

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

۱۵۸۷۲۷-۲۰۲۹۴۹۶



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه آمار

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی آمار گرایش اقتصادی اجتماعی

### تحلیل ییزی مدل اتورگرسو آستانه‌ای

استاد راهنما:

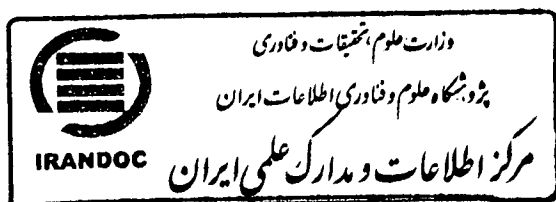
دکتر منوچهر خردمندنیا

استاد مشاور:

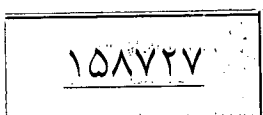
دکتر اسماعیل امیری

پژوهشگر:

مرضیه طاهری آفرانی



آبان ماه ۱۳۸۹



۱۳۹۰/۳/۱۶

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات  
و نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع این پایان  
نامه متعلق به دانشگاه اصفهان است.



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه آمار

شبهه نگارش پایان نامه  
رعایت شده است  
تحصیلات تکمیلی دانشگاه اصفهان

## پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی آمارگرایش اقتصادی - اجتماعی

خانم مرضیه طاهری

تحت عنوان

### تحلیل بیزی مدل اتورگرسو آستانه‌ای

در تاریخ ۸۹/۸/۵ توسط هیأت داوران زیر بررسی با درجه عالی به تصویب نهایی رسید.

امضاء  
امضاء

۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر منوچهر خردمند نیا با مرتبه‌ی علمی استادیار

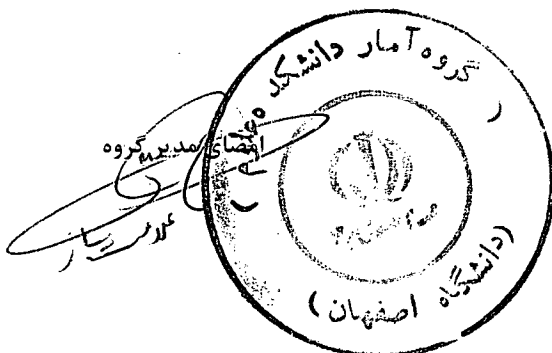
۲- استاد مشاور پایان نامه دکتر اسماعیل امیری با مرتبه‌ی علمی استادیار

امضاء

۲- استاد داور داخل گروه دکتر ایرج کاظمی با مرتبه‌ی علمی استادیار

امضاء

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر رحیم چینی پرداز با مرتبه‌ی علمی استادیار



## پاسکزاری

از دست و زبان که برآید  
کز عده‌ی شکرش به درآید

سلام و درود به روح آنان که سرخی خوشان سبزی امروز زندگیمان است. خداوند تو را سپاس می گویم که توفیق گذراندن این دوره را به من عطا فرمودی.

اعتراف می کنم که نه زبان شکر تو را دارم و نه توان شکر از بندگان تو را، و ابا بر حسب وظیفه

از زحمات و راهبانی های استاد کرامت در جناب آقای دکتر منوچهر فرومندینا که در سرتاسر این پایان نامه مرا همراهی نمودند و همواره از ایده های خوب ایشان بهره مند گردیده ام، خاضعانه پاسکزارم.

از استاد ارجمند جناب آقای دکتر امیری که مشاوره این پایان نامه را پذیرفتند نهایت شکر را دارم.

از کلیه اساتید ارجمند گروه آمار و دانشگاه اصفهان که در طول سال های بیادماندنی افتخار ساگردیشان را داشتند نهایت شکر را می نمایم. از دوستان گرامی ام، به خاطر همکاری و راهبانی های ارزشمندشان کمال شکر را دارم.

هم چنین از زحمات کادری گروه آمار و دانشگاه اصفهان پاسکزارم.

و در پایان از پدر، مادر، برادرانم و همه فرشتگانی که بال های محبت خود را گسترانیدند و با تحمل دشواری ها، سبب شدند تا در کمال آسودگی خیال و فراغت بال،

شوق آموختن در من زنده بماند صمیمانه پاسکزارم و این نیست جز جلوه های از لطف و رحمت پروردگاری که از ادای شکر حتی یک نعمت او ناتوانم.

تقدیم

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان

به پاس قلب های بزرگشان

به پاس محبت های بی دریغشان

به پدر و مادر عزیزم

## چکیده

سری‌های زمانی متعددی وجود دارند که مدل‌های خطی مرسوم برای آن‌ها چندان مناسب نیست. از جمله می‌توان به سری‌های زمانی دوره‌ای با دوره تناوب نامنظم و نامعلوم اشاره کرد. مدل‌های خطی برای مدل‌سازی این سری‌ها ناکارآمد است. بخصوص مدل‌های خطی در بحث آینده‌نگری این مدل‌ها، حافظه لازم برای بخاطر سپردن دوره‌های نامنظم را ندارند. در سال‌های اخیر مطالعه‌ی مدل‌های سری زمانی غیرخطی مورد توجه قرار گرفت و مدل‌های غیر خطی متنوعی پیشنهاد داده شد. در بین مدل‌های پیشنهادی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای بسیار مورد توجه قرار گرفت. این مدل، به صورت قطعه‌ای خطی است. لذا بسیاری از ایده‌های مربوط به مدل‌های خطی قابل تعمیم به این مدل می‌باشند. یک ویژگی مهم و جالب مدل اتورگرسیو آستانه‌ای قابلیت آن در بخاطر سپردن دوره‌های تناوب نامعلوم و نامنظم است.

موضوع پایان نامه حاضر تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای می‌باشد. در فصل اول کلیات و مفاهیم مقدماتی ارائه می‌شوند. همچنین در این فصل چند سری زمانی دوره‌ای با دوره تناوب نامعلوم معرفی می‌شوند. فصل دوم مربوط به تحلیل کلاسیک مدل اتورگرسیو آستانه‌ای می‌باشد. در فصل سوم روشی بیزی برای برآورد پارامترهای مدل ارائه می‌دهیم. در فصل چهارم روشی بیزی برای انتخاب یک مدل اتورگرسیو آستانه‌ای از بین مدل‌های رقیب ارائه می‌کنیم. در این روش احتمال‌های پسین هر یک از مدل‌های رقیب محاسبه می‌شوند. در این فصل همچنین آزمونی بیزی برای وجود آستانه ارائه می‌دهیم. در فصل پنجم روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی برای تحلیل مدل اتورگرسیو آستانه‌ای ارائه می‌شوند. یکی از مسائل مهم در تحلیل سری‌های زمانی، آینده‌نگری است. در این پایان نامه آینده‌نگری مدل اتورگرسیو آستانه‌ای با روش اسکلتی و روش بیزی مونت کارلوی زنجیر مارکوفی ارائه شده است.

در این پایان نامه مثال‌های عددی متنوعی برای برآورد بیزی پارامترها، مدل‌سازی بیزی و آینده‌نگری با مدل اتورگرسیو آستانه‌ای ارائه شده است.

**کلمات کلیدی:** داده‌های دوره‌ای، دوره تناوب نامنظم و نامشخص، مدل‌سازی، آستانه، تأخیر، آینده‌نگری.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل اول: مفاهیم مقدماتی
۱-۱	مقدمه
۲-۱	موضوع و اهداف
۳-۱	اهمیت و تاریخچه
۴-۱	سری های زمانی مشهور و پیدایش مدل TAR
۵-۱	استنباط بیزی و مباحث مرتبط
۵-۱-۱	قضیه بیز
۵-۱-۲	توزیع پیشین
۵-۱-۳	توزیع پسین
۶-۱	معرفی چند توزیع آماری
	فصل دوم: تحلیل کلاسیک مدل اتورگرسیو آستانه‌ای (TAR)
۱-۲	مقدمه
۲-۲	تعریف مدل TAR و صورت‌های مختلف نمایش آن
۱-۲-۲	تعریف مدل TAR
۲-۲-۲	صورت‌های مختلف نمایش مدل TAR
۳-۲	سری زمانی پاسخ
۴-۲	استنباط آماری راجع به پارامترهای مدل
۱-۴-۲	حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم
۲-۴-۲	حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم
۵-۲	انتخاب مدل
۶-۲	اسکلت مدل TAR
۷-۲	شبه سازی از مدل TAR
۸-۲	آینده نگری با مدل TAR
۱-۸-۲	آینده نگری نقطه ای
۲-۸-۲	آینده نگری فاصله‌ای
۹-۲	بررسی مانایی مدل TAR



۱۰-۲ مباحث تکمیلی..... ۳۴

### فصل سوم: برآورد بیزی پارامترهای مدل TAR

۱-۳ مقدمه..... ۳۶

۲-۳ برآورد بیزی پارامترهای مدل با فرض معلوم بودن  $\Delta$ ..... ۳۷

۱-۲-۳ برآورد بیزی در حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۳۷

۲-۲-۳ برآورد بیزی در حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۳۸

۳-۳ برآورد بیزی پارامترهای مدل با فرض مجهول بودن  $r$ ..... ۴۱

۱-۳-۳ برآورد بیزی در حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۴۱

۲-۳-۳ برآورد بیزی در حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۴۲

۴-۳ برآورد بیزی پارامترهای مدل با فرض مجهول بودن  $d$ ..... ۴۹

۱-۴-۳ برآورد بیزی در حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۴۹

۲-۴-۳ برآورد بیزی در حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۵۰

۵-۳ برآورد بیزی پارامترهای مدل با فرض مجهول بودن  $r$  و  $d$ ..... ۵۶

۱-۵-۳ برآورد بیزی در حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۵۶

۲-۵-۳ برآورد بیزی در حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۵۷

۶-۳ تعمیم ایده‌ها به حالت کلی..... ۶۴

۱-۶-۳ برآورد بیزی در حالت همگونی واریانس رژیم‌ها  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2$ ..... ۶۴

۲-۶-۳ برآورد بیزی در حالت ناهمگونی واریانس رژیم‌ها  $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \dots \neq \sigma_m^2$ ..... ۶۵

۷-۳ مباحث تکمیلی..... ۶۶

### فصل چهارم: انتخاب مدل TAR با روش بیزی

۱-۴ مقدمه..... ۶۸

۲-۴ چگالی پیش بین مدل TAR..... ۶۹

۱-۲-۴ حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۷۰

۲-۲-۴ حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۷۱

۳-۴ احتمال پسین مدل‌های رقیب TAR..... ۷۲

۱-۳-۴ حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۷۲

۲-۳-۴ حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم..... ۷۲

عنوان	صفحه
۴-۴ برآورد ابرپارامترهای پیشین.....	۷۳
۱-۴-۴ حالت همگونی واریانس‌های دو رژیم.....	۷۳
۲-۴-۴ حالت ناهمگونی واریانس‌های دو رژیم.....	۷۴
۵-۴ معیار توان پیش بینی و جنبه‌های محاسباتی احتمال پسین.....	۷۴
۶-۴ مثال‌هایی از انتخاب مدل TAR با روش بیزی.....	۷۶
۷-۴ آزمون وجود آستانه.....	۹۶
۱-۷-۴ نمایش مدل AR و TAR به صورت خاص.....	۹۶
۲-۷-۴ فاکتور بیز برای مقایسه ی دو مدل AR و TAR.....	۹۷
۳-۷-۴ احتمال پسین و مقایسه ی دو مدل AR و TAR.....	۹۹
۴-۷-۴ مطالعه ی شبیه سازی.....	۹۹
۸-۴ مباحث تکمیلی.....	۱۰۱

#### فصل پنجم: استنباط بیزی مدل TAR با استفاده از روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی

۱-۵ مقدمه.....	۱۰۲
۲-۵ مفاهیم مرتبط با روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی.....	۱۰۳
۳-۵ روش‌های MCMC برای برآورد پارامترهای مدل TAR.....	۱۰۸
۴-۵ روش اجرای الگوریتم با استفاده از نرم افزار.....	۱۱۰
۵-۵ آینده نگری مدل TAR با روش‌های MCMC.....	۱۱۵

#### پیوست

داده ها.....	۱۲۰
برنامه های نرم افزار Matlab.....	۱۲۱
برنامه های نرم افزار WinBUGS.....	۱۲۹
واژه نامه.....	۱۳۰
منابع و مآخذ.....	۱۳۳

## فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۴.....	شکل ۱-۱ سری زمانی لگاریتم شکار ببر کانادایی.....
۵.....	شکل ۲-۱ سری زمانی جذر تعداد لکه های خورشیدی.....
۶.....	شکل ۳-۱ سری زمانی لگاریتم تعداد دیزینیوم ناتستم.....
۲۱.....	شکل ۱-۲ مقایسه مقادیر برازش شده و مشاهده شده و باقیمانده‌های استاندارد شده.....
۲۳.....	شکل ۲-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۱.....
۲۴.....	شکل ۳-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۰/۲.....
۲۵.....	شکل ۴-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۰/۱.....
۲۵.....	شکل ۵-۲ نمودار اسکلتی شبیه سازی از مدل TAR.....
۲۶.....	شکل ۶-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۱.....
۲۷.....	شکل ۷-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۰/۱.....
۲۷.....	شکل ۸-۲ نمودار اسکلتی شبیه سازی از مدل TAR.....
۲۸.....	شکل ۹-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۱.....
۲۹.....	شکل ۱۰-۲ شبیه سازی از مدل TAR با واریانس ۰/۱.....
۲۹.....	شکل ۱۱-۲ نمودار اسکلتی شبیه سازی از مدل TAR.....
۳۱.....	شکل ۱۲-۲ آینده نگری برای داده‌های شبیه سازی شده از این مدل (۱).....
۳۱.....	شکل ۱۳-۲ آینده نگری از مدل (۲) تا ۳۶گام به روش نقطه‌ای.....
۳۲.....	شکل ۱۴-۲ آینده نگری از مدل (۲) تا ۳۶گام به روش نقطه‌ای.....
۴۳.....	شکل ۱-۳ احتمالات پسین پارامتر آستانه در حالت معلوم بودن سایر پارامترهای اندیس.....
۴۳.....	شکل ۲-۳ لگاریتم احتمالات پسین پارامتر آستانه در حالت معلوم بودن سایر پارامترهای اندیس.....
۴۵.....	شکل ۳-۳ احتمالات پسین پارامتر آستانه در حالت معلوم بودن سایر پارامترهای اندیس.....
۴۸.....	شکل ۴-۳ احتمالات پسین پارامتر آستانه در مثال ۵-۳.....
۴۸.....	شکل ۵-۳ لگاریتم احتمالات پسین پارامتر آستانه در مثال ۵-۳.....
۵۱.....	شکل ۶-۳ احتمالات پسین پارامتر تأخیر.....
۵۲.....	شکل ۷-۳ احتمالات پسین پارامتر تأخیر.....
۵۳.....	شکل ۸-۳ احتمالات پسین پارامتر تأخیر.....
۵۳.....	شکل ۹-۳ لگاریتم احتمالات پسین پارامتر تأخیر.....

## عنوان

## صفحه

- شکل ۳-۱۰ احتمالات پسین پارامتر تأخیر برای مثال ۳-۸ ..... ۵۵
- شکل ۳-۱۱ لگاریتم احتمالات پسین پارامتر تأخیر برای مثال ۳-۸ ..... ۵۵
- شکل ۳-۱۲ احتمالات پسین توام آستانه و تأخیر ..... ۵۸
- شکل ۳-۱۳ احتمال پسین توام آستانه و تأخیر ..... ۶۰
- شکل ۳-۱۴ احتمالات پسین توام آستانه و تأخیر ..... ۶۲
- شکل ۳-۱۵ لگاریتم احتمالات پسین توام آستانه و تأخیر ..... ۶۴
- شکل ۴-۱ توزیع پسین توام  $k_1, k_2$  در مثال ۴-۱ ..... ۸۰
- شکل ۴-۲ توزیع پسین توام  $d, k_1$  در مثال ۴-۱ ..... ۸۱
- شکل ۴-۳ توزیع پسین توام  $d, k_2$  در مثال ۴-۱ ..... ۸۲
- شکل ۴-۴ توزیع پسین توام  $k_1, k_2$  برای مثال ۴-۲ ..... ۸۶
- شکل ۴-۵ توزیع پسین توام  $d, k_1$  برای مثال ۴-۲ ..... ۸۷
- شکل ۴-۶ توزیع پسین توام  $d, k_2$  برای مثال ۴-۲ ..... ۸۸
- شکل ۴-۷ لگاریتم توزیع احتمال پسین کناری پارامتر آستانه برای مثال ۴-۳ ..... ۹۱
- شکل ۴-۸ توزیع پسین کناری پارامتر آستانه برای مثال ۴-۴ ..... ۹۵
- شکل ۵-۱ نمودار آینده نگری برای لگاریتم داده‌های شکار ببر کانادایی و بازه های آینده نگری ..... ۱۱۶
- شکل ۵-۲ نمودار طول بازه آینده نگری برای لگاریتم داده‌های شکار ببر کانادایی ..... ۱۱۷
- شکل ۵-۳ مقایسه آینده نگری با نمودار اسکلتی و آینده نگری بیزی ..... ۱۱۸

## فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۱۵.....	جدول ۱-۲ لگاریتم داده‌های شکار ببر کانادایی
۱۶.....	جدول ۲-۲ سری زمانی پاسخ
۱۷.....	جدول ۳-۲ ماتریس مدل
۳۹.....	جدول ۱-۳ برآورد ضرایب و واریانس
۳۹.....	جدول ۲-۳ ماتریس V
۴۰.....	جدول ۳-۳ برآورد ضرایب و واریانس
۴۰.....	جدول ۴-۳ داده‌های حاصل از مطالعه‌ی شبیه‌سازی برای مثال ۲-۳
۴۴.....	جدول ۵-۳ احتمالات پسین پارامتر آستانه در حالت معلوم بودن سایر پارامترهای اندیس
۴۶.....	جدول ۶-۳ احتمالات پسین پارامتر آستانه
۴۷.....	جدول ۷-۳ داده‌های حاصل از مطالعه‌ی شبیه‌سازی برای مثال ۴-۳
۴۷.....	جدول ۸-۳ داده‌های حاصل از مطالعه‌ی شبیه‌سازی برای مثال ۵-۳
۴۷.....	جدول ۹-۳ احتمالات پسین پارامتر آستانه در مثال ۵-۳
۵۱.....	جدول ۱۰-۳ احتمالات پسین پارامتر تأخیر
۵۲.....	جدول ۱۱-۳ احتمالات پسین پارامتر تأخیر
۵۴.....	جدول ۱۲-۳ داده‌های حاصل از مطالعه‌ی شبیه‌سازی برای مثال ۷-۳
۵۴.....	جدول ۱۳-۳ احتمالات پسین پارامتر تأخیر
۵۹.....	جدول ۱۴-۳ احتمالات پسین توام پارامترهای آستانه و تأخیر در حالت معلوم بودن سایر پارامترهای اندیس
۶۰.....	جدول ۱۵-۳ داده‌های حاصل از مطالعه‌ی شبیه‌سازی برای مثال ۱۰-۳
۶۱.....	جدول ۱۶-۳ احتمالات پسین توام پارامترهای آستانه و تأخیر در حالت معلوم بودن سایر پارامترهای اندیس
۶۳.....	جدول ۱۷-۳ احتمالات پسین توام و لگاریتم احتمالات پسین توام پارامترهای آستانه و تأخیر
۷۶.....	جدول ۱-۴ داده‌های حاصل از مطالعه‌ی شبیه‌سازی برای مثال ۱-۴
۷۷.....	جدول ۲-۴ احتمال پسین و معیار توان پیش‌بینی برای انتخاب مدل در مثال ۱-۴
۷۹.....	جدول ۳-۴ توزیع پسین کناری پارامتر آستانه در مثال ۱-۴
۷۹.....	جدول ۴-۴ توزیع پسین کناری و توام $k_1, k_2$ در مثال ۱-۴
۸۰.....	جدول ۵-۴ توزیع پسین کناری و توام $d, k_1$ در مثال ۱-۴
۸۱.....	جدول ۶-۴ توزیع پسین کناری و توام پارامترهای $d, k_2$ در مثال ۱-۴
۸۴.....	جدول ۷-۴ احتمال پسین و معیار توان پیش‌بینی برای انتخاب مدل در مثال ۲-۴

## عنوان

## صفحه

جدول ۴-۸ توزیع پسین کناری پارامتر آستانه در مثال ۴-۲.....	۸۵
جدول ۴-۹ توزیع پسین توام و کناری $k_1, k_2$ برای مثال ۴-۲.....	۸۶
جدول ۴-۱۰ توزیع پسین توام و کناری $d, k_1$ برای مثال ۴-۲.....	۸۷
جدول ۴-۱۱ توزیع پسین توام و کناری $d, k_2$ برای مثال ۴-۲.....	۸۸
جدول ۴-۱۲ احتمال پسین و معیار توان پیش بینی برای انتخاب مدل در مثال ۴-۳.....	۹۰
جدول ۴-۱۳ توزیع پسین کناری پارامترهای $d, k_2, k_1$ در مثال ۴-۳.....	۹۱
جدول ۴-۱۴ توزیع پسین کناری پارامتر آستانه در مثال ۴-۳.....	۹۲
جدول ۴-۱۵ احتمال پسین و معیار توان پیش بینی برای انتخاب مدل در مثال ۴-۴.....	۹۴
جدول ۴-۱۶ توزیع پسین کناری پارامتر آستانه در مثال ۴-۴.....	۹۵
جدول ۴-۱۷ توزیع پسین کناری پارامترهای $d, k_2, k_1$ در مثال ۴-۴.....	۹۶
جدول ۴-۱۸ احتمال پسین و فاکتور بیز برای مطالعه‌ی شبیه سازی.....	۱۰۰
جدول ۵-۱ برآورد پارامترها در حالت معلوم بودن پارامترهای اندیس و برابری واریانس.....	۱۱۱
جدول ۵-۲ برآورد پارامترها در حالت معلوم بودن پارامترهای اندیس و نابرابری واریانس.....	۱۱۲
جدول ۵-۳ برآورد پارامترها در حالت نامعلوم بودن پارامترهای تأخیر و آستانه و نابرابری واریانس.....	۱۱۳
جدول ۵-۴ داده های حاصل از مطالعه‌ی شبیه سازی.....	۱۱۴
جدول ۵-۵ برآورد پارامترها در حالت نامعلوم بودن پارامترهای تأخیر و آستانه و نابرابری واریانس.....	۱۱۴
جدول ۵-۶ نتایج ۲۰ گام آینده نگری بیزی برای لگاریتم داده های شکار بیر کانادایی.....	۱۱۹

## فصل اول

### کلیات و مباحث مقدماتی

#### ۱-۱ مقدمه

در این فصل موضوع تحقیق، اهداف تحقیق و اهمیت موضوع بیان می‌شوند. همچنین برخی مفاهیم پایه مرتبط با استنباط بیزی را ارائه می‌کنیم. در آخر نیز برخی توزیع‌های آماری بکاربرده شده در این پایان‌نامه را ارائه خواهیم کرد.

#### ۲-۱ موضوع و اهداف

یکی از مدل‌های غیرخطی، اتورگرسیو آستانه‌ای<sup>۱</sup> است که برای تحلیل سری‌های زمانی دوره‌ای با دوره تناوب نامعلوم استفاده می‌شود و بهتر از سری‌های زمانی خطی به این گونه داده‌ها برازش می‌شود. موضوع این پایان‌نامه معرفی این مدل و ارائه یک تحلیل بیزی برای آن است. استنباط بیزی در تحلیل مدل‌های آماری قابلیت‌های ویژه‌ای دارد. در روش بیزی امکان دخالت دادن اطلاعات احتمالاً غیر نمونه‌ای نیز وجود دارد. همچنین در صورتی که اطلاعات غیر نمونه‌ای موجود نباشد برآوردهای بیزی در حالتی خاص می‌توانند برابر با برآوردهای ماکسیمم درست‌نمایی شوند. تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو آستانه‌ای بسیار مورد توجه است و تحقیقات زیادی در این زمینه ارائه شده است. در این پایان‌نامه تحلیل بیزی مدل TAR ارائه می‌شود.

---

<sup>۱</sup>Threshold Autoregressive(TAR)

## ۱-۳ اهمیت و تاریخچه

یکی از فرض‌های متداول از زمان معرفی روش‌های تحلیل سری‌های زمانی، فرض خطی بودن است. این وضعیت تقریباً تا دهه هفتاد ادامه یافت. در واقع قبل از ۱۹۸۰ بسختی می‌توان متونی یافت که در آن مدل‌های غیر خطی سری زمانی معرفی شده باشند. وجود سری‌های زمانی متعددی که رفتار آنها با استفاده از مدل‌های خطی قابل تشریح نبود، توجه محافل آماری را به نیاز برای مدل‌های دیگر (احتمالاً غیرخطی) جلب نمود.

در سال ۱۹۷۷ در انجمن آمار انگلستان سؤالی مطرح شد که چگونه می‌توان برای سری‌های زمانی دوره‌ای که غیرخطی هستند مدلی در نظر گرفت که بهتر از مدل‌های خطی بر این نوع سری‌ها برازش شود. این سؤال جرقه‌ای در مسیر توسعه سری‌های زمانی غیرخطی بود<sup>۱</sup> (تانگ ۲۰۰۷). از آن به بعد سری‌های زمانی غیرخطی متعددی معرفی شدند. تانگ توانست یک مدل غیرخطی و پرکاربرد را ارائه دهد. وی در سال‌های (۱۹۷۷-۱۹۷۸) بر روی داده‌های دوره‌ای نظیر جمعیت حیوانات و جریان رودخانه متمرکز شد تا بتواند مدل سری زمانی مناسبی را ارائه دهد. وی بدین نتیجه رسید که راه کار مناسب قطعه‌ای خطی بودن است و با استفاده از این اصل مدل اتورگرسیو آستانه‌ای (یا مدل اتورگرسیو آستانه‌ای خود محرک SETAR) را ارائه کرد. سپس جزئیات بیشتری از این مدل مانند آینده نگری، برآورد آستانه و سایر موارد مورد توجه قرار گرفت. تانگ و لیم<sup>۱</sup> (۱۹۸۰) مدل اتورگرسیو آستانه‌ای را در حالت کلی‌تری ارائه کردند و جزئیات بیشتری از این مدل را بررسی نمودند. مدل TAR مورد استقبال آماردانان بیزی و کلاسیک قرار گرفت و هرگروه تلاش کردند با روش‌های خود برآورد پارامترها، انتخاب مدل و آینده نگری را ارائه دهند.

بسیاری از تحقیقات کلاسیک انجام شده بر مدل TAR در کتاب تانگ (۱۹۸۳) معرفی شده‌اند. بروملینگ و کوک<sup>۲</sup> (۱۹۹۲) یکی از نخستین تحلیل‌های بیزی این مدل را ارائه کردند. گویک و تروی (۱۹۹۳) تحلیل بیزی مشابهی انجام دادند و روشی هم برای آینده نگری با این مدل پیشنهاد کردند. چن و لی<sup>۳</sup> (۱۹۹۵) با استفاده از روش‌های بیزی مبتنی بر مونت کارلو زنجیره مارکوفی مساله برآورد پارامترهای مدل را بررسی کرده‌اند. کوپ و پاتر<sup>۴</sup> (۱۹۹۹) روشی برای آزمون وجود آستانه مبتنی بر فاکتور بیز ارائه کردند. مطالعات بیزی

<sup>۱</sup>Tong and Lim

<sup>۲</sup>Broemeling and Cook

<sup>۳</sup>Geweek and Teroy

<sup>۴</sup>Chen and Lee

<sup>۵</sup>Koop and Potter



دیگری توسط امیری (۲۰۰۲)، کمپبل<sup>۱</sup> (۲۰۰۴) و آنی کریشنان<sup>۲</sup> (۲۰۰۴) صورت گرفته که هر یک با استفاده از روش های بیزی مبتنی بر مونت کارلوی زنجیر مارکوفی مساله انتخاب مدل را بررسی کرده اند. گلانو و پنا<sup>۳</sup> (۲۰۰۷) تعدیلی در معیارهای نوع آکائیک ارائه کرده و آن را برای انتخاب مدل بکار بردند. کارنوگ<sup>۴</sup> (۲۰۰۸) انتخاب مدل بیزی را تشریح کرد. کرایر و چن<sup>۵</sup> (۲۰۰۸) برخی تحلیل های کلاسیک این مدل را ارائه کردند. این مدل کاربردهای فراوانی در هیدرولوژی، اقتصاد، زیست شناسی و علوم دیگر دارد. بسیاری از سری های زمانی معروف مانند شکار ببرهای کانادایی، تعداد لکه های خورشیدی و تعداد شکار (یا صیاد) می توانند توسط این مدل برازش شوند.

#### ۱-۴ سری های زمانی مشهور و پیدایش مدل TAR

همانطور که اشاره شد، در دهه هفتاد میلادی توجه محافل آماری به سری های زمانی دوره ای با دوه تناوب نامعلوم جلب شد. آن ها متوجه شدند که مدل های خطی قابلیت لازم برای مدل سازی این گونه سری های زمانی را ندارند. به خصوص در بحث آینده نگری، مدل های خطی موجود حافظه لازم را برای به خاطر سپردن رفتار تناوبی دوره ها و تعمیم آن به آینده ندارند. مدل فصلی - ضربی ARIMA برای سری های زمانی تناوبی با دوره تناوب معلوم احتمالاً یکی از بهترین گروه مدل ها برای مدل سازی و آینده نگری محسوب می شود. معلوم بودن دوره تناوب یکی از فرضیات اساسی در این گروه از مدل ها است و اگر دوره تناوب نامعلوم باشد نمی توان در این گروه مدل سازی نمود. موفقیت های زیادی در مدل سازی سری های زمانی ماهانه و فصلی با خانواده مدل های فصلی - ضربی ARIMA موجود است. دوره تناوب سری های زمانی ماهانه بطور طبیعی ۱۲ است. این عدد مربوط به حرکت وضعی و انتقالی کره زمین و ماه می باشد. دوره تناوب سری های زمانی فصلی نیز بطور طبیعی ۴ است. این عدد مربوط به حرکت زمین به دور خورشید است.

در ادامه چند سری زمانی مشهور را معرفی می کنیم که دارای رفتار دوره ای هستند ولی دوره تناوب آن ها معلوم نیست. در واقع در این موارد تعداد مشاهدات در هر چرخه (دوره) کامل متفاوت است. ماهیت منشأ تعداد مشاهدات در هر چرخه نیز نامعلوم است.

<sup>1</sup>Campbell

<sup>2</sup>Unnikrishnan

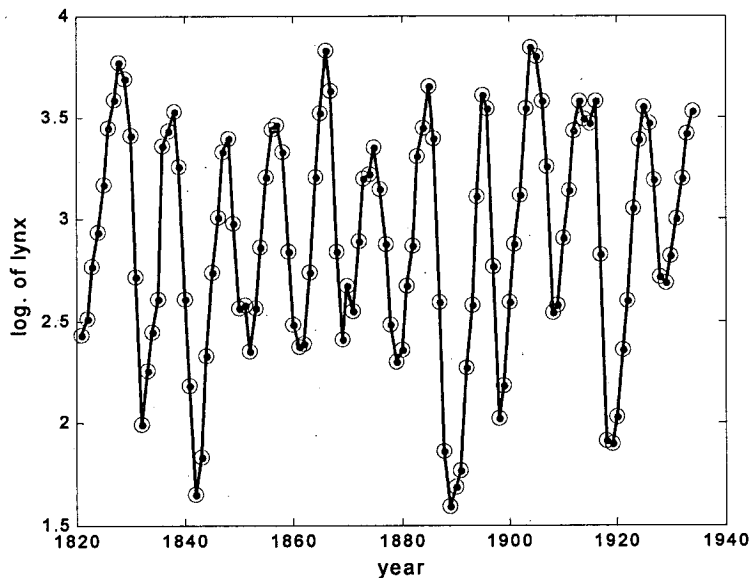
<sup>3</sup>Gelano and Pena

<sup>4</sup>Korenok

<sup>5</sup>Crayner and Chan

### الف- سری زمانی شکار بیر کانادایی<sup>۱</sup>

تعداد سالانه بیرهایی که در فاصله سالهای ۱۸۲۱ تا ۱۹۳۴ در اطراف رودخانه مکنزی کانادا شکار شده‌اند دارای رفتار دوره ای با دوره تناوب نامعلوم است. این سری زمانی در این پایان نامه بسیار مورد استفاده قرار گرفته و در مقیاس لگاریتمی در شکل ۱-۱ ارائه شده است. در واقع در بعضی چرخه‌ها تعداد مشاهدات ۹ و در برخی تعداد مشاهدات ۱۰ می‌باشد. از طرف دیگر منشا این اعداد ۹ یا ۱۰ نیز نامعلوم است. این سری زمانی در بین تحلیلگران سری زمانی بسیار مشهور است و دارای رفتار دوره‌ای با دوره تناوبی حدود ۱۰ سال است. این سری زمانی مورد توجه زیست شناسان نیز هست. لگاریتم داده‌های این سری زمانی در فصل دوم و در جدول ۲-۱ ارائه شده‌اند.



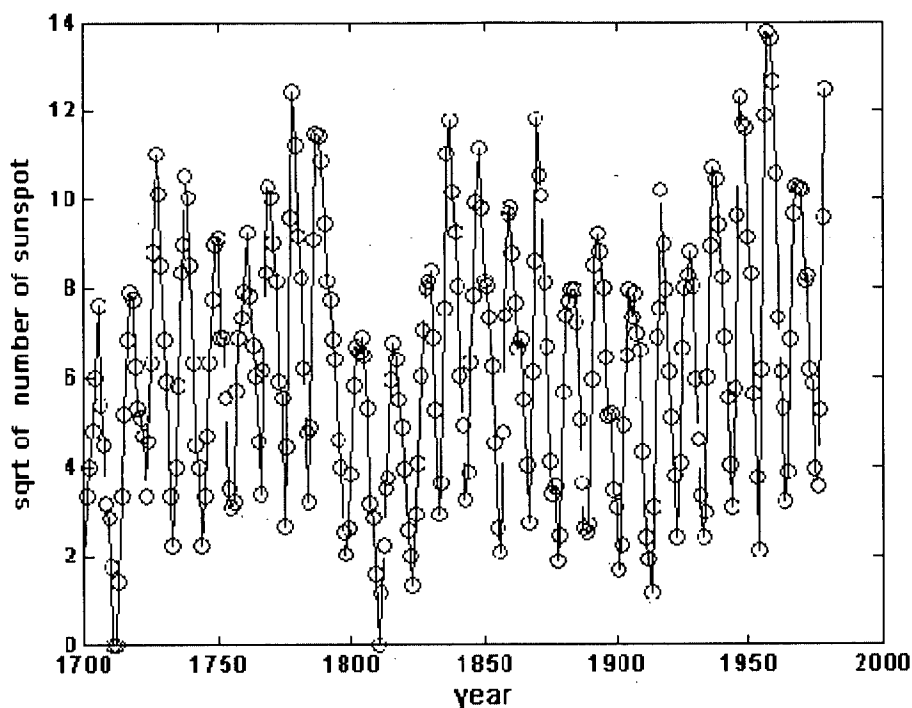
شکل ۱-۱ سری زمانی لگاریتم شکار بیر کانادایی

### ب- سری زمانی لکه‌های خورشیدی<sup>۲</sup>

تعداد سالانه لکه‌های خورشیدی و تاثیر آن در پدیده‌های جوی در علوم هیدرولوژی و فیزیک بسیار پر اهمیت است. بنابراین مدل سازی این داده‌ها و آینده‌نگری آن هم اهمیت زیادی دارد. جذر تعداد سالانه لکه‌های خورشیدی در فاصله سال‌های (۱۷۰۰-۱۹۷۹) در شکل ۲-۱ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که دوره تناوب این داده‌ها نیز نامعلوم و بین ۱۰ تا ۱۱ است. این داده‌ها در پیوست ارائه شده‌اند.

<sup>۱</sup>Trapped Canadian lynx

<sup>۲</sup>Sunspots

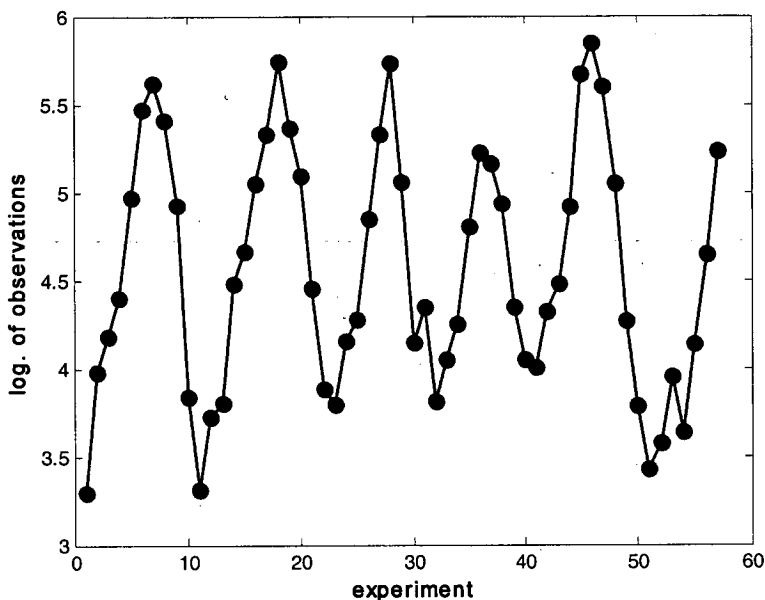


شکل ۱-۲ سری زمانی جذر تعداد لکه های خورشیدی

### پ- سری زمانی تعداد دیدنیوم ناتستم<sup>۱</sup>

برای بررسی تغییرات جمعیتی تعداد دیدنیوم ناتستم (موجود ریز) در هر میلی لیتر روزی ۲ بار به مدت ۳۵ روز طی یک آزمایش اندازه گیری شده است. این موجوداز یک تک یاخته‌ای به نام آریلیا تغذیه می‌کند. این تک یاخته در محیط آزمایش موجود است. این سری زمانی یکی از سری های زماى مشهور است و به آن سری زمانی صیاد و شکار نیز می‌گویند. دیدنیوم ناتستم را صیاد و تک یاخته را شکار می‌نامند. معمولاً ۵۷ مشاهده آخر را بررسی می‌کنند. سایر مشاهدات برای پیشگیری از اثرات مزاحم کنار گذاشته می‌شوند. تغییرات جمعیتی دیدنیوم ناتستم دارای دوره با دوره تناوب نامشخص است. در هر دوره ۹ تا ۱۱ مشاهده وجود دارد. لگاریتم تعداد مشاهده شده در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. این سری زمانی بسیار مورد توجه زیست شناسان است. این داده ها نیز در پیوست ارائه شده‌اند.

<sup>۱</sup>Didinium natsutum



شکل ۱-۳ سری زمانی لگاریتم تعداد دیدنیوم ناتستم

### ۱-۵ استنباط بیزی و مباحث مرتبط

در روش استنباط بیزی اطلاعات پیشین با اطلاعات نمونه‌ای ترکیب می‌شود و توزیع پسین حاصل می‌گردد. از آنجا که این ترکیب توسط قضیه بیز صورت می‌گیرد به آن استنباط بیزی می‌گویند. اگر اطلاعات پیشین موجود نباشد با بکارگیری پیشین‌های آگاهی نابخش یا ناسره و ترکیب آن با اطلاعات نمونه‌ای می‌توان نتایج معادل استنباط کلاسیک بدست آورد.

#### ۱-۵-۱ قضیه بیز

قضیه بیز یکی از قضایای آماری است که در استنباط آماری جایگاه ویژه‌ای یافته است. شکلی از این قضیه که مربوط به استنباط بیزی است بصورت زیر است.

اگر  $X$  نشان دهنده مشاهدات نمونه دارای چگالی  $P(x|\theta)$  باشد و پارامتر  $\theta$  دارای چگالی پیشین  $P(\theta)$  باشد آنگاه چگالی پسین  $\theta$  عبارت است از

$$P(\theta|x) = \frac{P(x|\theta)P(\theta)}{P(x)}$$

واضح است که

$$P(x) = \int P(x, \theta) d\theta = \int P(x|\theta)P(\theta) d\theta$$