دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده‌ی علوم پایه، گروه ریاضی

پایان نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی‌ارشد (M.Sc.)

گرایش: تحقیق در عملیات

عنوان:

مدل DEA با منابع مشترک و تجزیه کارایی

استاد راهنما:
دکتر مسعود صانعی

استاد مشاور:
دکتر قاسم توحیدی

پژوهشگر:
سارا نعمتی منصور

زمستان ۱۳۹۰

فهرست مطالب

فصل ۱ مقدمه‌ای برتحلیل پوششی داده‌ها ۱

۱.۱ مقدمه ۱

۲.۱ تعریف و مفاهیم اولیه ۳

۱.۲.۱ انواع تابع تولید ۳

۲.۲.۱ اصول حاکم بر DEA ۷

۳.۱ مدل CCR ۸

۱.۳.۱ مدل CCR در ماهیت ورودی ۹

۴.۱ مدل BCC ۱۲
۵.۱ عوامل قابل کنترل و غیرقابل کنترل ۱۴

فصل ۲ روش‌های دو مرحله‌ای درتحلیل پوششی داده‌ها ۱۶

۱.۲ مقدمه ۱۶
۲.۲ مزیت روش DEA دو مرحله‌ای ۱۹
۳.۲ دیدگاه مستقل در محاسبه‌ی کارایی در روش‌های دو مرحله‌ای ۲۱
۴.۲ دیدگاه وابسته ۲۶
۱.۴.۲ مدل وابسته‌ی چن و ژو ۲۶
۲.۴.۲ مدل وابسته‌ی کائو و هوانگ ۳۴

فصل ۳ تجزیه کارایی دو مرحله‌ای و منابع مشترک ۴۲

۱.۳ مقدمه ۴۲
۲.۳ ورودی‌های مشترک مدل DEA دو مرحله‌ای ۴۵
۳.۳ تجزیه‌کارایی ۵۰

فصل ۴ ارزیابی کارایی دو مرحله‌ای در حضور عوامل غیرقابل کنترل ۶۱

۱.۴ مقدمه ۶۱
۲.۴ مدل دو مرحله‌ای در حضور عوامل غیرقابل کنترل ۶۳

۳.۴ مثال کاربردی ۶۴
۴.۴ نتیجه‌گیری ۶۷

فهرست اشکال

۱.۱ مجموعه امکان تولید ۱۲

۱.۲ سیستم دو مرحله‌ای با ورودی‌های x و خروجی‌های y و محصولات میانی z . . ۱۸

۲.۲ فرآیند تولید دو مرحله‌ای ۲۲

۳.۲ فرآیند تولید دو مرحله‌ای ۲۳

۴.۲ مرزهای تولید ایجاد شده توسط مدل وابسته و مدل مستقل خطی ۳۷

۱.۳ فرآیند شبکه‌ای دو مرحله‌ای با ورودی‌های مشترک ۴۷

۱.۴ ساختار دو مرحله‌ای شعبه ۶۵

فهرست جداول

۲-۱ ورودی‌ها، اندازه میانی، و خروجی ۲۲

۲-۲ کارایی DMU-Subها (در دیدگاه مستقل) ۲۲

۲-۳ داده ۲۴

۲-۴ نتایج بدست آمده از مدل (۶.۲) ۳۳

۲-۵ یک مثال با اندازه کارایی از مدل‌های مختلف ۳۶

۳-۱ داده ۵۴

۳-۲ نتایج بدست آمده براساس VRS برای مرحله‌ی ۱ از مدل (۵.۳) ۵۵

۳-۳ نتایج بدست آمده براساس CRS برای مرحله‌ی ۱ . . . . . ۵۶
۴-۳ نتایج بدست آمده براساس VRS برای مرحله‌ی ۲ . . . . . ۵۷
۵-۳ نتایج بدست آمده براساس CRS برای مرحله‌ی ۲ . . . . . ۶۰

۱-۴ . . . . . ۶۶

تقدیم به:

پدرم به استواری کوه

مادر مهربانم به زلالی چشمه

همسر عزیزم به صمیمت باران و فرزند گلم محمدرضا

بسمه تعالی

تعهدنامه اصالت پایان نامه کارشناسی ارشد

اینجانب **سارا نعمتی منصور** دانشجوی کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته **ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات** به شماره دانشجویی ۸۸۰۶۵۱۰۸۸۰۰ که در تاریخ ۱۳۹۰/۱۰/۲۱ از پایان‌نامه‌ی خود دفاع نموده‌ام متعهد می‌شوم:

۱) این پایان‌نامه حاصل تحقیق و پژوهش انجام شده توسط اینجانب بوده و در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران (اعم از پایان نامه ،کتاب ، مقاله و ...) استفاده نموده‌ام، مطابق ضوابط و رویه‌های موجود، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در فهرست ذکر و درج کرده‌ام.

۲) این پایان‌نامه قبلاً برای دریافت هیچ مدرک تحصیلی (هم سطح ، پایین‌تر یا بالاتر) در سایر دانشگاه‌ها و موسسات آموزش عالی ارائه نشده است.

۳) چنان‌چه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده و هرگونه بهره‌برداری اعم از چاپ کتاب ، ثبت اختراع و... از این پایان‌نامه داشته باشم ، از حوزه معاونت پژوهشی واحد مجوزهای مربوطه را اخذ نمایم.

۴) چنان‌چه در هر مقطع زمانی خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن را بپذیرم و واحد دانشگاهی مجاز است با اینجانب مطابق ضوابط و مقررات رفتار نموده و در صورت ابطال مدرک تحصیلی‌ام هیچگونه ادعایی نخواهم داشت.

نام و نام‌خانوادگی: سارا نعمتی منصور

تاریخ و امضاء:

بسمه تعالی

در تاریخ: ۱۳۹۰/۱۰/۲۱

دانشجوی کارشناسی ارشد خانم **سارا نعمتی منصور** از پایان‌نامه خود دفاع نموده و با نمره **۱۷٫۵** به‌حروف **هفده و نیم** و با درجه **بسیار خوب** مورد تصویب قرارگرفت.

امضاء استاد راهنما

چکیده در تحلیل پوششی داده‌ها تقریب عالی برای اندازه‌گیری عملکرد DMUها با استفاده از ورودی‌های چندگانه برای تولید خروجی‌های چندگانه به‌کار گرفته شده است. در حالات واقعی DMUها فرایند شبکه‌ای دو مرحله‌ای با منابع ورودی مشترک دارند که مورد استفاده عملیات‌های دو مرحله‌ای قرار می‌گیرد. این DMUها تنها ورودی و خروجی ندارند بلکه اندازه‌های میانی در بین فرایند دو مرحله‌ای وجود دارد. مشخصه بارز این است که برخی از ورودی‌های مرحله اول با هر دو مرحله اول و دوم به اشتراک گذاشته می‌شوند. اما، برخی از ورودی‌های به اشتراک گذاشته را نمی‌توان به‌راحتی جداکرد و به عملیات دو مرحله‌ای اختصاص داد. درک این تمایز برای این نوع کاربردهای DEA خیلی مهم است چون اندازه‌گیری کارایی تولید برای خروجی مرحله اول می‌تواند گمراه کننده باشد و اگر DEA برخی ورودی‌هایی که دیگر خروجی‌های مرحله دوم را تولید می‌کند درنظر نگیرد کارایی واقعی بیان نمی‌شود.

مجموعه‌ای از مدل‌های DEA برای اندازه‌گیری عملکرد فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای با ورودی‌های مشترک جداناپذیر ایجاد شده است و یک تجزیه کارایی جمعی برای فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای ارائه می‌شود. مدل‌ها تحت فرضیه‌ی بازده به مقیاس متغیر درنظر گرفته شده است. در حالی‌که، می‌توان به آسانی تحت فرضیه‌ی بازده به مقیاس ثابت به‌کار برد. یک مکانیسم برای توسعه‌ی مدل‌های شبکه‌ای DEA با ورودی و خروجی مشترک ارائه می‌شود و یک مدل از تحلیل کارایی DMUها که دو مرحله فرآیند شبکه‌ای دارند معرفی می‌گردد.

فصل ۱

مقدمه‌ای برتحلیل پوششی داده‌ها

۱.۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها[۱] (DEA)، یک روش غیرپارامتری جهت ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری[۲] (DMU)، با ورودی و خروجی چندگانه می‌باشد. عبارت نسبی به این دلیل است که کارایی، نتیجه

۱) Data Envelopment Analysis (DEA) ۲) Decision Making Unit (DMU)

مقایسه واحدها با یکدیگر می‌باشد، لذا کارایی بدست آمده نسبی است نه مطلق.

DEA، یک مجموعه از واحدهای تصمیم‌گیری (DMU)را درنظر می‌گیرد که هر کدام از این DMUها مقادیری از ورودی‌های مشخص را برای تولید مقادیری از خروجی‌های مشخص، مصرف می‌کنند. هیچ روشی وجود ندارد که نشان دهد در این DMUها ورودی‌ها چگونه به خروجی‌ها تبدیل می‌شوند، هر DMU با توجه به جریان تولید آن، به‌صورت یک جعبه سیاه درنظر گرفته می‌شود.

مدل‌های DEA ممکن است در ماهیت ورودی، خروجی، یا بدون ماهیت باشند، که این نیز بستگی به نظر و راهنمایی تحلیل‌گر دارد. مدل‌های با ماهیت ورودی، مقدار کاهش ورودی‌ها را مشخص می‌کنند، به‌طوری‌که با ثابت نگه‌داشتن سطح خروجی یک DMU کارا شود. به‌طور مشابه، مدل‌های با ماهیت خروجی، مقدار افزایش خروجی‌ها را مشخص می‌کنند. به‌طوری‌که، با ثابت نگه داشتن سطح ورودی یک DMU کارا گردد. مدل‌هایی که بدون ماهیت باشند، حداکثر کاهش ورودی‌ها و حداکثر افزایش خروجی‌ها را به‌طور همزمان تعیین می‌کنند.

DEA، یک مرز کارا براساس بهترین عملکرد مقادیر مشاهده شده، می‌سازد و کارایی هر یک از DMU ها را نسبت به این مرز ارزیابی می‌کند، DMUهایی که روی مرز قرار می‌گیرند کارای نسبی نامیده می‌شوند.

کارایی DMUهایی که روی مرز قرار نمی‌گیرد، نسبت به یک ترکیب خطی مثبت از DMUهای کارا ارزیابی می‌شود، این DMU ناکارا هست، DMUهای کارا که در این ترکیب خطی دارای وزن‌های مثبتی هستند، مجموعه‌ی مرجع را برای DMU ناکارا تشکیل می‌دهند. مدل‌های DEA، برای ارزیابی یک DMU خاص به‌صورت یک مساله برنامه‌ریزی خطی فرمول‌بندی می‌شود.

۲.۱ تعریف و مفاهیم اولیه

تولید: هر نوع تغییر و تبدیل مستقیم که مطلوبیت کالا را افزایش دهد، تولید نامیده می‌شود. تولید می‌تواند ناشی از تغییر و تبدیل در مواد یا یک تغییر و تبدیل ساده‌ی مکانی باشد. به‌عنوان مثال، حمل و نقل و یا حتی تغییر و تبدیل در زمان باشد. نتیجه‌ی یک فعالیت تولیدی که ناشی از تغییر و تبدیل باشد را محصول (خروجی) می‌نامند. مواد و کالاهایی که برای بدست آوردن محصول، مورد استفاده قرار می‌گیرند، منابع تولید (ورودی) نامیده می‌شوند.

تابع تولید: تابعی است که به‌ازای هر ترکیبی از ورودی‌ها حداکثر خروجی را تولید کند. تابع تولید را به‌صورت $y = f(x)$ نشان می‌دهد.

۱.۲.۱ انواع تابع تولید

تابع تولید می‌تواند شکل‌های مختلفی از توابع ریاضی را داشته باشد. به‌طور مثال، ممکن است به‌صورت تابع خطی و یا به‌صورت تابع نمایی از عوامل تولید بیان گردد. دو شکل اساسی از این توابع که بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد، توابع با ضرایب انعطاف‌پذیر و توابع با ضرایب ثابت است.

تابع تولید با ضرایب انعطاف‌پذیر تابعی است که مقدار معینی از محصول را می‌تواند با ترکیب‌های مختلفی از عوامل تولید بدست آورد.

در این روش، می‌توان ضرایب تولید را در بازه‌ی معینی تغییر داد. به‌طوری‌که جایگزینی بین عوامل تولید را به نحو وسیعی ممکن می‌سازد. یکی از انواع تابع تولید، تابع کاب داگلاس است که فرم کلی آن به‌صورت زیر

است:

$$\mathbf{Q} = A_{\circ} \prod_{j=1}^{n} \mathbf{A}_j^{x_j}$$

که در آن $\mathbf{A}_1$، ...، $\mathbf{A}_n$ ورودی‌ها و $\mathbf{Q}$ خروجی محسوب می‌شوند و $A_{\circ}$ و x_1، ...، x_n به‌عنوان پارامترهای مساله مشخص می‌گردند. برای این منظور مشاهداتی به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم.

$$F = \{(A_{11}, A_{12}, \ldots, A_{1n}, Q_1), \ldots, (A_{m1}, A_{m2}, \ldots, A_{mn}, Q_m)\}$$

با توجه به تعریف تابع تولید،

$$d_i = (A_{\circ} A_{i1}^{x_1} \ldots A_{in}^{x_n}) - Q_i, \quad i = 1, \ldots, m$$

آن‌گاه مساله زیر را داریم:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{n} d_i \\ &\text{s.t.} \quad d_i \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m. \end{aligned}$$

با تبدیل تابع کاب داگلاس توسط لگاریتم در مبنای e، $(\ln)$ می‌توان پارامترهای آن را بدست آورد. یعنی، با قرار دادن $\ln Q_i = q_i$، $\ln A_{ij} = a_{ij}$، و $A_{\circ} = a_{\circ}$ مساله برنامه‌ریزی خطی زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{m} (\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + a_{\circ} - q_i) \\ &\text{s.t.} \quad q_i \leqslant a_{\circ} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j, \qquad i = 1, \ldots, m. \end{aligned} \tag{۱.۱}$$

این مساله همواره شدنی است. زیرا، $x_j = 0$، $j = 1, \ldots, n$ و $a_{\circ} = \max \{q_i : \ i = 1, \ldots, m\}$ حداقل یک جواب شدنی برای مساله‌ی (۱.۱) است.

کارایی: کارایی[۳] در عرف به معنی خوب کار کردن است. واحدی را درنظر بگیرید که با مصرف ورودی x، خروجی y را تولید کند، کارایی را برابر نسبت خروجی به ورودی یعنی، $\frac{y}{x}$ تعریف می‌کنیم.

کارایی مطلق[۴]: فرض کنید برای واحدهای تصمیم‌گیری خاص، استانداردهای جهانی به‌ازای یک واحد ورودی، خروجی‌ای برابر y^* داشته باشیم. اگر واحد تصمیم‌گیری بامصرف یک واحد ورودی، خروجی y_o را تولید کند در این‌صورت، کارایی مطلق برابر با $\frac{y_o}{y^*}$ خواهد بود. اما، چون همواره استاندارد جهانی همیشه در دست نیست، کارایی نسبی[۵] مورد توجه قرار می‌گیرد.

کارایی نسبی: فرض کنیم واحدهای تصمیم‌گیری ۱، ۲، ...، n به ترتیب با مصرف x_1، x_2، ...، x_m از ورودی‌ها، خروجی‌های y_1، y_2، ...، y_s را تولید کنند. کارایی نسبی برای واحد jام به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$RE_j = \frac{\frac{y_j}{x_j}}{\max\limits_{1 \leqslant k \leqslant n} (\frac{y_k}{x_k})}$$

اگر واحد تصمیم‌گیری jام با مصرف بردار ورودی $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ ، بردار خروجی $(y_1, y_2, \ldots, y_s)$ را تولید کند و قیمت هر خروجی و هزینه هر ورودی معلوم باشد آن‌گاه کارایی نسبی این واحد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RE_j = \frac{u_1 y_1 + u_2 y_2 + \cdots + u_s y_s}{v_1 x_1 + v_2 x_2 + \cdots + v_m x_m}$$

که در آن u_r، $r = 1, 2, \ldots, s$، قیمت خروجی y_r و v_i، $i = 1, 2, \ldots, s$، هزینه ورودی x_i هستند. کارایی فوق به کارایی اقتصادی معروف است.

بردار غالب[۶] : بردار $\mathbf{x}$ غالب بردار $\mathbf{y}$ است اگر و تنها اگر $\{\mathbf{x} \geqslant \mathbf{y}, \mathbf{x} \neq \mathbf{y}\}$. در غیراین صورت،

۳) Efficinecy ۴) Absolute Efficiency ۵) Ratio Efficiency ۶) Dominate

گوییم بردار $\mathbf{y}$ مغلوب بردار $\mathbf{x}$ است.

فارل[۷] (۱۹۵۷) برای نخستین بار روش‌های غیرپارامتری را مطرح کرد. مقاله وی اساس کار چارنز[۸]، کوپر[۹]، و رودز[۱۰] با ارائه مدل CCR و پس از آن بنکر[۱۱] (۱۹۸۴) با مدل BCC شد، که در بخش‌های بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرند. در حقیقت، این مقالات که بر پایه علم تحقیق در عملیات[۱۲] فراهم شده است، اساس بسیاری از مطالعات تحلیل کارایی شدند که تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها مورد توجه قرار می‌گیرند.

عامل ورودی[۱۳]: ورودی عاملی است که با افزایش آن، با حفظ تمام عوامل دیگر، کارایی کاهش یافته و با کاهش آن، با حفظ تمام عوامل دیگر، کارایی افزایش می‌یابد.

عامل خروجی[۱۴]: خروجی عاملی است که با کاهش آن، با حفظ تمام عوامل دیگر، کارایی کاهش یافته و با افزایش آن، با حفظ تمام عوامل دیگر، کارایی افزایش می‌یابد.

مجموعه امکان تولید[۱۵]: گفتیم با داشتن تابع تولید به‌راحتی می‌توان کارایی یک واحد تصمیم‌گیری را محاسبه کرد. اما همان‌طوری که ذکر شد، به دلایل مختلفی تابع تولید به‌راحتی محاسبه نمی‌گردد. بنابراین، در ارزیابی مدل‌های DEA مجموعه‌ای به‌نام مجموعه امکان تولید می‌سازیم و مرز آن را تقریبی از تابع تولید می‌گیریم. تابع تولید حاصل از مجموعه امکان تولید یک مرز تقریبی است که با توجه به تکنولوژی تولید دارای ویژگی‌های مورد نظر است. مجموعه امکان تولید یا PPS را با T به‌صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) | \text{بردار خروجی } \mathbf{y} \text{ بتواند توسط بردار ورودی } \mathbf{x} \text{ تولید شود}\} \qquad (۲.۱)$$

مجموعه امکان تولید را به‌گونه‌ای می‌سازیم که در اصول موضوعه‌ی زیر صدق کند.

۷) Farell ۸) Charnes ۹) Cooper ۱۰) Rhodes ۱۱) Banker ۱۲) Operation reserch
۱۳) Input ۱۴) Output ۱۵) Prouction Possibility Set(PPS)

۲.۲.۱ اصول حاکم بر DEA

اصول حاکم در ساختن مجموعه امکان تولید به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

۱ـ اصل شمول مشاهدات (ناتهی بودن)[۱۶]: این اصل بیانگر این است که تمام مشاهدات به مجموعه امکان تولید تعلق دارند.

$$\forall j \ (j = ۱, ۲, \ldots, n) \quad (\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j) \in T$$

۲ـ اصل بی‌کرانی اشعه (بازده به مقیاس ثابت)[۱۷]: این اصل بیانگر این است که اگر $\mathbf{x}$ بتواند $\mathbf{y}$ را تولید کند آنگاه به‌ازای هر $\lambda > ۰$، $\lambda\mathbf{x}$، می‌تواند $\lambda\mathbf{y}$ را تولید کند. به بیان دیگر

$$\forall(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \forall\lambda; \ \left[((\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T, \ \lambda \geqslant ۰) \Longrightarrow (\lambda\mathbf{x}, \lambda\mathbf{y}) \in T\right]$$

۳ـ اصل امکان‌پذیری[۱۸]: این اصل بیان می‌کند که اگر $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T$، به ازای‌هر $(\mathbf{x})$ که در آن $\bar{\mathbf{x}} \geqslant \mathbf{x}$ و به ازای هر $\mathbf{y}$، که $\bar{\mathbf{y}} \leqslant \mathbf{y}$ آنگاه $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) \in T$. به عبارت دیگر:

$$\forall(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \ \ \left[(x, y) \in T, \forall\bar{x} \ \ \bar{x} \geqslant x, \forall\bar{y} \ \ \bar{y} \leqslant y \Longrightarrow (\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) \in T\right]$$

۴ـ اصل تحدب[۱۹]: با پذیرفتن این اصل در تکنولوژی تولید اگر $(\mathbf{x}_۱, \mathbf{y}_۱), (\mathbf{x}_۲, \mathbf{y}_۲) \in T$ آنگاه برای هر $۰ \leqslant \lambda \leqslant ۱$ می‌پذیریم که ترکیب محدب این دو نیز به T تعلق دارد. به عبارت دیگر:

$$\forall(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \forall(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}); \left[((\mathbf{x}, \mathbf{y}), (\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) \in T, \forall\lambda, \lambda \in [۰, ۱]) \Rightarrow \lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + (۱ - \lambda)(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) \in T\right]$$

۱۶) Nonempety ۱۷) Constant Returns to Scale ۱۸) Plausibility ۱۹) Convexity