دانشکده ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

پایان نامه

برای دریافت درجه دکتری

ریاضی کاربردی

کنترل همزمان سیستم های خطی

استاد راهنما: دکتر سید مهدی کرباسی

استاد مشاور: دکتر ولی درهمی

پژوهش و نگارش: فاطمه سعادت جو

آذرماه ۱۳۸۸

قدردانی

پس از حمد و سپاس پروردگار متعال، از استاد راهنمای گرامی‌ام، جناب آقای پروفسور سید مهدی کرباسی که با راهنمائیهای ارزشمند و دلسوزانه‌شان در طول زمان تحصیل اینجانب را یاری نمودند و در تدوین و تحقیق این رساله نیز نقش بسزایی داشتند کمال تشکر و قدردانی می‌نمایم.

همچنین بر خود لازم می‌دانم از استاد عزیز و بزرگوارم جناب آقای دکتر ولی درهمی به خاطر تقبل زحمت مشاوره اینجانب و راهنمائیهای علمی و کارگشا در تمام زمان تحصیل در مقطع دکتری تشکر و قدردانی نمایم.

از اساتید گرامی، آقایان دکتر مهدی دهقان، دکتر سید محمد بزرگ، دکتر فرید مالک و دکتر سید مهدی حسینی نیز به خاطر قبول داوری این پایان نامه تشکر می‌نمایم.

همچنین از اساتید محترم دانشکده علوم ریاضی که در تمام زمان دانشجویی از محضرشان تلمذ نموده‌ام از صمیم قلب سپاسگزارم و بر خود لازم می‌دانم از تلاش و دلسوزی همکاران دانشکده خانم‌ها عابدینی و عباسی نیز قدردانی نمایم.

در پایان از همکاری همیشگی همسر و فرزندانم در راستای ایجاد بستر مناسب جهت ادامه تحصیل ممنون و سپاسگزارم.

با تواضع و خشوع، تقدیم به

«پیشگاه مقدس حضرت ولی عصر(عج)»

و پدر و مادرو همسر بزرگوارم

چکیده

منظور از کنترل همزمان، پایدارسازی چند سیستم، تحت یک کنترلگر پس‌خوردی است. به‌ویژه در کنترل پرواز هواپیما تحت شرایط مختلف، که به‌وسیله یک مجموعه از سیستم‌های دینامیکی خطی بیان می‌شوند کاربرد دارد. کنترلگر همزمان، پیوستگی و اطمینان ایجاد می‌کند. در این رساله روشی نو برای کنترل همزمان یک مجموعه از سیستم‌های کنترل‌پذیر خطی ارائه می‌گردد. با استفاده از تبدیلات تشابهی و پیداکردن یک سری نامعادلات می‌توان یک کنترلگر جهت پایدارسازی همزمان سیستم‌ها به‌دست آورد. علاوه بر این، از الگوریتم‌های ژنتیکی به‌منظور حل مسأله مینیمم‌سازی مقید به‌دست آمده از مجموعه معادلات و نامعادلات استفاده شده است. بهبود پاسخ زمانی با استفاده از یک فیلتر پایین‌گذر نیز مورد بررسی قرار گرفته است. دست‌آوردهای جدید در چند مثال به نمایش گذاشته شده است.

فهرست مندرجات

فصل ۱

مقدمه

۱.۱ مقدمه

امروزه سیستم‌ها در زندگی روزمره از نقش و اهمیت بسزایی برخوردار هستند. رفتار دینامیکی بسیاری از سیستم‌ها اعم از مکانیکی، الکتریکی، حرارتی، اقتصادی و غیره را می‌توان بر حسب معادلات دیفرانسیل توصیف کرد. یافتن یک مدل ریاضی مناسب برای این سیستم‌ها از مهمترین بخش‌های تحلیل است.

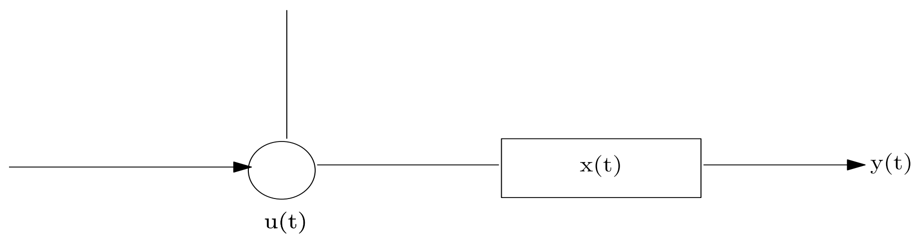
در صنعت و فن‌آوری جدید تمامی فعالیت‌ها به نوعی به صورت یک سیستم طراحی می‌شوند که ممکن است از مرکز به‌طور خودکار کنترل شوند. کنترل اتوماتیک در سیستم‌های فضاپیما، هدایت موشکها و روبات‌ها نقش مهم و حیاتی دارند.

هدف علم کنترل تدوین نظریه‌ها و اصول قواعد لازم برای تنظیم سیستم‌های دینامیکی است. در حالت کلی کنترل تنها به مسائل مهندسی محدود نمی‌شود. حتی مسائلی نظیر کنترل موجودی و سیستم‌های اقتصادی—اجتماعی را می‌توان به کمک نظریه کنترل خودکار بررسی نمود.

سیستم کنترل، اتصالی از اجزای تشکیل‌دهنده سیستم است که پاسخ مطلوبی برای سیستم ایجاد می‌کند. اساس تحلیل سیستم‌های کنترل را نظریه پس‌خورد و نظریه سیستم‌های خطی تشکیل می‌دهد که در آن رابطه ورودی— خروجی، رابطه علت— معلولی فرایند را نشان می‌دهد. بخش‌های اصلی سیستم کنترل را می‌توان به‌صورت زیر برشمرد:

۱— ورودی   ۲— حالت سیستم   ۳— خروجی

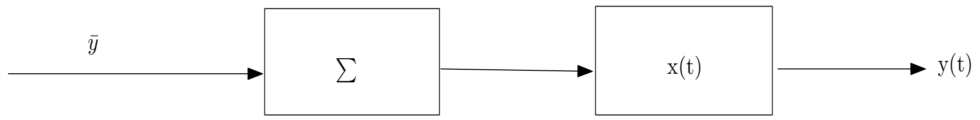
رابطه بین این بخش‌ها به‌صورت شکل زیر نشان داده می‌شود:



شکل ۱.۱.۱: رابطه بین سیگنال ورودی و خروجی یک سیستم کنترل

در سیستم‌های کنترل موسوم به کنترل حلقه‌باز بدون استفاده از پس‌خورد، فرایند سیستم

کنترل می‌شود و خروجی یا حالت سیستم تاثیری بر ورودی سیستم ندارد و تنها از یک عملگر یا کنترل‌کننده برای خروجی مطلوب استفاده می‌شود.



شکل ۲.۱.۱: شمایی از یک سیستم حلقه باز

که در آن $\bar{y}$ پاسخ خروجی مطلوب و $\sum$ یک عملگر می‌باشند. همانطور که از شکل پیداست در سیستم حلقه‌باز، خروجی با هیچ مقداری مقایسه نمی‌شود. برای کنترل دقیق‌تر، یک ارتباط یا پس‌خورد، بین حالت یا خروجی سیستم با ورودی سیستم لازم است که چنین سیستمی، سیستم کنترل حلقه‌بسته نامیده می‌شود. در سیستم کنترل حلقه‌بسته، خروجی واقعی اندازه‌گیری می‌شود تا با پاسخ مطلوب مقایسه گردد. در این نوع کنترل، ضمن حضور سیگنال اخلال‌گر، سعی در کاهش اختلاف بین خروجی سیستم و ورودی مرجع می‌شود. انجام این کار بر این اختلاف مبتنی است و از تفاضل بین خروجی فرایند تحت کنترل و ورودی مرجع، برای کنترل فرایند استفاده می‌شود به‌نحوی که این تفاضل دائما کاهش می‌یابد.

در بسیاری از سیستم‌های کنترلی از قبیل کنترل سرعت، درجه حرارت بدن و کوره الکتریکی، دقت در اندازه‌گیری، علوم فضایی، اقتصاد، مدیریت و غیره که انسان قادر به درک و حل سریع آنها نیست، کنترل پس‌خوردی نقش اساسی و حیاتی ایفا می‌کند.

در صورتی که سیستم دارای ورودی از پیش تعیین شده باشد و سیگنال‌های اخلال‌گر وجود

نداشته باشد استفاده از کنترل حلقه‌باز ارجحیت دارد. سیستم‌های حلقه‌بسته تنها در مواردی مزیت دارند که در آن سیگنال‌های اخلال‌گر قابل پیش‌بینی نباشند یا تغییرات غیر قابل پیش‌بینی در اجزاء سیستم وجود داشته باشند. از طرفی به‌کارگیری سیستم‌های حلقه‌بسته دارای سربار اضافی نسبت به سیستم‌های حلقه‌باز است.

از نظر ثبات یا پایداری، ساخت سیستم کنترل حلقه‌باز ساده‌تر است زیرا ثبات سیستم مسئله چندان مشکل نیست. از طرف دیگر پایداری یک سیستم حلقه‌بسته مطلبی با اهمیت است و عدم وجود آن موجب نوسان با دامنه ثابت یا متغیر خواهد شد.

در بسیاری از مسائل مهندسی، لازم است تا تعداد متناهی از سیستم‌های خطی به‌طور همزمان کنترل شوند. مسائلی مثل کنترل و دنبال‌کردن درجه‌ای هواپیما زمانی‌که شرایط متفاوتی به‌وسیله مدل‌های دینامیکی پرواز مطرح می‌شوند نمونه‌ای از این‌گونه مسائل هستند.

هدف از این رساله، معرفی و بررسی برخی روش‌ها و الگوریتم‌های محاسباتی می‌باشد که در ارتباط با کنترل همزمان چندین سیستم کنترل‌پذیر خطی است. همین‌طور بهبود پاسخ زمانی یکایک سیستم‌ها در نظر گرفته شده است و روش‌های جدید برای تولید یک کنترل‌گر ارائه گردیده است.

۲.۱ تاریخچه

تحقیقات مرتبط با کنترل همزمان سیستم‌های خطی برای اولین بار بر اساس کار بردول [۱] و کاستانون [۲] که در سال ۱۹۷۹ انجام شده بود [۳]، توسط سیکس [۳] و مورای [۴] در

[۱] Birdwell
[۲] Castanon
[۳] Saeks
[۴] Murray

سال ۱۹۸۲ به‌کار گرفته شد[۴۲]. ویدیاساگار[5] و ویسواناداهام[6] در سال ۱۹۸۲ نشان دادند که پایداری همزمان دو سیستم به یک مساله خوش‌تعریف تبدیل می‌شود و می‌توان یک کنترلگر پایدار مناسب برای هر دو سیستم به‌دست آورد[۴۶]. در سال ۱۹۹۳ توسط بلوندل[7] و گیورز [8] مشخص شد که پایداری همزمان برای بیش از دو سیستم مشکل است[۴] همچنین بلوندل و تسیت سیکلز[9] در سال ۲۰۰۰ به این مهم رسیدند که یافتن یک جواب تحلیلی برای مساله پایداری همزمان دارای پیچیدگی NP است و از این رو هیچ الگوریتم تحلیلی منجر به یک جواب ساده و صریح نمی‌شود[۵]. لذا روش‌های عددی مورد توجه واقع شدند. مساله پایداری همزمان سیستم‌ها به‌کمک روش‌های عددی توسط اشمیتندورف[10] و هولوت[11] در سال ۱۹۸۹ به‌کمک مینیمم فاز[۴۳]، گرومل[12] و پرز[13] در سال ۱۹۹۱ با استفاده از روش بهینگی[۱۶]، چن[14] و چو[15] در سال ۱۹۹۵ با به‌کارگیری روش وارون‌سازی سیستم[۹]، لم[16] و کو[17] در سال ۱۹۹۹ با استفاده از الگوریتم‌های عددی غیرخطی[۳۱]، هنریون[18] و سابک[19] در سال ۲۰۰۲ به‌کمک چندجمله‌ای‌ها[۱۸]، روبن[20] و پرس در سال ۲۰۰۸ با به‌کارگیری روش تفکیک[۴۰]، سعادت جو، درهمی و کرباسی با استفاده از تبدیلات تشابهی، برنامه‌ریزی غیرخطی و الگوریتم‌های ژنتیکی در

[5] Vidyasagar
[6] Viswanadham
[7] Blondel
[8] Gevers
[9] Tsitsiklis
[10] Schemitendorf
[11] Hollot
[12] Geromel
[13] Peres
[14] Chen
[15] Chow
[16] Lam
[17] Cao
[18] Henrion
[19] Sabek
[20] Roben

سال ۲۰۰۹ به‌کار گرفته شدند[۴۱].
مساله پایدارسازی همزمان یک مجموعه متناهی از سیستم‌های مجزا تحت یک کنترلگر پس‌خوردی در کنترل هواپیما در سال ۱۹۸۷ توسط پیترسون[۲۱] [۳۷] به‌کار گرفته شد. در این نوع از مسائل زمانی‌که شرایط متفاوتی به‌وسیله مدل‌های دینامیکی پرواز مطرح می‌شوند کارایی کنترل همزمان مشخص می‌شود. یک کنترلگر پایدار، سیستم را ساده‌تر و کارآمدتر می‌کند و می‌توان از آن به‌عنوان پشتیبانی جهت بازسازی و تنظیم دوباره سیستم ازکارافتاده و آسیب‌دیده استفاده نمود. یک کنترلگر پس‌خوردی غیرخطی پایدار برای مجموعه‌ای از سیستم‌های تک‌ورودی توسط پیترسون ارائه شده است. شرایط لازم و کافی برای حل‌پذیری مساله بهینه‌سازی مقید درون‌سازی شده به‌منزله وجود کنترل‌کننده‌هایی که به‌طور همزمان یک مجموعه از سیستم‌های تک‌ورودی و سیستم‌های چندورودی—چندخروجی را پایدار می‌کند توسط کو و هویت[۲۲] و لم در سال‌های ۱۹۹۱ و ۲۰۰۱ به‌دست آمدند[۷، ۲۰، ۳۷]. در سال‌های ۱۹۸۳ و ۱۹۹۳ به‌ترتیب توسط لوز[۲۳] و هویت کنترل‌کننده‌های پس‌خورد حالت پایدار همزمان بهینه با حل یک مساله مینیمم‌سازی به‌دست آمدند[۲۰، ۳۲]. وو[۲۴] و لی[۲۵] در سال ۲۰۰۵ یک مساله بهینه‌سازی کمکی برای به‌دست آوردن یک جواب تقریبی، به‌جای مساله اصلی حل نمودند[۴۷].
مساله پایداری همزمان تعداد متناهی از سیستم‌ها در نظریه کنترل از اهمیت بالایی برخوردار است. کاربردهای مرتبط با آن درمقالات مربوط به کنترل چند سیستم خطی‌سازی شده جهت پیش‌بینی مدهای شکست یک وسیله مکانیکی یا الکترونیکی ذکر گردیده است. کنترل همزمان سیستم‌های تک—ورودی تک—خروجی در مراجع [۴۳، ۱۹، ۳۶] انجام شده است. کنترل همزمان سیستم‌های چند—ورودی چند—خروجی

[۲۱] Petersen
[۲۲] Howitt
[۲۳] Looze
[۲۴] Wu
[۲۵] Lee

در مقالات زیادی مورد بحث قرار گرفته‌اند. از جمله کارهای انجام شده می‌توان به مراجع [۶، ۱۱، ۴۷، ۸، ۳۱، ۴۰] اشاره نمود. بلوندل[۲۶][۴] ثابت نمود که تصمیم‌گیری به‌طور منطقی در مورد این مساله که آیا یک مجموعه‌ای با بیش از دو سیستم، کنترل‌پذیر است ممکن نیست. خوشبختانه شرایط کافی جهت آزمون کنترل پذیری چندین سیستم به‌طور همزمان در دسترس است. در طراحی سیستم‌های مهندسی نیز از شرط کافی در این خصوص استفاده می‌شود [۳۳].

در کارهای انجام شده در خصوص کنترل همزمان چندین سیستم، به روش‌های متفاوتی به حل مساله پرداخته شده است. از جمله در[۴۳] نشان داده شده است که پایداری همزمان چندین سیستم امکان‌پذیر است اگر یک بردار c وجود داشته باشد به‌طوری‌که $c^T(sI-A_j)^{-1}b_j$ در شرط مینیمم‌سازی صادق باشد.

در [۱]، یک فضا شامل همه بردارهای کنترل پس‌خورد خطی انتخاب شده است. برای رسیدن به یک زیرفضای تضمینی برای سیستم‌های پایدار همزمان، فضای اولیه به زیرفضاهای مناسب تقسیم می‌شود. در [۶] نشان داده شده است که پایداری همزمان چند سیستم در صورت وجود یک جواب برای دستگاه نامعادلات ماتریسی m تایی، تضمین شده است. از حل قیود غیرخطی لیانارد—چیپارت[۲۷] پایداری همزمان سیستم‌ها به‌دست آمده است [۳۶]. در [۱۳] شرایط قیود پایداری لیانارد—چیپارت بهبود یافته است.

در اکثر روش‌های بیان شده[۹، ۷، ۱۶، ۲۰، ۳۱، ۳۲، ۳۷، ۴۰، ۴۱] حجم بالای محاسبات در یافتن یک کنترلگر همزمان، بالابودن نرم ماتریس کنترل و عدم استفاده از روش‌های هوشمند مشهود است. به‌عنوان یکی از اولین کارها در به‌کارگیری روش‌های هوشمند، پرتر[۲۸] و بریری[۲۹] در سال ۱۹۹۲ از الگوریتم‌های ژنتیکی برای تخصیص مقادیر ویژه در مبحث کنترل استفاده نمودند[۳۸]. الگوریتم‌های ژنتیکی انواع قیود موجود را

---

[۲۶] Blondel

[۲۷] Lienard-Chipart

[۲۸] Porter

[۲۹] Borairi

تحت یک قید بیان می‌کنند که این موضوع توسط آرفیادی[۳۰] و هادی[۳۱] در سال ۲۰۰۱ مطرح شده است[۲]. به‌دلیل امکان کاوش[۳۲] در الگوریتم‌های ژنتیکی احتمال رسیدن به جواب مینیمم عمومی بالا می‌رود. از طرفی در اکثر کارهای اشاره شده در بالا، تنها به پایداری سیستم‌های تحت کنترل توجه شده است و تنها روبن در سال ۲۰۰۸ به مطلوبیت پاسخ‌های زمانی توجه نموده است[۴۰].

در این رساله با استفاده از یک روش تحلیلی مبتنی بر تبدیلات تشابهی و الگوریتم‌های ژنتیکی و برنامه‌ریزی غیرخطی، یک کنترلگر همزمان پس‌خوردی حالت و خروجی که مقادیر ویژه هر یک از سیستم‌های حلقه‌بسته را در یک ناحیه متمرکز می‌کند ارائه می‌شود. سپس با استفاده از تابع تبدیل[۳۳] هر یک از سیستم‌ها و ایجاد مصالحه[۳۴] بین حداکثر جهش[۳۵] و زمان صعود[۳۶] روشی برای بهبود پاسخ زمانی هر یک از سیستم‌ها ارائه می‌شود.

۳.۱ عناوین کارهای انجام شده در این رساله

در فصل اول یا مقدمه، مطالبی جهت آشنایی با سیستم‌های پس‌خوردی و کنترل همزمان چندین سیستم و تاریخچه آنها بیان شده است. فصل دوم این رساله، شامل برخی تعاریف و پیش‌نیازهای ریاضی می‌باشد که در طول مبحث مورد استفاده قرار می‌گیرد. در فصل سوم به معرفی سیستم‌های کنترل استاندارد خطی و غیرخطی می‌پردازیم و سپس روش خطی‌سازی یک سیستم غیرخطی و حل سیستم‌های ناوردای زمانی توضیح داده می‌شود. مساله پایداری مورد مطالعه قرار گرفته و سپس روش تبدیلات تشابهی برای تولید

[۳۰] Arfiadi
[۳۱] Hadi
[۳۲] Exploration
[۳۳] PorterTransfer Function
[۳۴] Coordinate
[۳۵] Overshoot
[۳۶] Risetime

ماتریس پس‌خورد حالت پارامتری با تخصیص مقادیر ویژه در یک طیف از قبل تعریف‌شده برای یک سیستم معرفی می‌گردد. در فصل چهارم کنترل همزمان تعداد متناهی سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد و چگونگی ایجاد یک کنترلگر پس‌خورد حالت ارائه می‌شود. در حین انجام کار توابع برازش مناسب در حل مسائل مینیمم‌سازی معرفی می‌شوند و روشی برای حل همزمان چندین معادله و نامعادله غیرخطی ارائه می‌شود. در فصل پنجم ابتدا روشی برای محاسبه پس‌خورد خروجی برای یک سیستم معرفی می‌شود و سپس یک روش جدید برای تولید یک کنترلگر پایدار همزمان خروجی ارائه می‌گردد. در انتها با استفاده از پاسخ فرکانسی سیستم‌ها و تخصیص مقادیر ویژه به سیستم های حلقه‌بسته به‌گونه‌ای که تابع تبدیل به‌صورت یک فیلتر پایین‌گذر برای تک‌تک سیستم‌ها عمل کند، به ایجاد مصالحه بین پارامترهای زمانی حداکثر جهش و زمان صعود پرداخته می‌شود و به این ترتیب بهبود پاسخ زمانی با آزمون ورودی پله محقق می‌گردد.

فصل ۲

تعاریف و پیش‌نیازها

۱.۲ مقدمه

در این فصل تعاریف و پیش‌نیازهای مورد نیازی که در فصل‌های آینده از آنها استفاده خواهد شد آمده است. مباحث مربوط به آنالیز عددی از [۱۲]، تعاریف، قضایا و پیش‌نیازهای کنترل از [۲۴، ۳۵] انتخاب شده‌اند.

۲.۲ پیش‌نیازهای ریاضی

تعریف ۱.۲.۲ فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ باشد. آن‌گاه نرم $\|A\|_p$ که $p = ۱, \infty, ۲, F$ به ترتیب، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\|A\|_۱ = \max_{۱\leq j\leq n} \sum_{i=۱}^{m} |a_{ij}| \qquad (۱.۲.۲)$$

$$\|A\|_\infty = \max_{۱\leq i\leq m} \sum_{j=۱}^{n} |a_{ij}| \qquad (۲.۲.۲)$$

$$\|A\|_۲ = \sqrt{\rho(A^tA)} \qquad (۳.۲.۲)$$

که $\rho(A^tA)$ شعاع طیفی ماتریس A^tA یا به بیان دیگر بزرگترین مقدار ویژه ماتریس A^tA می‌باشد.

همچنین نرم فروبنیوس[۱] (F) ماتریس A به فرم

$$\|A\|_F = \left[\sum_{j=۱}^{n}\sum_{i=۱}^{m} |a_{ij}|^۲\right]^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{trace(A^tA)} \qquad (۴.۲.۲)$$

تعریف می‌شود.

---

[۱] Frobenius