بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه آمار

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی آمار گرایش اقتصادی اجتماعی

تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای

استاد راهنما:

دکتر منوچهر خردمندنیا

استاد مشاور:

دکتر اسماعیل امیری

پژوهشگر:

مرضیه طاهری آفارانی

آبان ماه ۱۳۸۹

شیوه نگارش پایان نامه
رعایت شده است.
تحصیلات تکمیلی دانشگاه اصفهان

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه آمار

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی آمار گرایش اقتصادی - اجتماعی

خانم مرضیه طاهری

تحت عنوان

تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو آستانه ای

در تاریخ **۸۹/۸/۵** توسط هیأت داوران زیر بررسی با درجه **عالی** به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنمای پایان‌نامه دکتر منوچهر خردمند نیا با مرتبه‌ی علمی استادیار — امضاء

۲- استاد مشاور پایان نامه دکتر اسماعیل امیری با مرتبه ی علمی استاد یار — امضاء

۲- استاد داور داخل گروه دکترایرج کاظمی با مرتبه‌ی علمی استادیار — امضاء

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر رحیم چینی پرداز با مرتبه ی علمی استاد — امضاء

امضای مدیر گروه

گروه آمار دانشکده علوم (دانشگاه اصفهان)

سپاسگزاری

از دست و زبان که برآید　　　　کز عهده‌ی شکرش به درآید

سلام و درود به روح آنان که سرخی خونشان سبزی امروز زندگیمان است. خداوندا تو را سپاس می گویم که توفیق گذراندن این دوره را به من عطا فرمودی.

اعتراف می کنم که نه زبان شکر تو را دارم و نه توان شکر از بندگان تو را، و اما بر حسب وظیفه

از زحمات و راهنمایی های استاد گرانقدر **جناب آقای دکتر منوچهر خردمندنیا** که در سرتاسر این پایان نامه مرا همراهی نمودند و همواره از ایده های خوب ایشان بهره مند گردیده ام، خاضعانه سپاسگزارم.

از استاد ارجمند **جناب آقای دکتر امیری** که مشاوره این پایان نامه را پذیرفتند نهایت تشکر را دارم.

از کلیه **اساتید ارجمند** گروه آمار دانشگاه اصفهان که در طول سال های به یاد ماندنی افتخار شاگردیشان را داشتم نهایت تشکر را می نمایم. از دوستان گرامی ام، به خاطر همکاری و راهنمایی های ارزشمندشان کمال تشکر را دارم.

هم چنین از زحمات کادر اداری گروه آمار دانشگاه اصفهان سپاسگزارم.

و در پایان از **پدر، مادر، برادرانم** و همه فرشتگانی که بال های محبت خود را گسترانیدند و با تحمل دشواری ها، سبب شدند تا در کمال آسودگی خیال و فراغت بال، شوق آموختن در من زنده بماند صمیمانه سپاسگزارم و این نیست جز جلوه‌ای از لطف و رحمت پروردگاری که از ادای شکر حتی یک نعمت او ناتوانم.

تقدیم

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان

به پاس قلب های بزرگشان

و

به پاس محبت های بی دریغشان

به پدر و مادر عزیزم

چکیده

سری‌های زمانی متعددی وجود دارند که مدل‌های خطی مرسوم برای آن‌ها چندان مناسب نیست. از جمله می‌توان به سری‌های زمانی دوره‌ای با دوره تناوب نامنظم و نامعلوم اشاره کرد. مدل‌های خطی برای مدل‌سازی این سری‌ها ناکارآمد است. بخصوص مدل‌های خطی در بحث آینده نگری این مدل‌ها، حافظه لازم برای بخاطر سپردن دوره‌های نامنظم را ندارند. در سال‌های اخیر مطالعه‌ی مدل‌های سری زمانی غیرخطی مورد توجه قرار گرفت و مدل‌های غیر خطی متنوعی پیشنهاد داده شد. در بین مدل‌های پیشنهادی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای بسیار مورد توجه قرار گرفت. این مدل، به صورت قطعه‌ای خطی است. لذا بسیاری از ایده‌های مربوط به مدل های خطی قابل تعمیم به این مدل می‌باشند. یک ویژگی مهم و جالب مدل اتورگرسیو آستانه‌ای قابلیت آن در بخاطر سپردن دوره‌های تناوب نامعلوم و نامنظم است.

موضوع پایان نامه حاضر تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای می‌باشد. در فصل اول کلیات و مفاهیم مقدماتی ارائه می‌شوند. همچنین در این فصل چند سری زمانی دوره‌ای با دوره تناوب نامعلوم معرفی می‌شوند. فصل دوم مربوط به تحلیل کلاسیک مدل اتورگرسیو آستانه‌ای می‌باشد. در فصل سوم روشی بیزی برای برآورد پارامترهای مدل ارائه می‌دهیم. در فصل چهارم روشی بیزی برای انتخاب یک مدل اتورگرسیو آستانه‌ای از بین مدل‌های رقیب ارائه می‌کنیم. در این روش احتمال‌های پسین هریک از مدل‌های رقیب محاسبه می‌شوند. در این فصل همچنین آزمونی بیزی برای وجود آستانه ارائه می‌دهیم. در فصل پنجم روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکفی برای تحلیل مدل اتورگرسیو آستانه‌ای ارائه می‌شوند. یکی از مسائل مهم در تحلیل سری‌های زمانی، آینده نگری است. در این پایان نامه آینده نگری مدل اتورگرسیو آستانه‌ای با روش اسکلتی و روش بیزی مونت کارلوی زنجیر مارکفی ارائه شده است.

در این پایان نامه مثال‌های عددی متنوعی برای برآورد بیزی پارامترها، مدل‌سازی بیزی و آینده نگری با مدل اتورگرسیو آستانه‌ای ارائه شده است.

کلمات کلیدی: داده‌های دوره‌ای، دوره تناوب نامنظم و نامشخص، مدل سازی، آستانه، تأخیر، آینده نگری.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مفاهیم مقدماتی

فصل دوم : تحلیل کلاسیک مدل اتورگرسیو آستانه‌ای (TAR)

عنوان **صفحه**

عنوان **صفحه**

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

عنوان	صفحه

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

عنوان **صفحه**

فصل اول

کلیات و مباحث مقدماتی

۱-۱ مقدمه

در این فصل موضوع تحقیق، اهداف تحقیق و اهمیت موضوع بیان می‌شوند. همچنین برخی مفاهیم پایه مرتبط با استنباط بیزی را ارائه می کنیم. در آخر نیز برخی توزیع‌های آماری بکاربرده شده در این پایان نامه را ارائه خواهیم کرد.

۱-۲ موضوع و اهداف

یکی از مدل‌های غیرخطی ،اتورگرسیو آستانه‌ای[1] است که برای تحلیل سری‌های زمانی دوره‌ای با دوره تناوب نامعلوم استفاده می‌شود و بهتر از سری‌های زمانی خطی به این گونه داده‌ها برازش می شود. موضوع این پایان نامه معرفی این مدل و ارائه یک تحلیل بیزی برای آن است. استنباط بیزی در تحلیل مدل‌های آماری قابلیت های ویژه‌ای دارد. در روش بیزی امکان دخالت دادن اطلاعات احتمالاً غیر نمونه‌ای نیز وجود دارد. همچنین درصورتی که اطلاعات غیر نمونه‌ای موجود نباشد برآوردهای بیزی در حالتی خاص می‌توانند برابر با برآوردهای ماکسیمم درستنمایی شوند. تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو آستانه ای بسیار مورد توجه است و تحقیقات زیادی در این زمینه ارائه شده است. در این پایان نامه تحلیل بیزی مدل TAR ارائه می شود.

[1] Threshold Autoregressive(TAR)

۱-۳ اهمیت و تاریخچه

یکی از فرض‌های متداول از زمان معرفی روش‌های تحلیل سری‌های زمانی، فرض خطی بودن است. این وضعیت تقریباً تا دهه هفتاد ادامه یافت. در واقع قبل از ۱۹۸۰بسختی می‌توان متونی یافت که در آن مدل‌های غیر خطی سری زمانی معرفی شده باشند. وجود سری‌های زمانی متعددی که رفتار آنها با استفاده ازمدل‌های خطی قابل تشریح نبود، توجه محافل آماری را به نیاز برای مدل‌های دیگر (احتمالاًغیرخطی) جلب نمود.
در سال ۱۹۷۷در انجمن آمار انگلستان سؤالی مطرح شد که چگونه می‌توان برای سری‌های زمانی دوره‌ای که غیرخطی هستند مدلی درنظر گرفت که بهتر از مدل‌های خطی بر این نوع سری‌ها برازش شود. این سؤال جرقه‌ای در مسیر توسعه سری‌های زمانی غیرخطی بود"(تانگ ۲۰۰۷). از آن به بعد سری‌های زمانی غیرخطی متعددی معرفی شدند. تانگ توانست یک مدل غیرخطی و پرکاربرد را ارائه دهد. وی در سال‌های (۱۹۷۷-۱۹۷۸) بر روی داده‌های دوره ای نظیر جمعیت حیوانات و جریان رودخانه متمرکز شد تا بتواند مدل سری زمانی مناسبی را ارائه دهد. وی بدین نتیجه رسید که راه‌کار مناسب قطعه‌ای خطی بودن است و با استفاده از این اصل مدل اتورگرسیو آستانه‌ایTAR (یا مدل اتورگرسیو آستانه‌ای خود محرک SETAR) را ارائه کرد. سپس جزئیات بیشتری از این مدل مانند آینده نگری ، برآورد آستانه و سایر موارد مورد توجه قرار گرفت. تانگ ولیم[1] (۱۹۸۰) مدل اتورگرسیو آستانه‌ای را در حالت کلی‌تری ارائه کردند و جزئیات بیشتری از این مدل را بررسی نمودند. مدل TAR مورد استقبال آماردانان بیزی وکلاسیک قرار گرفت و هرگروه تلاش کردند با روش‌های خود برآورد پارامترها، انتخاب مدل و آینده نگری را ارائه دهند.

بسیاری از تحقیقات کلاسیک انجام شده بر مدل TAR در کتاب تانگ (۱۹۸۳) معرفی شده‌اند . بروملینگ وکوک[2](۱۹۹۲) یکی از نخستین تحلیل های بیزی این مدل را ارائه کردند.گویک وتروی (۱۹۹۳) [3]تحلیل بیزی مشابهی انجام دادند و روشی هم برای آینده نگری با این مدل پیشنهاد کردند. چن ولی[4](۱۹۹۵) با استفاده از روش‌های بیزی مبتنی بر مونت کارلو زنجیره مارکفی مساله برآورد پارامترهای مدل را بررسی کرده‌اند.کوپ وپاتر[5](۱۹۹۹) روشی برای آزمون وجود آستانه مبتنی بر فاکتور بیز ارائه کردند . مطالعات بیزی

---
[1]Tong and Lim
[2] Broemeling and Cook
[3]Geweek and Teroy
[4]Chen and Lee
[5]Koop and Potter

دیگری توسط امیری (۲۰۰۲)، کمپبل[1] (۲۰۰۴)و آنی کریشنان[2] (۲۰۰۴)صورت گرفته که هر یک با استفاده از روش های بیزی مبتنی بر مونت کارلوی زنجیر مارکفی مساله انتخاب مدل را بررسی کرده‌اند. گلانو و پنا[3] (۲۰۰۷)تعدیلی در معیارهای نوع آکائیک ارائه کرده و آن را برای انتخاب مدل بکار بردند. کارنوک[4](۲۰۰۸) انتخاب مدل بیزی ر اتشریح کرد. کرایر وچن[5] (۲۰۰۸) برخی تحلیل‌های کلاسیک این مدل را ارائه کردند. این مدل کاربردهای فراوانی در هیدرولوژی، اقتصاد، زیست شناسی وعلوم دیگر دارد. بسیاری از سری‌های زمانی معروف مانند شکار ببرهای کانادایی، تعداد لکه‌های خورشیدی و تعداد شکار(یا صیاد) می‌توانند توسط این مدل برازش شوند.

۱-۴ سری‌های زمانی مشهور و پیدایش مدلTAR

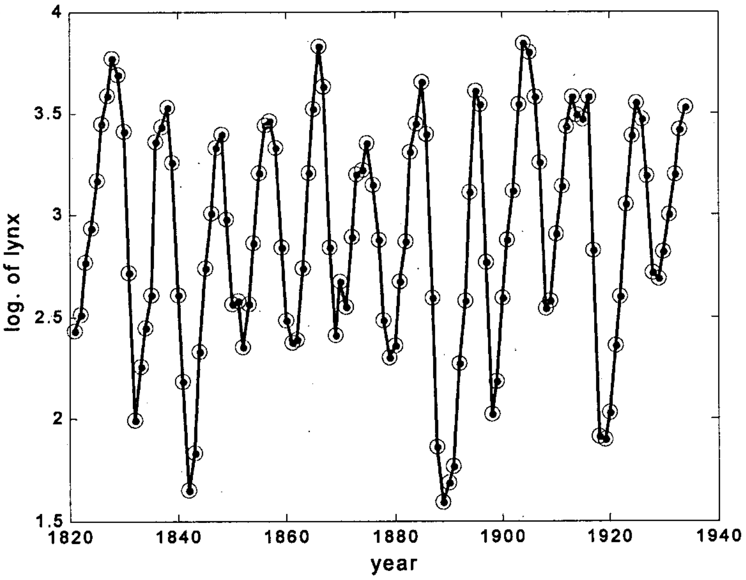
همانطور که اشاره شد، در دهه هفتاد میلادی توجه محافل آماری به سری‌های زمانی دوره‌ای با دوه تناوب نامعلوم جلب شد. آن‌ها متوجه شدند که مدل‌های خطی قابلیت لازم برای مدل‌سازی این گونه سری های زمانی را ندارند. به خصوص در بحث آینده‌نگری، مدل‌های خطی موجود حافظه لازم را برای به خاطر سپردن رفتار تناوبی دوره‌ها و تعمیم آن به آینده ندارند. مدل فصلی– ضربی ARIMA برای سری‌های زمانی تناوبی با دوره تناوب معلوم احتمالاً یکی از بهترین گروه مدل‌ها برای مدل‌سازی و آینده نگری محسوب می‌شود. معلوم بودن دوره تناوب یکی از فرضیات اساسی در این گروه از مدل‌ها است و اگر دوره تناوب نامعلوم باشد نمی‌توان در این گروه مدل سازی نمود. موفقیت‌های زیادی در مدل‌سازی سری‌های زمانی ماهانه و فصلی با خانواده مدل‌های فصلی- ضربی ARIMA موجود است. دوره تناوب سری‌های زمانی ماهانه بطور طبیعی ۱۲ است. این عدد مربوط به حرکت وضعی و انتقالی کره زمین و ماه می‌باشد. دوره تناوب سری‌های زمانی فصلی نیز بطور طبیعی ۴ است. این عدد مربوط به حرکت زمین به دور خورشید است.

در ادامه چند سری زمانی مشهور را معرفی می کنیم که دارای رفتار دوره ای هستند ولی دوره تناوب آن‌ها معلوم نیست. درواقع در این موارد تعداد مشاهدات در هر چرخه(دوره) کامل متفاوت است. ماهیت منشأ تعداد مشاهدات در هر چرخه نیز نامعلوم است.

---
[1] Campbell
[2] Unnikrishnan
[3] Gelano and Pena
[4] Korenok
[5] Crayer and Chan

الف- سری زمانی شکار ببر کانادایی[1]

تعداد سالانه ببرهایی که در فاصله سالهای ۱۸۲۱ تا۱۹۳۴در اطراف رودخانه مکنزی کانادا شکار شده‌اند دارای رفتار دوره ای با دوره تناوب نامعلوم است. این سری زمانی در این پایان نامه بسیار مورد استفاده قرار گرفته و در مقیاس لگاریتمی در شکل ۱-۱ ارائه شده است. درواقع در بعضی چرخه‌ها تعداد مشاهدات ۹ و در برخی تعداد مشاهدات ۱۰ می‌باشد. از طرف دیگر منشا این اعداد ۹ یا ۱۰ نیز نامعلوم است. این سری زمانی در بین تحلیلگران سری زمانی بسیار مشهور است و دارای رفتار دوره‌ای با دوره تناوبی حدود ۱۰سال است. این سری زمانی مورد توجه زیست شناسان نیز هست. لگاریتم داده‌های این سری زمانی در فصل دوم و در جدول ۲-۱ ارائه شده‌اند.



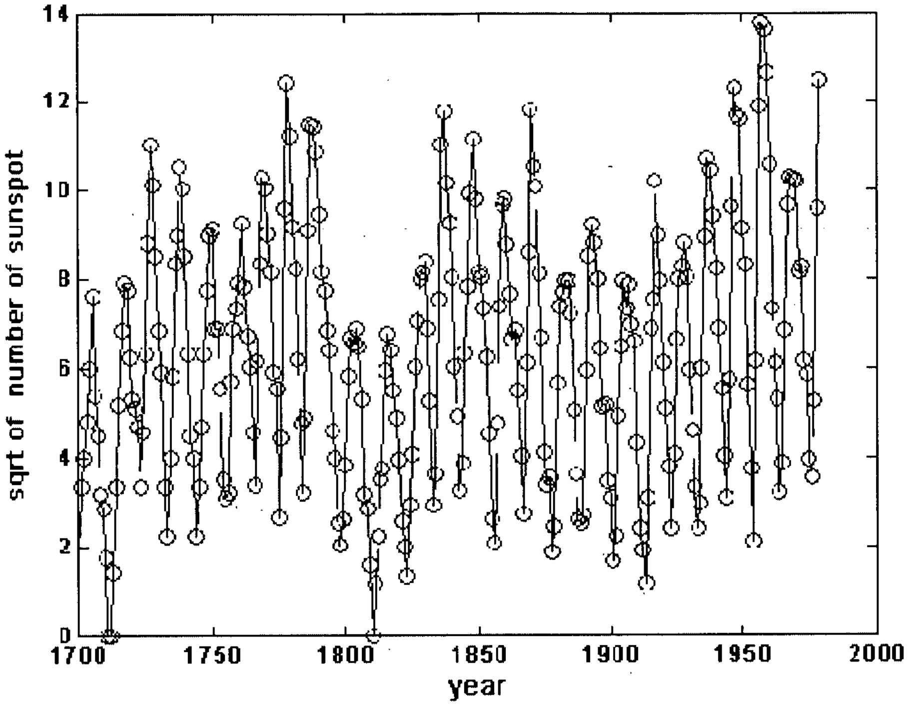
شکل ۱-۱ سری زمانی لگاریتم شکار ببر کانادایی

ب- سری زمانی لکه‌های خورشیدی[2]

تعداد سالانه لکه‌های خورشیدی و تاثیر آن در پدیده‌های جوی در علوم هیدرولوژی و فیزیک بسیار پر اهمیت است. بنابراین مدل سازی این داده‌ها و آینده‌نگری آن هم اهمیت زیادی دارد. جذر تعدادسالانه لکه‌های خورشیدی در فاصله سال‌های(۱۷۰۰-۱۹۷۹) در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که دوره تناوب این داده‌ها نیز نامعلوم و بین ۱۰تا۱۱ است. این داده‌ها در پیوست ارائه شده‌اند.

---

[1]Trapped Canadian lynx
[2]Sunspots

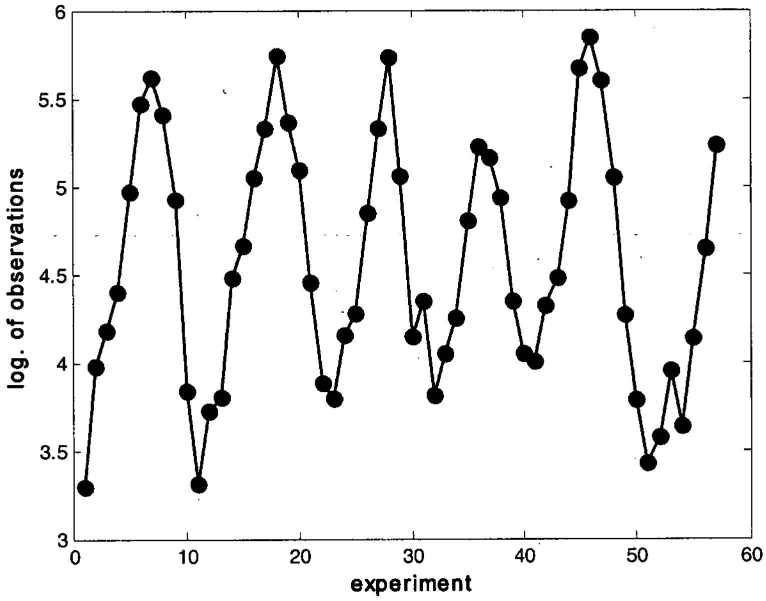


شکل ۱-۲ سری زمانی جذر تعداد لکه های خورشیدی

پ- سری زمانی تعداد دیدینیوم ناتستم[1]

برای بررسی تغییرات جمعیتی تعداد دیدینیوم ناتستم(موجود ریز) در هر میلی لیتر روزی ۲ بار به مدت ۳۵ روز طی یک آزمایش اندازه گیری شده است. این موجوداز یک تک یاخته‌ای به نام آرلیا تغذیه می‌کند. این تک یاخته در محیط آزمایش موجود است. این سری زمانی یکی از سری های زمای مشهور است و به آن سری زمانی صیاد و شکار نیز می‌گویند. دیدینیوم ناتستم را صیاد و تک یاخته را شکار می‌نامند. معمولاً ۵۷ مشاهده آخر را بررسی می‌کنند. سایر مشاهدات برای پیشگیری از اثرات مزاحم کنار گذاشته می‌شوند. تغییرات جمعیتی دیدینیوم ناتستم دارای دوره با دوره تناوب نامشخص است. در هر دوره ۹ تا ۱۱ مشاهده وجود دارد. لگاریتم تعداد مشاهده شده در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. این سری زمانی بسیار مورد توجه زیست شناسان است. این داده ها نیز در پیوست ارائه شده‌اند.

[1] Didinium natsutum



شکل ۱-۳ سری زمانی لگاریتم تعداد دیدینیوم ناتستم

۱-۵ استنباط بیزی و مباحث مرتبط

در روش استنباط بیزی اطلاعات پیشین با اطلاعات نمونه‌ای ترکیب می‌شود و توزیع پسین حاصل می‌گردد. از آنجا که این ترکیب توسط قضیه بیز صورت می‌گیرد به آن استنباط بیزی می‌گویند. اگر اطلاعات پیشین موجود نباشد با بکارگیری پیشین‌های آگاهی نابخش یا ناسره و ترکیب آن با اطلاعات نمونه‌ای می‌توان نتایجی معادل استنباط کلاسیک بدست آورد.

۱-۵-۱ قضیه بیز

قضیه بیز یکی از قضایای آماری است که در استنباط آماری جایگاه ویژه‌ای یافته است. شکلی از این قضیه که مربوط به استنباط بیزی است بصورت زیر است.

اگر X نشان دهنده مشاهدات نمونه دارای چگالی $P(x\mid\theta)$ باشد و پارامتر θ دارای چگالی پیشین $P(\theta)$ باشد آنگاه چگالی پسن θ عبارت است از

$$P(\theta\mid x)=\frac{P(x\mid\theta)P(\theta)}{P(x)}$$

واضح است که

$$P(x)=\int P(x,\theta)\,d\theta=\int P(x\mid\theta)P(\theta)\,d\theta$$