بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه اصفهان
دانشکده علوم
گروه آمار

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی آمار گرایش آمار ریاضی

مطالعه‌ای بر کاربرد روش‌های بیز در قابلیت اعتماد

استاد راهنما:
دکتر مجید اسدی

پژوهشگر:
ابراهیم حیدرپور

اسفند ماه ۱۳۸۸

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه اصفهان است.

دانشگاه اصفهان
دانشکده علوم
گروه آمار

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی آمارگرایش آمار ریاضی

آقای ابراهیم حیدر پور

تحت عنوان

مطالعه ای بر کاربرد روش های بیز در قابلیت اعتماد

در تاریخ۱ /۱۲/ ۸۸ توسط هیأت داوران زیر بررسی با درجه **عالی** به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنمای اول پایان‌نامه دکتر مجید اسدی با مرتبه‌ی علمی استاد — امضاء

۲- استاد داور داخل گروه پایان‌نامه دکتر ایرج کاظمی با مرتبه‌ی علمی استاد یار — امضاء

۳- استاد داورخارج از گروه دکتر عبدالحمید رضایی با مرتبه‌ی علمی دانشیار — امضاء

امضای مدیر گروه

سپاسگزاری

سپاس خدای را که مرا شوق و توان ادراک آموخت.

مراتب سپاس و تشکر خود را از استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر مجید اسدی ابراز می‌دارم که در تمام مراحل تدوین این رساله با تلاش‌های بی وقفه و راهنمایی‌های ارزنده مرا یاری نمودند. همچنین از زحمات بی‌دریغ اساتید داور جناب آقای دکتر ایرج کاظمی و جناب آقای دکتر عبدالحمید رضایی کمال تشکر را دارم.

از پدرم که سربلند زیستن و از مادرم که صبر و ایثار را به من آموخت نهایت تشکر و قدردانی را دارم.

تقدیم به

پدر و مادرم

به پاس تعهد بی‌مرز عظیم و انسانی‌شان از واژه ایثار

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان

و به پاس محبت‌های بی‌دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند.

چکیده

این رساله مباحثی را در پیشگویی تعداد شکست‌های یک سیستم یا مجموعه از تولیدات صنعتی بر اساس آمار کلاسیک و بیز ارائه می‌دهد. تعداد شکست‌های برآورد شده بر اساس نتایج به دست آمده از نمونه موجود یا یک نمونه جدید است. در بخشی از این رساله فرض می‌کنیم که متغیر تصادفی زمان شکست مؤلفه‌های سیستم، دارای توزیع وایبل باشد. با این فرض توسط روشهای متفاوت، فواصل اطمینان برای تعداد شکستها در یک فاصله زمانی مشخص، به دست می‌آوریم و آنها را با هم مقایسه می‌کنیم. همچنین احتمال پوشش فواصل اطمینان ارائه شده را به دست می‌آوریم. با توجه به اهمیت زمان از کار افتادن مؤلفه‌های سیستم، با استفاده از داده‌های طول عمر سانسور شده، زمان شکست‌های بعدی را پیشگویی می‌کنیم. همچنین کران پیشگویی برای زمانهای شکست بعدی را به دست می‌آوریم. بخش دیگری از رساله حاضر استفاده از روش بیز برای برآورد تعداد شکستها در بازه زمانی مشخص و پیشگویی زمان شکستهای بعدی است. همچنین نتایج حاصل از روش‌های کلاسیک و بیزی را مقایسه می‌کنیم. برای نشان دادن کارآمدی روشهای بکار رفته با استفاده از داده‌های زمان شکست فواصل پیشگویی را به دست می‌آوریم. بدلیل اهمیت کاربرد قابلیت اعتماد در تأسیسات هسته‌ای، با استفاده از داده‌های زمان خرابی لوله‌های مبدل تاسیسات هسته‌ای، نتایج حاصل از روشهای پیشنهادی را بررسی می‌کنیم. همچنین با فرض این که زمانهای شکست دارای توزیع‌های بر نوع $\mathbf{X}$ و لوماکس باشند، با استفاده از روشهای متفاوت توزیع پیشگویی زمانهای شکست بعدی را به دست می‌آوریم، و برای این زمانهای پیشگویی فواصل اطمینان را محاسبه می‌کنیم. از نقطه نظر بیز یکی از مسائل مهم در تحلیل داده‌های شکست که از توزیعهای طول عمر بدست می آیند، تعیین پیشین مناسب برای پارامترهای توزیع طول عمر است. این مبحث به طور وسیع در مباحث قابلیت اعتماد مورد بررسی قرار گرفته است. لذا با استفاده از فواصل اطمینان برای میانگین و انحراف معیار یا چندکهای زمان شکست برای مدلهای متفاوت، برآورد ابرپارامترهای توزیع پیشین را بدست می‌آوریم. با استفاده از برآورد تابع چگالی پیشگویی پیشین کارآمدی روش پیشنهادی را مورد مطالعه قرار می دهیم. همچنین بررسی خواهیم کرد که آیا روشهای پیشنهادی برای مدلهای متفاوت، توزیع‌های سازگاری ارائه می دهند.

کلیدواژه‌ها: آماره ترتیبی، ابرپارامتر، احتمال پوشش، برآوردگر بیز، داده‌های سانسور شده، توزیع پسین، توزیع پیشین، طول عمر، فاصله پیشگویی، نرخ شکست

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول : تعاریف و مفاهیم پایه

۱-۱- مقدمه..... ۱

۱-۲- تعاریف اساسی در قابلیت اعتماد..... ۱

۱-۳- توزیع‌های کاربردی..... ۴

۱-۳-۱- توزیع چندجمله‌ای..... ۵

۱-۳-۲- توزیع بر نوع X..... ۵

۱-۳-۳- توزیع لوماکس..... ۵

۱-۳-۴- توزیع وایبل..... ۶

۱-۳-۵- توزیع دریکله..... ۶

۱-۴- تعاریف اولیه در آمار بیز..... ۷

فصل دوم : پیشگویی آماری بر اساس داده‌های طول عمر سانسور شده

۲-۱- مقدمه..... ۱۵

۲-۲- پیشینه تحقیق..... ۱۶

۲-۳- معرفی پیشگویی نمونه جدید و نمونه موجود..... ۱۷

۲-۴- معرفی مدل طول عمر..... ۱۸

۲-۵- مفاهیم فواصل پیشگویی..... ۱۹

۲-۵-۱- احتمال پوشش فواصل پیشگویی (θ معلوم)..... ۱۹

۲-۵-۲- احتمال پوشش فواصل پیشگویی آماری (با فرض θ برآورد شده)..... ۲۰

۲-۵-۳- ارتباط بین کرانهای پیشگویی یک‌طرفه و فواصل پیشگویی دوطرفه..... ۲۱

۲-۵-۴- روش اولیه برای محاسبه فواصل پیشگویی آماری..... ۲۲

۲-۶- کرانهای پیشگویی اولیه آماری تصحیح شده..... ۲۳

۲-۶-۱- تقریب کرانهای پیشگویی اولیه آماری تصحیح شده..... ۲۵

۲-۶-۲- تقریب با استفاده از شبیه سازی نمونه فرایند پیشگویی..... ۲۶

۲-۶-۳- تصحیح با متوسط گیری احتمالات پوشش شرطی..... ۲۸

عنوان **صفحه**

۲-۷- پیشگویی شکست‌های بعدی از گروه منفرد از مؤلفه‌ها در آزمایش..... ۳۲
۲-۸- پیشگویی شکست‌های بعدی گروه بندی شده..... ۳۵
۲-۹- نتیجه گیری..... ۴۱

فصل سوم : فواصل پیشگویی برای تعداد شکست‌های بعدی تحت توزیع وایبل

۳-۱- مقدمه..... ۴۳
۳-۲- معرفی مدل..... ۴۴
۳-۳- پیشگویی به روش‌های کلاسیک و بیز..... ۴۵
۳-۴- تعیین پارامتر شکل توزیع وایبل..... ۴۶
۳-۵- احتمال پوشش برای فاصله پیشگویی آماری..... ۴۷
۳-۵-۱- احتمال پوشش برای فاصله پیشگویی دوطرفه..... ۴۷
۳-۵-۲- ارتباط بین فواصل پیشگویی دوطرفه و یک‌طرفه..... ۴۸
۳-۶- کران پیشگویی به روش نسبت احتمال (PR)..... ۴۹
۳-۷- کران پیشگویی به روش نسبت احتمال تسهیل شده (SPR)..... ۵۰
۳-۸- کران پیشگویی به روش نسبت درستنمایی (LR)..... ۵۱
۳-۹- ارزیابی احتمال پوشش برای هر روش فاصله پیشگویی..... ۵۴
۳-۱۰- مقایسه احتمالات پوشش روشهای پیشگویی..... ۵۵
۳-۱۰-۱- طراحی آزمایش تحلیلی..... ۵۵
۳-۱۰-۲- نتایج آزمایش تحلیلی..... ۵۶
۳-۱۱- پیشگویی خرابی لوله‌های مبدل گرمایی..... ۶۳
۳-۱۲- روش بیزی برای پیشگویی تعداد شکستها در واحدهای یک گروه در آزمایش..... ۶۵
۳-۱۳- چارچوب بیزی برای استنباط در مورد Y..... ۶۶
۳-۱۴- توزیع پسین دریکله..... ۷۰
۳-۱۵- کاربرد مدل پیشگویی بیزی..... ۷۱
۳-۱۶- نتیجه گیری..... ۷۲

عنوان **صفحه**

فصل چهارم : کرانهای پیشگویی بیز در مدل‌های بر نوع X و لوماکس

۴-۱- مقدمه ۷۴
۴-۲- معرفی و پیشینه تحقیق ۷۵
۴-۳- پیشگویی یک نمونه‌ای بیزی برای توزیع بر نوع X ۷۷
۴-۴- پیشگویی دو نمونه‌ای بیزی برای توزیع بر نوع X ۸۱
۴-۵- محاسبه کرانهای پیشگویی بیز در توزیع بر نوع X ۸۳
۴-۶- شبیه سازی مونت کارلو ۸۴
۴-۷- نتایج جدول‌ها ۸۶
۴-۸- کرانهای پیشگویی یک نمونه ای بیز برای توزیع لوماکس ۸۶
۴-۸-۱- معرفی مدل لوماکس ۸۶
۴-۹- پیشگویی یک نمونه‌ای بیزی برای توزیع لوماکس ۸۷
۴-۱۰- حالت‌های خاص پیشگویی زمانهای شکست در توزیع لوماکس ۹۱
۴-۱۱- پیشگویی بر اساس دنباله‌ای از نمونه‌های مستقل توزیع لوماکس ۹۳
۴-۱۱- نتیجه‌گیری ۹۶

فصل پنجم : برآورد پارامترهای توزیع پیشین در قابلیت اعتماد

۵-۱- مقدمه ۹۷
۵-۲- معرفی روش پولیدو ۹۸
۵-۳- برآورد ابرپارامترها در توزیع نرمال-گاما و یکنواخت ۱۰۰
۵-۳-۱- توزیع پیشین نرمال-گاما ۱۰۰
۵-۳-۲- توزیع پیشین یکنواخت ۱۰۲
۵-۴- استفاده از چندکها برای به دست آوردن توزیع پیشین ۱۰۳
۵-۵- کاربرد روش پولیدو ۱۰۵
۵-۵-۱- مدل نرمال ۱۰۵
۵-۵-۲- مدل لگ نرمال ۱۰۶
۵-۵-۳- مدل مقدار غایی ۱۰۸
۵-۵-۴- مدل وایبل ۱۰۹

عنوان **صفحه**

۵-۵-۵- مدل نمایی..... ۱۱۱
۵-۶- تابع چگالی پیشگویی پیشین..... ۱۱۲
۵-۷- برآورد تابع بقاء با استفاده از مدل گوسین معکوس..... ۱۱۷
۵-۷-۱- مدل گوسین معکوس (والد)..... ۱۱۷
۵-۷-۲- روش عدم پذیرش..... ۱۱۹
۵-۷-۳- برآورد پارامترهای توزیع گوسین معکوس..... ۱۱۹
۵-۸- نتیجه گیری..... ۱۲۴

واژه‌نامه..... ۱۲۵

منابع و مأخذ..... ۱۲۷

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۱-۱- مراحل به دست آوردن چگالی پیشگویی..... ۹

شکل ۲-۱- پیشگویی نمونه جدید..... ۱۸

شکل ۲-۲- پیشگویی نمونه موجود..... ۱۸

شکل ۲-۳- نمودار احتمال لگ نرمال آزمون طول عمر..... ۲۳

شکل ۲-۴- توابع تصحیح پیشگویی زمانهای شکست..... ۲۴

شکل ۲-۵- هیستوگرام ۱۰۰۰۰۰ مقدار شبیه سازی شده $Z_{\log(T^*)}$ بر اساس آزمون مقاومت..... ۳۰

شکل ۲-۶- هیستوگرام ۱۰۰۰۰۰ مقدار شبیه سازی $\Phi_{nor}\left[Z_{\log(T^*)}\right]$ بر اساس آزمون مقاومت..... ۳۰

شکل ۲-۷- پیشگویی تعداد شکست‌های بعدی در تولیدات از جامعه..... ۳۴

شکل ۲-۸- توابع تصحیح کرانهای پایین و بالای پیشگویی برای تعداد شکستها در یک سال آینده..... ۳۵

شکل ۲-۹- پیشگویی بر اساس طرح شطرنجی..... ۳۶

شکل ۲-۱۰- نمودار احتمال وایبل..... ۳۸

شکل ۲-۱۱- پیشگویی تعداد شکست‌های بعدی در تولیدات از جامعه بر اساس طرح شطرنجی..... ۴۰

شکل ۲-۱۲- منحنی تصحیح سطح اطمینان برای کرانهای پایین و بالای پیشگویی..... ۴۰

شکل ۳-۱- احتمال پوشش غیر شرطی در مقابل تعداد شکستهای مورد انتظار به ازای $p_1 = 0.0005$ ۵۶

شکل ۳-۲- احتمال پوشش غیر شرطی در مقابل تعداد شکستهای مورد انتظار به ازای $p_1 = 0.005$ ۵۸

شکل ۳-۳- احتمال پوشش غیر شرطی در مقابل تعداد شکستهای مورد انتظار به ازای $p_1 = 0.05$ ۵۹

شکل ۵-۱- پیشگویی پیشین $f_i(t)$ با استفاده از توزیع پیشین نرمال-گاما..... ۱۱۴

شکل ۵-۲- پیشگویی پیشین $f_i(t)$ با استفاده از توزیع پیشین یکنواخت..... ۱۱۴

شکل ۵-۳- فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای تابع قابلیت اعتماد..... ۱۲۲

شکل ۵-۴- فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای تابع قابلیت اعتماد بر اساس مدل B-S..... ۱۲۳

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

جدول ۱-۱- خانواده توزیع‌های مزدوج..... ۸

جدول ۲-۱- داده‌های زمان شکست و تحلیل ریسک..... ۳۹

جدول ۳-۱- مقدار $\left(t_w/t_c\right)^b$ برای بعضی از مقادیر p_1 و p_2/p_1 و خطای تقریب..... ۶۰

جدول ۳-۲- احتمالات پوشش غیر شرطی..... ۶۲

جدول ۳-۳- فواصل پیشگویی..... ۶۴

جدول ۳-۴- میانگین میانه و مد توزیع پیشگویی..... ۷۲

جدول ۴-۱- نتایج شبیه سازی به ازای $t = 0.95$..... ۸۵

جدول ۴-۲- نتایج شبیه سازی به ازای $t = 0.99$..... ۸۵

جدول ۴-۳- مقادیر تولید شده از توزیع لوماکس..... ۹۶

جدول ۴-۴- کران‌های ۹۵ درصد پیشگویی بیز برای $y_j = t_{(1)j}, j = 1,2,3,4,5$..... ۹۶

جدول ۵-۱- داده‌های آزمایش جذب کننده شوک..... ۱۱۳

جدول ۵-۲- مقادیر ابرپارامترها..... ۱۱۳

جدول ۵-۳- میانگین و انحراف معیار چگالی پیشگویی پیشین برای هر مدل..... ۱۱۵

جدول ۵-۴- زمان‌های از کار افتادن سیستم تهویه مطبوع هواپیما..... ۱۱۵

جدول ۵-۵- مقادیر ابرپارامترها..... ۱۱۶

جدول ۵-۶- میانگین و انحراف معیار توزیع پیشگویی پیشین ۱۱۶

جدول ۵-۷- میانه پسین و اندازه بزرگترین طول فاصله اطمینان در مدل آمیخته گوسین معکوس..... ۱۲۲

جدول ۵-۸- میانه پسین و اندازه بزرگترین طول فاصله اطمینان برای مدل B-S..... ۱۲۳

مخففها و نمادها

B-S…… Birnbaum-Saunders
CDF…… Cumulative Distribution Function
CI…… Confidence Interval
CL…… Calibration Lower
CP…… Coverage Probability
CU…… Calibration Upper
DFR…… Decreasing Failure Rate
IFR…… Increasing Failure Rate
IG…… Inverse Gaussian
IMSL…… International Mathematics and Statistics Library
LBIG…… Length Biased Inverse Gaussian
LPB…… Lower Prediction Bound
LR…… Likelihood Ratio
M…… Mean Failure Time
MIG…… Mixture Inverse Gaussian
MLE…… Maximum Likelihood Estimate
MLP…… Maximum Likelihood Prediction
MSE…… Mean square error
NG…… Normal-Gamma Distribution
PDF…… Probability Density Function
PI…… Prediction Interval
PLF…… Predicted Likelihood Function
PLLF…… Predicted Log-Likelihood Function
PMLF…… Predicted Maximum Likelihood Estimate
PR…… Probability Ratio
S…… Standard Deviation of Failure Time
SD…… Standard Deviation
SPR…… Simplified Probability Ratio
UPB…… Upper Prediction Bound
t_c…… Censoring Time
t_w…… End of Warranty Period Time

$\left[\underset{\sim}{Y}, \hat{\underset{\sim}{Y}}\right]$……...……...……..…….. Approximate Prediction Interval

$\left[\underset{\sim}{Y}_{PR}, \hat{\underset{\sim}{Y}}_{PR}\right]$..... Approximate Prediction Interval: Probability Ratio Procedure

$\left[\underset{\sim}{Y}_{SPR}, \hat{\underset{\sim}{Y}}_{SPR}\right]$... Approximate Prediction Interval: Simplified Probability Ratio Procedure

$\left[\underset{\sim}{Y}_{LR}, \hat{\underset{\sim}{Y}}_{LR}\right]$……..... Approximate: Likelihood Ratio-Based Prediction Interval

$\underset{\sim}{Y}$……...…… Lower Prediction Bound for Y

$\hat{\underset{\sim}{Y}}$ ……..…….…… Upper Prediction Bound for Y

a_c ……...……...…… Calibration Level

a_{cl} ……..…...……...…….…….. Calibration Lower Level

a_{cu} ……..……...…...……... Calibration Upper Level

فصل اول

تعاریف و مفاهیم پایه

۱ - ۱ مقدمه

در این فصل به معرفی مفاهیم و تعاریفی می‌پردازیم که در فصل‌های بعد آنها را مورد استفاده قرار خواهیم داد. در بخش دوم، ابتدا تعریف برخی از مفاهیم مهم در مبحث قابلیت اعتماد را ارائه می‌کنیم. سپس در بخش سوم به معرفی برخی توزیعهای مهم می‌پردازیم و بعضی از ویژگی‌ها و مشخصه‌های آنها را شرح می‌دهیم. مفاهیم آمار بیز را در بخش چهارم معرفی می‌کنیم. تابع چگالی پیشگویی را در بخش چهارم ارائه می‌کنیم و برخی نکات کلیدی مرتبط با این تابع را که در فصل‌های آینده از آنها استفاده خواهیم کرد را ذکر می‌نماییم. در نهایت مفاهیمی مانند تابع مرتب، احتمال پوشش و طول مورد انتظار را معرفی می‌کنیم.

۱ - ۲ تعاریف اساسی در قابلیت اعتماد

با توجه به کاربردهای اندازه‌های مهمی مانند تابع نرخ شکست، در قابلیت اعتماد این مفاهیم را ارائه می‌کنیم. این تعاریف بر اساس کتاب هامادا و همکاران [1](۲۰۰۸) و رابرت [2](۲۰۰۷) است.

[1] Hamada et al.
[2] Robert

فرض کنید T متغیر تصادفی پیوسته نامنفی نشان دهنده طول عمر یک دستگاه با توزیع $F(t|\boldsymbol{\theta})$ و تابع چگالی $f(t|\boldsymbol{\theta})$ باشد.

تعریف ۱ - ۱ احتمال اینکه طول عمر دستگاه از مقدار مشخص t بیشتر باشد را تابع بقاء یا قابلیت اعتماد گوییم که به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

$$R(t|\boldsymbol{\theta}) = \Pr(T > t|\boldsymbol{\theta}).$$

تعریف ۱ - ۲ تابع نرخ شکست فرض کنید دستگاه تا زمان t کار می‌کند، احتمال اینکه طول عمر دستگاه از $t+d$ کمتر باشد را به صورت زیر نشان می‌دهیم

$$\Pr(t < T < t+d \,|\, T > t).$$

تابع نرخ شکست را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$h(t|\boldsymbol{\theta}) = \lim_{d\to 0} \frac{\Pr(t<T<t+d\,|\,T>t)}{d} = \lim_{d\to 0} \frac{\Pr(t<T<t+d\,|\,\boldsymbol{\theta})}{d\,\Pr(T>t|\boldsymbol{\theta})} = \frac{f(t|\boldsymbol{\theta})}{R(t|\boldsymbol{\theta})}.$$

با این فرض که واحد مورد بررسی تا زمان t کار کرده است $h(t|\boldsymbol{\theta})$ نرخ از کار افتادگی دستگاه، بلافاصله بعد از زمان t را نشان می‌دهد.

با توجه به اندازه نرخ شکست، توزیع‌های طول عمر را به کلاس‌های متفاوت دسته بندی می‌کنند. دو کلاس مهم، توابع توزیع با نرخ شکست صعودی (IFR[1])و با نرخ شکست نزولی (DFR[2])هستند.

تعریف ۱ - ۳ تابع توزیع با نرخ شکست صعودی اگر تابع نرخ شکست توزیعی برحسب t غیر نزولی باشد، آن توزیع دارای نرخ شکست صعودی است و اصطلاحاً می‌گوییم F ، IFR است.

تعریف ۱ – ۴ تابع توزیع با نرخ شکست نزولی اگر تابع نرخ شکست توزیعی برحسب t غیر صعودی باشد، آن توزیع دارای نرخ شکست نزولی است و اصطلاحاً می‌گوییم F ، DFR است.

[1] Increasing Failure Rate
[2] Decreasing Failure Rate

در مباحث عملی قابلیت اعتماد داده‌ها معمولاً به صورت کامل به دست نمی‌آیند وممکن است سانسور شوند. با توجه به روشی که داده‌ها جمع آوری می‌شوند انواع متفاوت داده‌های سانسور شده را داریم.

فرض کنید n مؤلفه در زمان $t = 0$ در یک آزمون طول عمر قرار می‌گیرند. زمانهایی که در آن مؤلفه‌ها از کار می‌افتند را زمانهای شکست می‌گوییم. بعضی مواقع به دلیل طول عمر زیاد مؤلفه‌ها، کمبود وقت و هزینه زیاد نمی‌توانیم تا اتمام آزمایش منتظر بمانیم، لذا از مکانیسم‌های متفاوتی استفاده می‌کنیم تا داده‌های طول عمر را جمع آوری کنیم. از جمله مهمترین مکانیسم‌ها، استفاده از روشهای سانسور کردن داده‌هاست که در ادامه به ذکر بعضی از مهمترین آنها می‌پردازیم.

تعریف ۱ - ۵ سانسور نوع I در زمان $t=0$ ، n واحد را وارد آزمایش می‌کنیم اگر k شکست تا زمان t_c اتفاق افتاده باشد $n-k$ شکست بعدی را اصطلاحاً گوییم سانسور شده‌اند. به این نوع سانسور، سانسور نوع یک یا سانسور زمان گوییم.

تعریف ۱ - ۶ سانسور نوع II در این حالت آزمایش تا مشاهده k امین شکست ادامه می‌یابد. بنابراین $n-k$ مؤلفه طول عمری بیشتر از t_k دارند. اصطلاحاً می‌گوییم این $n-k$ مؤلفه سانسور شده اند. به این نوع سانسور، سانسور نوع دو یا سانسور شکست گوییم.

تعریف ۱ - ۷ سانسور نوع III (هیبرید) ترکیب سانسور نوع I (یک) و نوع II (دو) است، زمانی اتفاق می‌افتد که آزمایش تا زمان مشخص یا تعداد شکست مشخص ادامه یابد. یعنی اینکه آزمایش تا زمان $\min(t_c, t_k)$ ادامه می‌یابد.

تعریف ۱ - ۸ سانسور نوع IV[1] وقتی رخ می‌دهد که مؤلفه‌ها در دوره‌های زمانی مشخص وارد سیستم شوند. همچنین به این نوع مکانیسم ورودی شطرنجی[2] نیز می‌گویند.

[1] Systematic Multiple Censoring
[2] Staggered entry

تعریف ۱ - ۹ سانسور چپ فرض کنید که در زمان $t=0$ ، n مؤلفه تحت آزمایش قرار گیرند. اگر تعدادی از مؤلفه‌های سیستم قبل از زمان اولین بازدید از کار افتاده باشند آنگاه به این زمان شکست سانسور چپ می‌گوییم و معمولاً به صورت t^- نشان می‌دهیم. به این معنی که در زمانی قبل از t مؤلفه از کار افتاده است.

تعریف ۱ - ۱۰ سانسور راست فرض کنید که در زمان $t=0$ ، n مؤلفه تحت آزمایش قرار گیرند. اگر تعدادی از مؤلفه‌های سیستم بعد از زمان آخرین بازدید هنوز سالم باشند آنگاه به این زمان شکست سانسور راست می‌گوییم و معمولاً به صورت t^+ نشان می‌دهیم. یعنی مؤلفه تا زمان t ، هنوز کار می‌کرده و در زمانی بعد از t از کار خواهد افتاد.

تعریف ۱ - ۱۱ سانسور فاصله‌ای درصورتی که در فاصله زمانی اولین بازدید t_1' و دومین بازدید t_2' ، s مؤلفه از کار افتاده باشند می گوییم این s مؤلفه سانسور فاصله‌ای شده‌اند. یعنی این مؤلفه‌ها طول عمری بیشتر از t_1' و کمتر از t_2' داشته‌اند. اصطلاحاً گوییم که s مؤلفه در فاصله زمانی (t_1', t_2') سانسور شده‌اند.

تعریف ۱ - ۱۲ سیستم k از n[1] به سیستمی که عملکرد آن مستلزم کارکرد حداقل k تا از کل n مؤلفه است، سیستم k از n گوییم.

نکته ۱ - ۱ در حالت خاص اگر $k=n$ سیستم سری و اگر $k=1$ سیستم را موازی می‌گوییم.

۱ - ۳ توزیعهای کاربردی

اکنون به معرفی بعضی از توزیعهای مهم که در بخشهای بعد از آنها استفاده شده، می‌پردازیم.
در اینجا به مرور توزیع گسسته چندجمله‌ای[2] و توزیع‌های پیوسته بر نوع X[3]، لوماکس[4] (پارتو[5])، وایبل[6] و دریکله[7] می‌پردازیم همچنین برخی از ویژگی‌های آنها را ارائه می‌کنیم.

---
[1] k out of n System
[2] Multinomial
[3] Burr X
[4] Lomax
[5] Pareto
[6] Weibull
[7] Dirichlet

۱ – ۳ – ۱ توزیع چندجمله‌ای

تابع چگالی احتمال این توزیع به صورت $f(\underline{t}\,|\,n,\boldsymbol{\theta})=\dfrac{n!}{\prod_{i=1}^{k} t_i!}q_1^{t_1}q_2^{t_2}..q_k^{t_k}$ به طوری که $\underline{t}=(t_1,t_2,...,t_k)$ و

$\sum_{i=1}^{k}q_i=1$, $0\le q_i\le 1$, $t_i=0,1,2,...,n$ و برای نشان دادن آن از نماد $Multinomial(n,q_i)$ استفاده می‌شود. در این توزیع میانگین، واریانس و کوواریانس به ترتیب برابر با $E(T_i)=nq_i$،

$Var(T_i)=nq_i(1-q_i)$ و $Cov(T_i,T_j)=-nq_iq_j$ هستند.

۱ – ۳ – ۲ توزیع بر نوع X

تابع چگالی احتمال این توزیع به صورت $f(t\,|\,q,s)=2q\dfrac{t}{s}e^{-(t/s)^2}\left[h(s,t)\right]^{q-1}$, $t>0,q>0,s>0$ است، که در آن $h(s;t)=1-e^{-(t/s)^2}$ و برای نشان دادن آن از نماد $BurrX(q,s)$ استفاده می‌شود. تابع نرخ شکست آن به صورت زیر است

$$h(t\,|\,q,s)=2q\,\frac{t}{s\left\{1-\left[h(s,t)\right]^{q}\right\}}e^{-(t/s)^2}\left[h(s,t)\right]^{q-1}\quad ,q>0,s>0.$$

۱ – ۳ – ۳ توزیع لوماکس

تابع چگالی احتمال این توزیع به صورت $f(t\,|\,a,b)=ab(1+bt)^{-(a+1)}$, $t>0$ به ازای $a,b>0$ می‌باشد و برای نشان دادن آن از نماد $Lo\max(a,b)$ استفاده می‌شود. میانگین و واریانس به ترتیب برابر با $E(T)=\left[b(a-1)\right]^{-1},a>1$ و $Var(T)=a\left[b(a-1)(a-2)\right]^{-1},a>2$ هستند. تابع نرخ شکست آن به صورت زیر به دست می‌آید

$$h(t\,|\,a,b)=\frac{ab}{1+bt}\quad ,a>0,b>0.$$