varepsilon = 0$