

فهرست مندرجات

۱۲	فصل ۱ مفهوم کلی از فیزیک مزون B
۱۲	۱-۱ مدل استاندارد
۱۴	۱-۱-۱ بخش طعم
۱۷	۲-۱-۱ مثلث یکانی
۱۸	۲-۱ واپاشی های مزون B و نظریه میدان موثر
۲۰	۱-۲-۱ فرضیه تکامل تدریجی گروه دوباره نرمالیز
۲۱	۲-۲-۱ گروه دوباره نرمالیز برای ضرایب ویلسون
۲۳	۳-۲-۱ هامیلتونی موثر برای حالت $\Delta B=1$
۳۱	۳-۱ قاعده جمع QCD

۳۲ شبکه QCD ۴-۱
----	--------------------

فصل ۲ فاکتور کردن به روش QCD

۳۳ فاکتور کردن ساده ۱-۲
----	----------------------------

۳۶ فاکتور کردن به روش QCD ۲-۲
----	----------------------------------

۳۶ ساختار فرمول فاکتور کردن به روش QCD ۱-۲-۲
----	-------------------------------------------------

۳۷ پارامترهای غیر آشفته (منظم) ۲-۲-۲
----	-----------------------------------------

۴۱ سهم های پراکندگی سخت کرنلی ۳-۲-۲
----	----------------------------------------

۴۵ محدوده ها در فاکتور کردن ۳-۲
----	------------------------------------

۴۶ برخی پارامترهای کوچک ۱-۳-۲
----	----------------------------------

۴۷ افزایش تصحیحات انرژی با جرم کوآرک ۲-۳-۲
----	-----------------------------------------------

۴۸ دامنه های واپاشی غیر لپتونی مزون B ۴-۲
----	----------------------------------------------

۵۰ تجزیه ایزواسپین برای واپاشی های $B \rightarrow k\pi$ و $B \rightarrow \pi\pi$ ۱-۴-۲
----	-------------------------------------------------------------------------------------------

فصل ۳ دامنه های توزیع مزون هسته سبک

۵۳ چارچوب عمومی ۱-۳
----	------------------------

۵۵ مطابقت تقارن ۲-۳
----	------------------------

۵۵ ۱-۲-۳ گروه مطابقت
۵۶ ۲-۲-۳ مطابقت تقارن در QCD
۵۷ ۳-۳ دامنه های توزیع مزون هسته سبک
۵۸ ۴-۳ رابطه انتگرال تابع موج پایون $\int_0^1 dx \frac{\phi_B(x)}{x}$ با ممان های گگنبار $a_n(\mu^2)$
۵۹ ۵-۳ ساختار های قبلی ϕ_π
۶۲ ۶-۳ مدل جدید برای دامنه توزیع هسته سبک
۶۳ ۱-۶-۳ ساختار مدل جدید
۶۸ ۲-۶-۳ خواص مدل جدید دامنه توزیع
۶۹ ۳-۶-۳ محدودیت های پارامترهای دامنه توزیع
۷۰ ۴-۶-۳ تعمیم به ϕ_k
۷۱ ۵-۶-۳ نتیجه نهائی برای دامنه توزیع در مدل جدید
۷۲ ۷-۳ دامنه توزیع مزون های سبک و سنگین در محدوده کوارک های سنگین

فصل ۴ تحلیل کلی از واپاشی غیر لپتونی مزون B به روش فاکتور کردن

۷۴ QCD ساده

۷۴ ۱-۴ ضرایب فاکتور کردن a_i
۷۴ ۱-۱-۴ ضرایب فاکتور کردن برای ذرات

۸۳ ۲-۱-۴ ضرایب فاکتور کردن برای پاد ذرات

۸۷ ۲-۴ آهنگ زمانی واپاشی ها و نسبت های تناسب آن ها

۹۰ ۳-۴ عدم تقارن CP

۹۴ فصل ۵ نتیجه گیری و بحث

۹۴ ۱-۵ محاسبات عددی

۹۵ ۱-۱-۵ ضریب جفتیدگی α_s

۹۵ ۲-۱-۵ ضرایب ویلسون

۹۶ ۳-۱-۵ ضرایب فاکتور کردن

۹۸ ۴-۱-۵ توابع ظاهر شده در ضرایب فاکتور کردن

۱۰۳ ۲-۵ دامنه ها و آهنگ زمانی واپاشی های $B \rightarrow k\pi$ و $B \rightarrow \pi\pi$

۱۰۶ ۳-۵ نسبت های تناسب

۱۱۰ ۴-۵ عدم تقارن CP

۱۱۴ ۵-۵ بحث ها و نتایج

فصل ۱

مفهومی کلی از فیزیک مزون B

مدل استاندارد^۱ یک مدل بنیادی برای فیزیک ذرات می باشد. با توضیح مختصری از ساختار مدل استاندارد و سپس معرفی نظریه های موثر که اساس محاسبات واپاشی مزون B را تشکیل می دهند، آغاز می کنیم. به وسیله تشریح تئوری گروه باز بهنجارش^۲، هامیلتونی موثر برای حالت $\Delta B = 1$ را به دست می آوریم. در پایان در مورد دو روش مهم برای محاسبه اطلاعات قاعده جمع QCD^۳ و شبکه QCD^۴ بحث خواهیم کرد.

۱-۱ مدل استاندارد

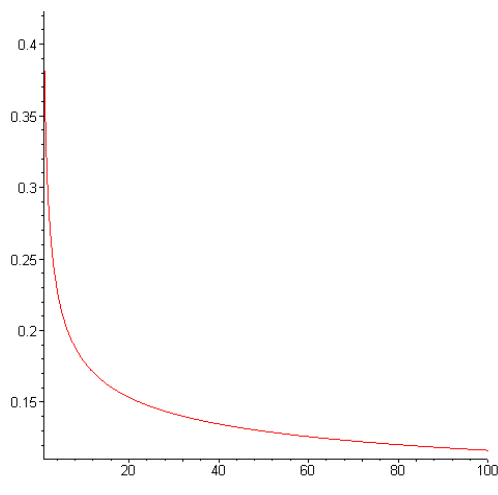
مدل استاندارد یک نظریه موفق و جامع در مورد برهمکنش ذرات در زمان کنونی می باشد، این مدل از متحد شدن نظریه های نیروهای الکتروضعیف و قوی بر پایه تئوری پیمانیه ای بوجود آمده است. آن را می توان به وسیله یک لاگرانژی بنیادی توصیف کرد که توسط سهم های سه بخش، کوانتوم دینامیک رنگ ها (QCD)، برهمکنش های الکتروضعیف و بخش هیگز ساخته شده است. ساختار پیمانیه ای مدل استاندارد به شکل زیر است: $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. نظریه QCD برای برهمکنش های

^۱ Standard Model
^۲ Renormalization group
^۳ QCD sum rules
^۴ Lattice QCD

قوی، توصیف برهمکنش بین کوارک ها و گلوئون ها است. فعالیت این نیروها با « بار رنگ » و بر پایه گروه پیمانانه ای $SU(3)_C$ استوار است. می دانیم که کوارک ها شامل سه رنگ قرمز، سبز و آبی هستند و در برهمکنش های قوی می توانند نه حالت ایجاد کنند که به خاطر تقارن رنگ $SU(3)_C$ هشتگانه می شود. مولد هشتگانه گروه یاد شده هشت نیروئی است که گلوئون ها حمل می کنند و به آنها اجازه می دهند تا با یکدیگر برهمکنش کنند این خاصیت باعث می شود که رفتار برهمکنش های قوی کوتاه برد^۱ باشد جایی که ضریب جفت شدگی α_s کوچک باشد. در انرژی های کوچک و برد بلند^۳ این ضریب بزرگ می شود. ضریب جفت شدگی α_s از رابطه زیر به دست می آید [1]:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2 / \Lambda_{QCD}^2)} \left[1 - \frac{\beta_1 \ln(\ln(\mu^2 / \Lambda_{QCD}^2))}{\beta_0^2 \ln(\mu^2 / \Lambda_{QCD}^2)} \right] \quad (1-1)$$

که در آن، $\beta_0 = \frac{11N - 10}{3}$ ، $\beta_1 = \frac{34N^2 - 50N}{3} - 10 \frac{N^2 - 1}{2N}$ ، $\Lambda_{QCD} = 225 \text{ MeV}$ ، $N = 3$ می باشد. شکل ۱-۱ نمودار ضریب جفت شدگی را بر حسب مقیاس انرژی نشان می دهد.



شکل ۱-۱: نمودار $\alpha_s(\mu)$ بر حسب مقیاس انرژی μ که در آن محور افقی مقیاس انرژی و محور عمودی ضریب جفت شدگی را نشان می دهد، اطلاعات ورودی منطبق بر مدل خودمان می باشد.

بخش بعدی مدل استاندارد آن قسمتی از برهمکنش های الکتروضعیف است که به وسیله گلاشو-سلام- واینبرگ [2]، [3] و [4] توصیف شده است که بر پایه پیمانانه گروه $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ استوار است. این نظریه یک رفتار متحد از برهمکنش های ضعیف و الکترومغناطیسی می باشد که در آن یک فوتون به عنوان انتشارگر نقش ایفا می کند. برهمکنش ضعیف تمام واپاشی های ذرات را که نمی توانند به وسیله برهمکنش های قوی یا الکترومغناطیسی پیش بروند، کنترل می کند. واپاشی های ضعیف مزون B شامل تغییر طعم در کوارک b، و توسط برهمکنش جریان بار کنترل می شود. شکست تقارن خود بخودی

^۱ Short distance
^۲ Coupling constant
^۳ Long distance

نظریه الکتروضعیف به وسیله مقدار چشم داشتی غیر صفر خلاء میدان هیگز^۱ اتفاق می افتد. ایزو اسپین^۲ اسکالر دوتائی به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (2-1)$$

میدان هیگز دارای چهار درجه آزادی است، سه تا از آنها با ضربه به بوزون های حامل میدان الکتروضعیف W^+ ، W^- و Z^0 ایجاد می شوند، درجه آزادی باقی مانده مانند یک بوزون حجیم برای آشکار شدن استدلال نظری می باشد. اما تا به حال یک ردیابی به صورت تجربی برای صحنه گذاشتن به این ادعا وجود ندارد. اطلاعات آزمایش های دقیق الکتروضعیف، جرم ذره هیگز (m_H) را پیشنهاد می دهد که باید ذره سبکی باشد. این طور به نظر می رسد که هیگز آخرین قطعه از پازل ذرات باشد. اما در محاسبات تصحیحات^۳ کوانتومی انتظار دارند که که جرم آن از مرتبه $10^{16} GeV$ باشد. با این وجود مشکل این است که اگر ذره هیگز کشف شود و جرم آن سبک باشد چه بلایی بر سر تئوری هائی که جرم آن را سنگین فرض کرده بودند، خواهد آمد. برای درک بهتر مدل استاندارد طعم کوارک ها را مورد بررسی قرار می دهیم.

۱-۱-۱ بخش طعم

فرمیون ها در مدل استاندارد به سه شکل ظاهر می شوند، هر کدام از آنها در عددهای کوانتومی یکسان هستند ولی فقط در جرم ذرات باهم تفاوت دارند. با توجه به برهمکنش های الکتروضعیف، کوارک ها و لپتون ها به دو بخش چپ دست^۴ و دو تائی و راست دست^۵ تکتائی جدا می شوند. برای لپتون ها داریم:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad (3-1)$$

$eR \quad \quad \mu R \quad \quad \tau R$

و برای کوارک ها داریم:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L, \quad (4-1)$$

$uR \quad \quad cR \quad \quad tR$
 $dR \quad \quad sR \quad \quad bR$

^۱ Higgs
^۲ Isospin
^۳ corrections
^۴ Left handed
^۵ Right handed

طبیعت و ماهیت نوترینو دست راست موضوع جاری برای به دست آوردن نتیجه مطلوب در کاوش های تجربی و تئوری می باشد. برهمکنش های الکتروضعیف توسط لاگرانژی زیر توصیف می شوند، که برخاسته از "جریان شارژ"^۱ شده و "جریان خنثی"^۲ می باشد.

$$\begin{aligned} \ell_{\text{int}}^{EW} &= \ell_{CC} + \ell_{NC} \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}}[J_{\mu}^{+}W^{+\mu} + J_{\mu}^{-}W^{-\mu}] - eJ_{\mu}^{em}A^{\mu} - \frac{g}{\cos\theta_W}[J_{\mu}^0Z^{\mu}] \end{aligned} \quad (5-1)$$

قسمت "جریان خنثی"ی لاگرانژی فوق توسط جریان الکترومغناطیسی طبیعی J_{μ}^{em} و جریان ضعیف J_{μ}^0 ، که به وسیله جمله های بارالکتریکی و ایزواسپین فرمیون ها ایجاد می شوند، به وجود می آید. داریم:

$$J_{\mu}^{em} = Q_f \bar{f} \gamma_{\mu} f \quad (6-1)$$

$$J_{\mu}^0 = \bar{f} \gamma_{\mu} [(I_z^f - 2Q_f \sin^2 \theta_W) - I_z^f \gamma_5] f \quad (7-1)$$

جریان شارژ شده در بخش کوارک از رابطه زیر به دست می آید:

$$J_{\mu}^{+} = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma_{\mu} V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \quad (8-1)$$

که در آن اندیس L نشان دهنده چپ دست بودن و $(1 - \gamma_5)/2$ می باشد، که بردار محوری $(V - A)$ در ساختار برهمکنش ضعیف را بازتاب می دهد. V_{CKM} ماتریس کبیو [5] - کوبایاشی - ماسکوا [6] است و یک ماتریس یکانی 3×3 می باشد. ویژه حالت های ضعیف آنها که قبلاً به شکل (d, s, b) بود به وسیله ماتریس CKM به (d', s', b') ربط داده می شود، و اجازه می دهد بین نسل جدید کوارک های تولید شده گذار صورت گیرد. این ماتریس ۹ عضو دارد اما تمام آنها مستقل از هم نیستند و به شکل کانونیکال کاهش می یابد و فقط سه زاویه کبیو $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ و یک فاز δ به عنوان نقض CP باقی می ماند. شکل عمومی ماتریس CKM به شکل زیر است:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (9-1)$$

از ماتریس یکانی مطمئن هستیم که تغییر طعم جریان های خنثی در سه حالت رخ نمی دهد V_{ij} در حالت عمومی اعداد مختلط هستند که فقط محدود به شرایط یکانی می باشند. آنها پارامترهای آزاد در مدل استاندارد هستند و به وسیله تجربی به دست می آیند. در کل هر ماتریس $n \times n$ ، n^2 عضو دارد، اگر تعداد این اعضا را متناظر با n کوارک جفت شده در نظر بگیریم فازهای مربوط به هر یک از $2n$ کوارک را می توانیم مجدداً به حساب بیاوریم ضمن این که لاگرانژی ثابت بماند. بنابراین ماتریس V شامل $n^2 - (2n - 1)$ عضو حقیقی است. می دانیم هر ماتریس ارتوگنال $n(n - 1)/2$ عضو حقیقی دارد، از تفاضل آنها $(n - 1)(n - 2)/2$ عضو می ماند که بیانگر فازهای مستقل در ماتریس می باشند.

^۱ Charged current
^۲ Neutral current

به عنوان مثال عددی، اگر ماتریس ما 3×3 باشد، از جفت شدن سه کوارک u, c, t با سه کوارک d, s, b که عضو به وجود می آیند، در نتیجه ماتریس V چهار عضو حقیقی دارد و ماتریس δ سه عضو حقیقی دارد تفاضل آنها عدد یک است که فاز δ مستقل را نشان می دهد [7]. می بینیم که ماتریس CKM سه زاویه مستقل و یک فاز مختلط دارد، این فاز قسمت موهومی ماتریس بوده و در مدل استاندارد نقض CP را توصیف می کند. که شکل کاهش یافته آن به سه زاویه کبیو و یک فاز به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (10-1)$$

که در آن $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ ، $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ و $i, j = 1, 2, 3$ می باشند. اعضای ماتریس فوق را با استفاده از پارامترهای ولفنستین [8] می توان بر حسب متغیر کوچک λ که در بسط انرژی ظاهر می شود باز نویسی کرد

$$\begin{aligned} V_{ud} &= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4 + O(\lambda^6) \\ V_{us} &= \lambda + O(\lambda^6) \\ V_{ub} &= A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ V_{cd} &= -\lambda + A^2\lambda^5\left[\frac{1}{2} - (\rho + i\eta)\right] + O(\lambda^6) \\ V_{cs} &= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 + O(\lambda^6) \\ V_{cb} &= A\lambda^2 + O(\lambda^6) \\ V_{td} &= A\lambda^3\left[1 - (\rho + i\eta)\left(1 - \frac{1}{2}\lambda^2\right)\right] + O(\lambda^6) \\ V_{tb} &= 1 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 + O(\lambda^6) \\ V_{ts} &= -A\lambda^2 + A\lambda^4\left[\frac{1}{2} - (\rho + i\eta)\right] + O(\lambda^6) \end{aligned} \quad (11-1)$$

چهار پارامتر ولفنستین [7] که ماتریس CKM با آن ها نوشته می شود و در تمام مراتب λ یکانی است، عبارتند از:

$$A = 0.814_{-0.022}^{+0.021}, \lambda = 0.2257_{-0.0010}^{+0.0009}, \bar{\rho} = 0.135_{-0.016}^{+0.031}, \bar{\eta} = 0.349_{-0.017}^{+0.015}$$

رابطه بین (ρ, η) با $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ به قرار زیر می باشد:

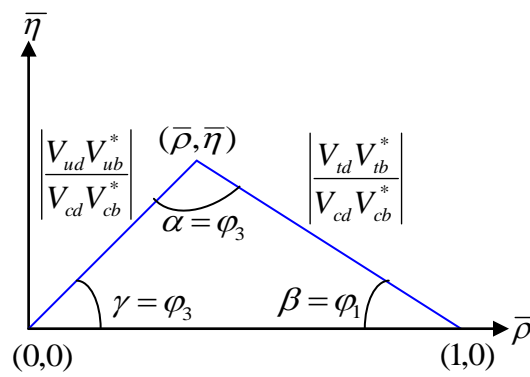
$$\rho + i\eta = \frac{\sqrt{1 - A^2\lambda^4}(\bar{\rho} + i\bar{\eta})}{\sqrt{1 - \lambda^4[1 - A^2\lambda^4(\rho + i\eta)]}}, \quad (12-1)$$

۲-۱-۱ مثلث یکانی

ماتریس یکانی CKM با رابطه ای که شش عضو مستقل از هم دارد، داده می شود. هر کدام از آنها می توانند از روی یک شکل هندسی نظیر مثلث ارائه شوند، این رابطه برای واپاشی های مزون B به شکل زیر است:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0, \quad (13-1)$$

یک قرارداد فازی انتخاب می شود که $V_{cd}V_{cb}^*$ حقیقی باشد. نمودار آن منجر به یک مثلث یکانی می شود که رئوس عرضی آن $(0,0)$ و $(1,0)$ و نوک قله در $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ می باشد. اگر رابطه بالا را در $V_{cd}V_{cb}^*$ تقسیم کنیم طول هر ضلع از مثلث به دست خواهد آمد که در شکل ۲-۱ نشان داده شده است.



شکل ۲-۱ مثلث یکانی

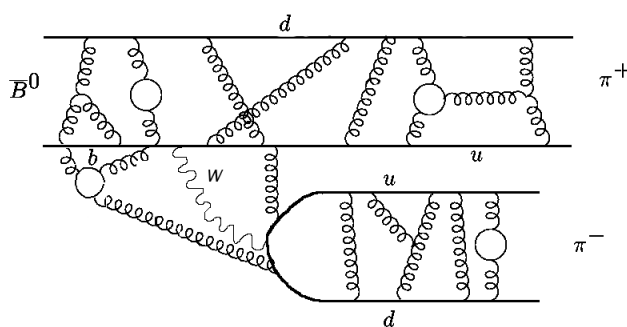
زوایای مثلث فوق عبارتند از:

$$\gamma = \varphi_3 = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right), \beta = \varphi_1 = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right), \alpha = \varphi_2 = \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) \quad (14-1)$$

تا زمانی که نقض CP شامل فازهایی از عناصر ماتریس CKM باشد خیلی از اندازه گیری های قابل مشاهده نقض CP می توانند برای محبوس کردن (مقید کردن) زوایای فوق و پارامترهای $\bar{\rho}$ و $\bar{\eta}$ به کار روند. رابطه یکانی (۱۳-۱) با تغییرات فاز ثابت می ماند، بدین معنی که با تغییر فاز ضلع ها و زاویه ها در مثلث بدون تغییر می ماند. بنابراین آنها پارامترهای قابل مشاهده فیزیکی هستند. آنها و عناصر ماتریس CKM موضوعاتی برای تصمیم گیری های تجربی، مانند میسر کردن تلاش ها برای محبوسیت (قید) پارامترهای مثلث و امتحان کردن مدل استاندارد، بوده اند. هدف مهم فیزیک طعم آن است که عناصر ماتریس CKM را محبوس (مقید) می کند.

۲-۱ واپاشی های مزون B و نظریه میدان موثر

برای مزون B سه نوع واپاشی وجود دارد: اول واپاشی های لپتونی که در آنها فقط لپتون ها شرکت می کنند، مانند $B^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$. دوم واپاشی های نیمه لپتونی که در آنها لپتون ها و کوارک ها شرکت می کنند، مانند، $B^0 \rightarrow D^- \ell^+ \nu_\ell$. واپاشی های مانند $B \rightarrow \ell^+ \nu_\ell + X$ که در آن X هر ذره ای می تواند باشد، در مجموع 10% کل واپاشی های مزون B را تشکیل می دهند. و اما سومی و خیلی مهم در این پایان نامه، که 90% باقیمانده را شامل می شود، واپاشی های کاملاً هادرونی (غیر لپتونی) می باشند. پیچیدگی محاسبات واپاشی های ضعیف به روش QCD در شکل ۱-۳ نشان داده شده است، این شکل نشان می دهد که اثری متقابل و غیر قابل اغماض، بین نیروهای قوی و الکتروضعیف وجود دارد که مجموعه نیروهای واپاشی را تعیین می کند.



شکل ۱-۳ اثرات QCD (برهمکنش های قوی) در واپاشی $B \rightarrow \pi\pi$

واپاشی به وسیله چندین مقیاس مختلف انرژی مورد بررسی قرار می گیرد، از جرم بوزون W و جرم کوارک های سنگین گرفته تا مقیاس برهمکنش قوی [9] و جرم کوارک های سبک، که به ترتیب عبارتند از:

$$\langle m_t, M_W \rangle \langle m_b, m_c \rangle \langle \Lambda_{QCD} \rangle \langle m_{u,d,s} \rangle \quad (15-1)$$

اثرات QCD را در کوتاه برد می توان در نتیجه تئوری مجانب های آزاد^۱ محاسبه کرد، با این وجود بردهای بلند غیر قابل اجتنابی وجود دارند که از محبوسیت (در قید بودن) کوارک های سبک به وجود می آیند. بدین معنی که برهمکنش های غیر اختلال QCD وجود دارند که در محاسبات واپاشی وارد می شوند. برای رهایی از طول های کوتاه و بلند از "بسط ضربی عملگر"^۲ (OPE) استفاده می کنیم [10]. ایده اصلی آن است که هیچ دامنه واپاشی نمی تواند از مرتبه $1/M_W$ باشد. تا زمانیکه M_W خیلی بزرگ تر از مقیاس های اندازه حرکت مربوطه باشد. عملگرهای جریان کوارک تولید شده که اثر متقابل دارند

^۱ Asymptotic freedom
^۲ Operator product expansion

(مانند مبادله W) در یک سری از عملگرهای Q_i ضرب در ضرایب ویلسون C_i بسط داده می شوند ضرایب ویلسون با قدرت بیشتری در دامنه وارد می شوند. داریم:

$$A = C_i(M_W / \mu, \alpha_s) \langle Q_i \rangle + O(p^2 / M_W^2) \quad (16-1)$$

حال می توان یک هامیلتونی موثر برای برهمکنش های ضعیف تعریف کرد که در انرژی های پائین این برهمکنش ها را توصیف کند. در این تئوری موثر، بوزون W و تاپ کوآرک t انتخاب می شوند. این را یک تئوری میدان موثر به تعداد n_f کوآرک فعال می نامیم. در مقیاس انرژی از مرتبه m_b (جرک کوآرک b) ۵ طعم یا ۵ کوآرک فعال داریم. به عنوان یک مثال کاربردی برای آن میتوان در مدل شاخه ای به مبادله W در حالت $b \rightarrow d\bar{u}$ اشاره کرد. دامنه واپاشی که به وسیله "بسط ضربی عملگر" به دست می آید عبارت است از:

$$A(b \rightarrow d\bar{u}) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* \frac{M_W^2}{k^2 - M_W^2} \langle Q \rangle$$

$$, = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{ud}^* C \langle Q \rangle + O\left(\frac{k^2}{M_W^2}\right) \quad (17-1)$$

ساختار کلی هامیلتونی موثر در برهمکنش های ضعیف که شامل QCD و تصحیحات الکتروضعیف می باشد به شکل زیر است:

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{CKM}^i C_i(\mu) Q_i \quad , \quad (18-1)$$

که در آن V_{CKM}^i عنصری از ماتریس CKM است که مربوط به عملگر i ام می باشد. با استفاده از هامیلتونی بالا می توان آهنگ زمانی واپاشی^۱ غیر لپتونی مزون B را به دو مزون M_1 و M_2 به شکل زیر تعریف کرد [11]:

$$\Gamma = \frac{s}{16\pi m_B} \left| \langle M_1 M_2 | H_{eff} | B \rangle \right|^2 \quad , \quad (19-1)$$

که در آن $s = 1/2$ اگر مزون های M_1 و M_2 همسان (مانند $M_1, M_2 = \pi^0$) باشند. در غیر این صورت $s = 1$ است. من بعد ضرایب ویلسون به عنوان ثابت جفت شدگی در گره های موثر مورد استفاده قرار می گیرند، که در سهم هائی از فیزیک در مقیاس های بزرگ تر از مقیاس μ خلاصه می شوند. عملگرهای حجم بزرگ متناظر با مرتبه p^2 / M_W^2 می توانند صرف نظر شوند. به طور خلاصه تئوری "بسط ضربی عملگر" یک فاکتور کردن واقعی از طول های بلند و کوتاه را به ما می دهد. ضرایب ویلسون تمامی اطلاعات مربوط به کوتاه برد را به ما می دهند که در انرژی های بالا یا مساوی با مقیاس μ اتفاق می افتد. آن ها به خواص ذراتی بستگی دارند که در تئوری موثر ظاهر می شوند و به خواص ذرات خارجی هیچ بستگی ندارند. پس فاکتور کردن این مطلب را می رساند که ضرایب کاملاً از حالت های خارجی مستقل هستند. فیزیک طول بلند در انرژی های پائین تر از مقیاس μ رخ می دهد. از مقیاس

باز بهنجارش μ استدلال می شود که توسط فاکتور کردن تمام سهم انرژی به دو انرژی بزرگ و کوچک تقسیم می شود. عناصر ماتریس عملگرها $\langle M_1 M_2 | Q_i | B \rangle$ به سادگی قابل محاسبه نیستند. نحوه محاسبه آن را در فصل بعد شرح خواهیم داد. حال به ضرایب ویلسون بر می گردیم این ضرایب را می توان با ادغام تئوری موثر با انتشارگر W به دست آورد مراحل محاسبه آن به شرح زیر است:

- دامنه کل را محاسبه می کنیم.
 - عناصر ماتریس $\langle Q_i \rangle$ را به دست می آوریم.
 - C_i را با استفاده از رابطه (۱-۱۶) استخراج می کنیم.
- در محاسبه دامنه واپاشی، واگرایی اشعه مادون قرمز و فرابنفش هر دو اتفاق می افتند. با مطالعه تئوری موثر در می یابیم که تمامی وابستگی های p^2 (در دامنه کلی به عنوان ساختار طول بلند ارائه می شود.) در عناصر ماتریس $\langle Q_i \rangle$ شامل می شود، اما ضرایب ویلسون از این وابستگی آزاد هستند، و از حالت های خارجی مستقل هستند. از این پس می توانیم از معادله "سیر تکاملی گروه باهنجارش" 1 (RGE) برای پیدا کردن مقدار مناسب در مقیاس مورد نظر استفاده نمائیم.

۱-۲-۱ فرضیه تکامل تدریجی گروه باز بهنجارش

می خواهیم با باز بهنجارش کردن از ∞ شدن تئوری جلوگیری کنیم. در نمودار های فاینمن بعضی اوقات در راس ها واگرایی فرابنفش ظاهر می شود. مانند ذرات واقعی در گره ها که روی تمام اندازه حرکت های ممکنه انتگرال گرفته می شود (از صفر تا بی نهایت). باز بهنجارش اجازه می دهد تا مقادیر فیزیکی بی نهایت نشوند. در این جا پارامترهای غیر فیزیکی را با یک گروه از پارامترهای باز بهنجارش شده فیزیکی را شرح می دهیم. پس از آن تمام پارامترهای جدید فیزیکی قابل مشاهده را بازنویسی می کنیم. بدین ترتیب از واگرا شدن تئوری لاگرانژی جلوگیری کردیم. رویه باز بهنجارش با یک پارامتر وابسته توصیف می شود که مقیاس باز بهنجارش μ نام دارد. سپس می توانیم وابستگی مقیاس پارامترهای باز بهنجارش شده را مستقل از پارامترهای غیر فیزیکی به دست آوریم. اگر یک گروه از پارامترهایی که در مقیاس معین q هستند انتخاب کنیم سپس این گروه دچار اختلال می شوند و یک گروه با پارامترهایی با مقادیر متفاوتی از q به وجود می آیند، که به آن گروه باز بهنجارش گویند. در یک مثال می توان ثابت جفت شدگی در QCD یعنی $\alpha_s(\mu) = g^2 / 4\pi$ را در نظر گرفت. معادله گروه باز بهنجارش برای ثابت جفت شدگی از رابطه زیر به دست می آید:

$$\mu \frac{dg(\mu)}{d\mu} = \beta(g), \quad (20-1)$$

که در آن تابع $\beta(g)$ ، ثابت باز بهنجارش برای جفت شدگی می باشد. در روش QCD داریم:

$$\beta(g) = -g \left\{ \left(\frac{g}{4\pi} \right)^2 \beta_0 + \left(\frac{g}{4\pi} \right)^4 \beta_1 + \dots \right\}, \quad (21-1)$$

که در رابطه فوق $\beta_0 = (11N_c - 2n_f)/3 - 2C_F n_f$ ، $\beta_1 = (34N_c^2 - 10N_c n_f)/3 - 2C_F n_f$ ، N_c عدد رنگ، n_f تعداد طعم های فعال و $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$ می باشند. ضریب جفت شدگی $\alpha_s(\mu)$ از رابطه (۱-۱) به دست می آید. از این رابطه در می یابیم که در معادله گروه باز بهنجارش از آرگومان بزرگ استفاده می شود (یعنی باید $\Lambda_{QCD} \gg \mu$ باشد). لگاریتم بزرگ اعتبار بسط اختلال را از بین می برد البته تا زمانی که $\alpha_s(\mu)$ کوچک باشد. به عنوان مثال اگر مقیاس برهمکنش قوی 225 MeV $\Lambda_{QCD} = 225 \text{ MeV}$ و مقیاس باز بهنجارش از مرتبه جرم کوارک b ($\mu = m_b$) باشند آرگومان لگاریتم بزرگ می شود. چنانچه $\Lambda_{QCD} \gg \mu$ باشد در این صورت از LO^۱ و یا از NLO^۲ استفاده می شود.

۱-۲-۲ گروه باز بهنجارش برای ضرایب ویلسون

همان طوری که گفته شد ضرایب ویلسون در نتیجه جفت شدگی موثر برای عملگرهای Q_i در هامیلتونی موثر به وجود آمدند. این عملگرها لازم است که باز بهنجارش شوند، خواهیم داشت :

$$\langle Q_i \rangle = Z_q^{-2} Z_{ij} \langle Q_j \rangle \quad (22-1)$$

Z_q میدان های چهار کوارک و ماتریس Z_{ij} اجازه می دهند تا عملگرها با اعداد کوانتومی یکسان باز بهنجارش شوند. هر عملگری با ضرایب ویلسون متناظر خودش ظاهر می شود که به صورت یک ضریب در پشت عملگر قرار می گیرد. می توان ضرایب باز بهنجارش شده ویلسون را به این شکل به دست آورد [12]:

$$\mu \frac{d}{d\mu} C_i(\mu) = \gamma_{ji}(\mu) C_j(\mu) \quad (23-1)$$

$$\gamma_{ij}(\mu) = Z_{ik}^{-1} \frac{dZ_{kj}}{d \ln(\mu)} \quad (24-1)$$

خود γ_{ij} از بسط زیر به دست می آید :

$$\gamma_{ij} = \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right) \gamma_{ij}^{(0)} + \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^2 \gamma_{ij}^{(1)} + O(\alpha_s^3) \quad (25-1)$$

معادله (۲۳-۱) را برای ضرایب ویلسون حل می کنیم داریم :

$$C_i(\mu) = U_{ij}(\mu, \mu_0) C_j(\mu_0) \quad (26-1)$$

U_{ij} ماتریسی است که به صورت تد ریجی کامل شده است و از رابطه زیر به دست می آید :

$$\bar{U}(\mu, \mu_0) = \int_{g(\mu_0)}^{g(\mu)} dg \frac{\hat{\gamma}^T(g)}{\beta(g)} \quad (27-1)$$

رابطه فوق در LO به رابطه زیر ساده می شود :

^۱ Leading order
^۲ Next to leading order

$$\begin{aligned}\widehat{U}^{(0)}(\mu, \mu_0) &= \left(\frac{\alpha_s(\mu_0)}{\alpha_s(\mu)}\right)^{\frac{\bar{\gamma}^{(0)T}}{2\beta_0}} \\ &= V \left[\left(\frac{\alpha_s(\mu_0)}{\alpha_s(\mu)}\right)^{\frac{\gamma^{(0)}}{2\beta_0}} \right]_D V^{-1}\end{aligned}\quad (28-1)$$

V ماتریسی است که ماتریس $\widehat{\gamma}^{(0)T}$ را قطری می کند. و $\gamma^{(0)}$ بردار شامل تمامی مقادیر ویژه در LO می باشند.

$$\gamma_D^{(0)} = V^{-1} \gamma^{(0)T} V \quad (29-1)$$

در NLO برای رابطه (۲۷-۱) داریم :

$$\widehat{U}(\mu, \mu_0) = \left[1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \widehat{J}\right] \widehat{U}^{(0)}(\mu, \mu_0) \left[1 - \frac{\alpha_s(\mu_0)}{4\pi} \widehat{J}\right] \quad (30-1)$$

در رابطه بالا $\widehat{J} = V \widehat{S} V^{-1}$ می باشد، که $S_{ij} = \delta_{ij} \gamma_i^{(0)} \beta_1 / (2\beta_0^2) - G_{ij} / (2\beta_0 + \gamma_i^{(0)} - \gamma_j^{(0)})$ و $\widehat{G} = V^{-1} \widehat{\gamma}^{(1)T} V$ در واپاشی های ضعیف مزون B جفت شدگی در مقیاس M_W انجام می شود، سپس تاپ کوآرک و بوزون W هر دو از مجموعه خارج می شوند. این عمل شرایط جفت شدگی و مقادیر ضرایب ویلسون را در این مقیاس می دهد. سپس می توانیم از روشهایی استفاده کنیم برای اینکه این مقیاس را به مقیاس دلخواه خود یعنی مقیاس m_b ببریم. می نویسیم :

$$C_i(\mu) = \widehat{U}(\mu, M_W) C_i(M_W) \quad (31-1)$$

با بسط دادن ضرایب می توان صحت کامل شدن باز بهنجارش را امتحان کرد. در NLO داریم :

$$C_i(M_W) = C_i^{(0)}(M_W) + \frac{\alpha_s(M_W)}{4\pi} C_i^{(1)}(M_W) \quad (32-1)$$

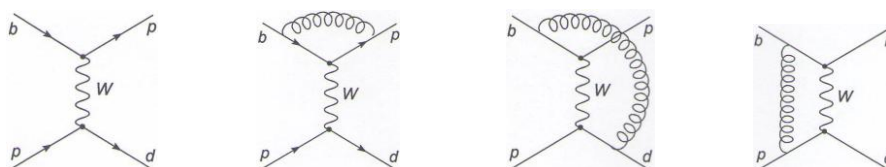
مقیاس، ممکن است در جرم کوآرک b (m_b) برای دامنه های واپاشی B مورد نیاز باشد، به سادگی می توان آن را به دست آورد، به این شکل که معادلات سیر تکاملی را در دو مرحله، که در هر مرحله طعم کوآرک فعال عدد صحیحی باشد، به کار ببریم.

۱-۲-۳ هامیلتونی موثر برای حالت $\Delta B = 1$

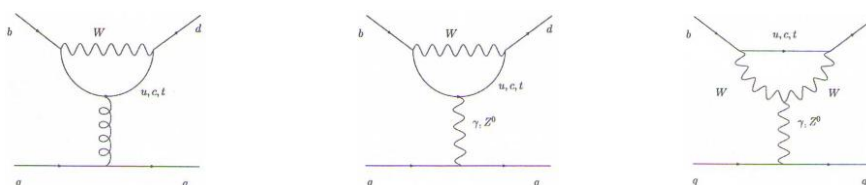
توجه خود را به محاسبات واپاشی های غیر لپتونی B در حالت $\Delta B = 1$ معطوف می کنیم. در این مدل از واپاشی ها $\Delta S = \Delta C = 0$ می باشند. (برای حالت $\Delta S = 1$ کافیسیت s را جایگزین d کنیم) از مرحله مدل شاخه ای^۱ بدون تصحیحات QCD^۲ شروع می کنیم، که به وسیله ۶ عملگر و در یک بعد توصیف می شوند. وقتی که تصحیحات QCD را وارد می کنیم عملگرهای دیگری به نام جریان-جریان^۳ وارد می شوند: آن ها Q_1 و Q_2 هستند. نمودار مدل شاخه ای و تصحیحات $O(\alpha_s)$ در آن در شکل ۱-۴ نمایش

^۱ Tree level
^۲ QCD corrections
^۳ Current-current

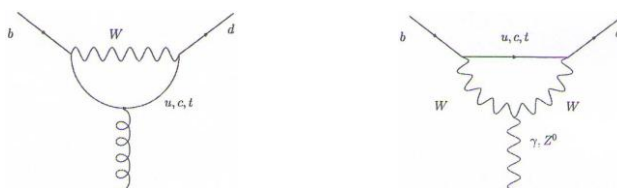
داده شده است. تصحیحات QCD همچنین چهار عملگر جدید پنگوئنی گلوئونی^۱ را بوجود می آورد: آن ها از Q_3 تا Q_6 هستند. اگر جمله هائی از بخش الکتروضعیف را وارد محاسباتمان بکنیم یک سری عملگرهای جدیدی به نام عملگرهای الکتروضعیف پنگوئنی^۲ را به دست خواهیم آورد: آن ها از Q_7 تا Q_{10} می باشند. همه ۱۰ عملگر یاد شده متاثر از NLO مورد توجه قرار گرفته اند. قاعده تاً تصحیحات QED نیز در محاسبه عناصر ماتریس عملگرهای QCD از Q_1 تا Q_6 وجود دارند که معمولاً از آن ها صرف نظر می شود. همچنین دو عملگر دیگری که در بعضی از مراحل $\Delta B=1$ شرکت می کنند، وجود دارند: آن ها عملگرهای دو قطبی پنگوئنی الکترومغناطیسی^۳ $Q_{7\gamma}$ و دو قطبی پنگوئنی کرومومغناطیسی^۴ Q_{8g} هستند. مثال هائی از تمام این نمودارها در شکل های ۱-۵ و ۱-۶ آورده شده است.



شکل ۴-۱ مدل شاخه ای و تصحیحات $O(\alpha_s)$ که در آن $p = u, c$ می باشد.



شکل ۵-۱ نمودارهای پنگوئنی الکتروضعیف و گلوئونی



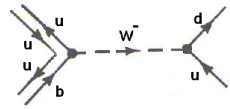
شکل ۶-۱ نمودارهای پنگوئنی الکترومغناطیسی و کرومومغناطیسی

^۱ Gluonic penguin operators
^۲ Electroweak penguin operators
^۳ Electromagnetic penguin dipole operators
^۴ Chromomagnetic penguin dipole operators

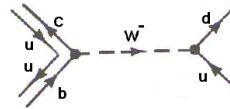
اکنون با عنایت به شکل های فوق و در نظر گرفتن تمام سهم های یاد شده و توجه به این که گفتیم ضرایب ویلسون همراه عملگر مختص خود می آیند، می توانیم شکل عمومی هامیلتونی موثر را برای $\Delta B=1$ ارائه دهیم [1]:

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} \lambda_p \left[C_1 Q_1^p + C_2 Q_2^p + \sum_{i=3}^{10} C_i Q_i + C_{7\gamma} Q_{7\gamma} + C_{8g} Q_{8g} \right] \quad (۳۳-۱)$$

توضیح این که در هامیلتونی بالا از مختصر نویسی p و λ استفاده شده است که p می تواند u یا c باشد، بدین ترتیب چهار عملگر جریان-جریان وجود دارند $(Q_1^u, Q_2^u, Q_1^c, Q_2^c)$ ، در واپاشی های سنگین- سنگین از Q_1^c و Q_2^c و در واپاشی های سنگین- سبک از عملگرهای Q_1^u و Q_2^u استفاده می شود. در واپاشی سنگین- سنگین در راس اول کوآرک های b و c و در واپاشی سنگین- سبک در همان راس کوآرک های b و u شرکت دارند که در شکل ۷-۱ نشان داده شده است.



$$B^- \rightarrow \pi^0 \pi^-$$



$$B^- \rightarrow D^0 \pi^-$$

شکل ۷-۱ نمایش استفاده از عملگرهای جریان-جریان در واپاشی های سبک و سنگین

با توجه به شکل ۷-۱ در راس اول کوآرک های b یا u و b یا c شرکت دارند و عنصر CKM مربوط به آن ها به ترتیب V_{ub} یا V_{cb} می باشند و در راس دوم دو کوآرک d و u شرکت کرده اند که عنصر CKM مربوط به آن ها هم V_{ud}^* می باشد. بسته به نوع واپاشی، در راس دوم کوآرک های u و c می توانند با کوآرک های d و s جفت شوند لذا از مختصر نویسی $\lambda_p = V_{pb} V_{pq}^*$ که در آن $p = u, c$ و $q = d, s$ می باشند، استفاده می کنیم. در این پایان نامه توجه ویژه ای به واپاشی های $B \rightarrow \pi\pi$ و $B \rightarrow k\pi$ خواهیم داشت فلذا Q_1^c و Q_2^c را حذف می کنیم. داریم:

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\lambda_u (C_1 Q_1^u + C_2 Q_2^u) + \sum_{p=u,c} \lambda_p \left(\sum_{i=3}^{10} C_i Q_i + C_{7\gamma} Q_{7\gamma} + C_{8g} Q_{8g} \right) \right] \quad (۳۴-۱)$$

عملگر های ظاهر شده در هامیلتونی فوق به ترتیب عبارتند از:

عملگرهای جریان-جریان:

$$Q_1^u = (\bar{u}_\alpha b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\beta u_\beta)_{V-A}, \quad Q_2^u = (\bar{u}_\beta b_\alpha)_{V-A} (\bar{q}_\alpha u_\beta)_{V-A} \quad (۳۵-۱)$$

عملگرهای پنگوئی QCD:

$$Q_4 = (\bar{q}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V-A}, \quad Q_3 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A}$$

$$Q_6 = (\bar{q}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\alpha q'_\beta)_{V+A}, \quad Q_5 = (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A} \quad (۳۶-۱)$$

عملگرهای پنگوئی الکتروضعیف:

$$Q_7 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V+A} \quad , \quad Q_8 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A}$$

$$Q_9 = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\beta)_{V-A} \quad , \quad Q_{10} = \frac{3}{2} (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A} \quad (37-1)$$

عملگر دو قطبی الکترومغناطیس و کرومومغناطیس :

$$Q_{7\gamma} = \left(\frac{e}{8\pi^2} \right) m_b \bar{s} \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma^5) F_{\mu\nu} b$$

$$O_{8g} = \left(\frac{g_s}{8\pi^2} \right) m_b \bar{d}_\alpha \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) (\lambda_{\alpha\beta}^A / 2) b_\beta G_{\mu\nu}^A \quad , \quad (g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}) \quad (38-1)$$

α و β اندیس های مربوط به تقارن $SU(3)$ ، $\lambda_{\alpha\beta}^A$ ماتریس گلن^۱ با $A=1,2,3,\dots,8$ می باشند. نوشتن $V \pm A$ مربوط به تصویر چیرال^۲ $1 \pm \gamma^5$ به فرم $(\bar{u}_\alpha b_\beta)_{V \pm A} = \bar{u}_\alpha \gamma^\mu (1 \pm \gamma^5) b_\beta$ می باشد. $F_{\mu\nu}$ و $G_{\mu\nu}^A$ تانسورهای میدان فوتونی و گلثونی هستند. q' جمع روی طعم کوارک ها است که می تواند کوارک های $\{u, d, s, c, b\}$ باشد. حال وقت آن است که ضرایب ویلسون را محاسبه کنیم، ابتدا این کار را برای ۶ عملگر پنگوئی اول انجام می دهیم، که منجر به ماتریس 6×6 می شود. سپس با وارد کردن ۴ عملگر بعدی مربوط به پنگوئی الکتروضعیف از ماتریس 10×10 استفاده می کنیم. در رابطه (۱-۲۵) که شامل سهم پنگوئی الکتروضعیف نمی باشد ماتریس $\gamma_{6 \times 6}^{(0)}$ به شکل زیر است :

$$\gamma_{6 \times 6}^{(0)} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & -\frac{2}{9} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{9} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{22}{9} & \frac{22}{3} & -\frac{4}{9} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2f}{9} & -2 + \frac{2f}{3} & -\frac{2f}{9} & \frac{2f}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{6}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{2f}{9} & \frac{2f}{3} & -\frac{2f}{9} & -16 + \frac{2f}{3} \end{pmatrix} \quad (39-1)$$

عدد رنگ کوارک را ۳ در نظر می گیریم ($N=3$). در NLO ، ماتریس $\gamma_{6 \times 6}^{(1)}$ رابطه (۱-۲۵) برای عملگرهای جریان-جریان و پنگوئی QCD عبارت است از :

^۱ Gell man matrices
^۲ Chiral projection

$$\gamma_{6 \times 6}^{(1)} = \begin{pmatrix} -\frac{21}{2} - \frac{2f}{9} & \frac{7}{2} + \frac{2f}{3} & \frac{79}{9} & -\frac{7}{3} & -\frac{65}{9} & -\frac{7}{3} \\ \frac{7}{2} + \frac{2f}{3} & -\frac{21}{2} - \frac{2f}{9} & -\frac{202}{243} & \frac{1354}{81} & -\frac{1192}{243} & \frac{904}{81} \\ 0 & 0 & -\frac{5911}{486} + \frac{71f}{9} & \frac{5983}{162} + \frac{f}{3} & -\frac{2384}{243} - \frac{71f}{9} & \frac{1808}{81} - \frac{f}{3} \\ 0 & 0 & \frac{379}{18} + \frac{56f}{243} & -\frac{91}{6} + \frac{808f}{81} & -\frac{130}{9} - \frac{502f}{243} & -\frac{14}{3} + \frac{646f}{81} \\ 0 & 0 & -\frac{61f}{9} & -\frac{11f}{3} & \frac{71}{3} + \frac{61f}{9} & -99 + \frac{11f}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{682f}{243} & \frac{106f}{81} & -\frac{225}{2} + \frac{1676f}{243} & -\frac{1343}{6} + \frac{1348f}{81} \end{pmatrix} \quad (۴۰-۱)$$

در رابطه (۳۲-۱)، برای $C_i^{(1)}$ و $C_i^{(0)}$ داریم:

$$C_i^{(0)}(M_W) = \begin{cases} 1 & i = 2 \\ 0 & i \neq 2 \end{cases} \quad (۴۱-۱)$$

$$C_i^{(1)}(M_W) = \begin{cases} \frac{11}{2} & i = 1 \\ -\frac{11}{6} & i = 2 \\ -\frac{1}{6} \tilde{E}_0(x_t) & i = 3, 5 \\ \frac{1}{2} \tilde{E}_0(x_t) & i = 4, 6 \end{cases}, \quad (۴۲-۱)$$

$$\tilde{E}_0(x_t) = -\frac{2}{3} \ln(x_t) + \frac{x_t(18 - 11x_t - x_t^2)}{12(1 - x_t)^3} + \frac{x_t^2(15 - 16x_t + 4x_t^2)}{6(1 - x_t)^4} \ln(x_t) - \frac{2}{3}$$

که در آن

$x_t = \frac{m_t^2}{M_W^2}$ می باشند. آن چه که محاسبه شد برای عملگرهای جریان-جریان و پنگوئنی QCD بود که

شامل تصحیحات فوتونی و گلثونی نمی شود. اگر سهم این تصحیحات هم در نظر گرفته شود یعنی عملگرهای پنگوئنی الکتروضعیف را نیز وارد محاسبات کنیم، در رابطه (۲۵-۱)، ماتریس γ_{ij} به صورت زیر در می آید:

$$\gamma_{ij} = \frac{\alpha_s}{4\pi} \tilde{\gamma}_s^{(0)} + \frac{\alpha_e}{4\pi} \tilde{\gamma}_e^{(0)} + \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 \tilde{\gamma}_s^{(1)} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{\alpha_e}{4\pi} \tilde{\gamma}_{se}^{(1)} \quad (۴۳-۱)$$

ملاحظه می کنیم که به رابطه قبلی جمله فوتونی یعنی $\gamma_e^{(0)}$ اضافه شد. ماتریس های 10×10 $\tilde{\gamma}_s^{(0)}$ ، $\tilde{\gamma}_e^{(0)}$ ، $\tilde{\gamma}_{se}^{(1)}$ و $\tilde{\gamma}_s^{(1)}$ (آخرین ماتریس مربوط به سهم مشترک QED و QCD می باشد) به ترتیب عبارتند از:

$$\tilde{\gamma}_s^{(0)} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & -\frac{2}{9} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{9} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{9} & \frac{22}{3} & -\frac{4}{9} & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 - \frac{2f}{9} & -2 + \frac{2f}{3} & -\frac{2f}{9} & \frac{2f}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{9} & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2f}{9} & \frac{2f}{3} & -\frac{2f}{9} & -16 + \frac{2f}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2(u-d/2)}{9} & \frac{2(u-d/2)}{3} & -\frac{2(u-d/2)}{9} & \frac{2(u-d/2)}{3} & 0 & -16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{9} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & -\frac{2(u-d/2)}{9} & \frac{2(u-d/2)}{3} & -\frac{2(u-d/2)}{9} & \frac{2(u-d/2)}{3} & 0 & 0 & 6 & -2 \end{pmatrix} \quad (۴۴-۱)$$

$$\tilde{\gamma}_e^{(0)} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{16}{9} & 0 & \frac{16}{9} & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{16}{27} & 0 & \frac{16}{27} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{16}{27} + \frac{16(u-d/2)}{9} & 0 & -\frac{88}{27} + \frac{16(u-d/2)}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{16}{9} + \frac{16(u-d/2)}{27} & 0 & -\frac{16}{9} + \frac{16(u-d/2)}{27} & -\frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{3} + \frac{16(u-d/2)}{9} & 0 & \frac{16(u-d/2)}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{16(u-d/2)}{27} & \frac{8}{3} & \frac{16(u-d/2)}{27} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & 0 & \frac{4}{3} + \frac{16(u+d/4)}{9} & 0 & \frac{16(u+d/4)}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & \frac{16(u+d/4)}{27} & \frac{4}{3} & \frac{16(u+d/4)}{27} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{27} + \frac{16(u+d/4)}{9} & 0 & -\frac{28}{27} + \frac{16(u+d/4)}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & 0 & 0 & \frac{8}{9} + \frac{16(u+d/4)}{27} & 0 & \frac{8}{9} + \frac{16(u+d/4)}{27} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix} \quad (۴۵-۱)$$