



دانشگاه سبز

دانشکده ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

پایان نامه برای دریافت درجهی دکتری ریاضی کاربردی

عنوان:

حل عددی معادلات تابعی به وسیله روش‌های کنترل بهینه

استاد راهنما:

دکتر قاسم برید لقمانی

استادان مشاور:

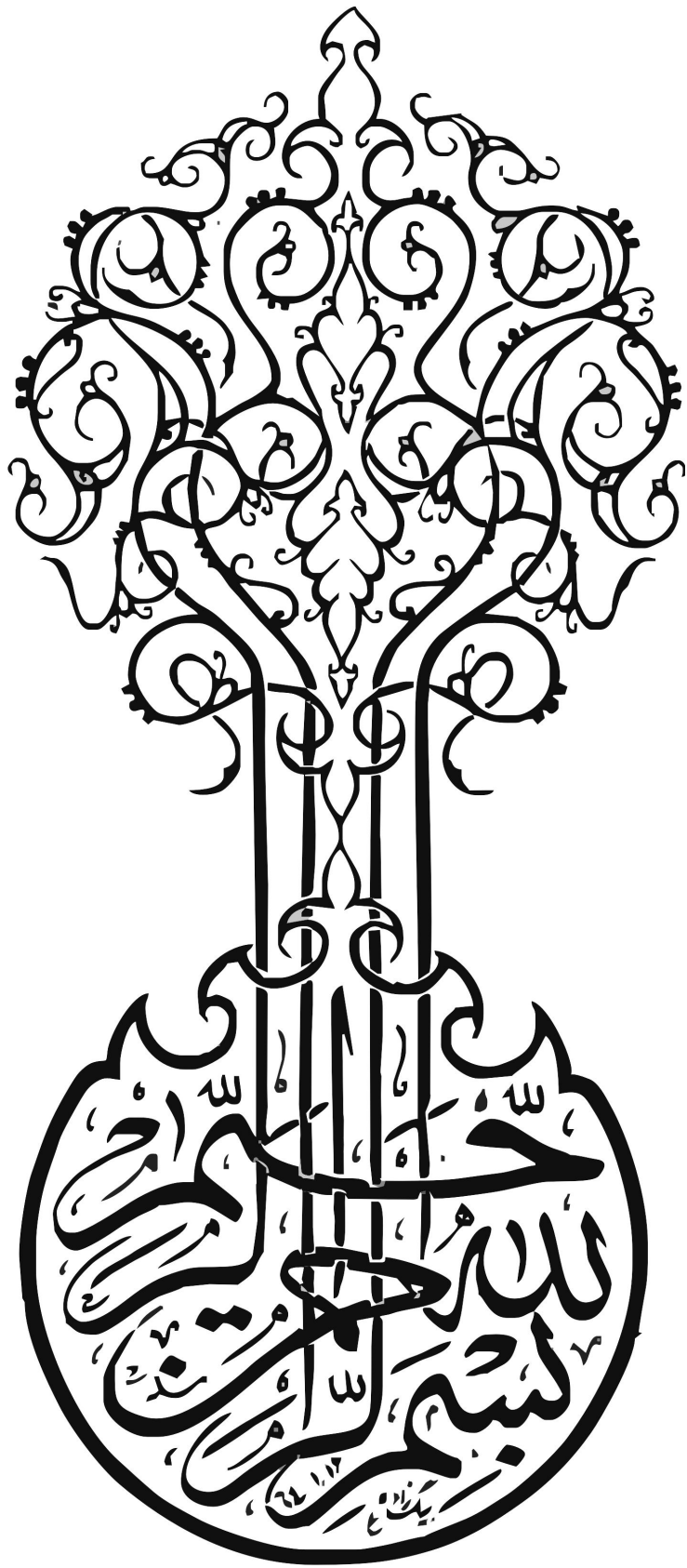
دکتر علی دل‌اور خلفی

دکتر مهدی احمدی نیا

پژوهشگر:

مازیار زارع پور

دیماه ۱۳۹۱



تقدیم بہ،

آنان کہ بہ من یاد دادند، بوثرہ پدر بزرگوارم کہ اولین آموزگار زندگی ام بودہ
وہست. او کہ درس سخاوت و سخت کوشی بہ من آموخت. ہمچنین مادر مہربانم

کہ بزرگترین آموزگار مہر و محبت است.

تقدیم بہ،

آنان کہ در راہ سربلندی و افتخار مہین شان کوشیدند و غریبانہ رفتند و ہمچنین
بزرگوارانی کہ ہنوز ہم بی ادعا در این راہ گام برمی دارند.

و تقدیم بہ،

او کہ عشق، ہموارہ برایم پاک و مقدس است. او کہ ہمچون باران لطیف و
پر مہر است.

سپاسگزاری

ستایش و سپاس پروردگار یکتا را، که این بنده‌ی کمترین را در مسیر بی پایان کسب علم و دانش قرار داد و نیرو و توان کافی عطا کرد تا بتوانم در این مسیر پر پیچ و خم، گام‌هایی هرچند کوچک بردارم. اما پیمایش این مسیر بی‌نهایت، تا بدین جا امکانپذیر نبود مگر به واسطه کمک و رهنمودهای اساتید بزرگوار و دانشمندی که در طول این راه از هیچ کمک و حمایتی دریغ نفرمودند و همواره مرا از گنجینه علم و معرفت خود بهره‌مند نمودند. هرچند این چند خط نوشته را یارای آن نیست که بتواند حتی بخشی ناچیز از زحمات این بزرگواران را بازگو نماید، اما شاید نشاندهنده‌ی بخش ناچیزی از قدردانی و ارادت اینجانب نسبت به ایشان باشد.

در آغاز بر خود لازم می‌دانم که از زحمات و پیگیری‌های استاد راهنمای محترم و بزرگوارم، جناب آقای **دکتر قاسم برید لقمانی** سپاس ویژه‌ای داشته باشم که در این راه نه تنها به اینجانب درس علم، که درس اخلاق و معرفت نیز آموختند. در طول این راه همواره موجب دلگرمی اینجانب بودند و اگر حمایت و هدایت ایشان در به پایان رساندن این رساله نبود چه بسا که سختی راه دو صد چندان می نمود. هیچگاه نتوانستم آنطور که باید و شاید پاسخگوی حمایت‌های ایشان باشم. امیدوارم بتوانم در ادامه راه گوشه کوچکی از زحماتشان را جبران نموده و اخلاق و منش ایشان را الگوی کار خود قرار دهم. در ادامه باید از زحمات اساتید مشاور محترم، جناب آقایان **دکتر علی دلاور خلفی** و **دکتر مهدی احمدی نیا** به سبب راهنمایی‌های ارزنده‌شان که به من در به نتیجه رساندن این رساله کمک شایانی کرد سپاسگزاری نمایم. از اساتید ارجمند جناب آقایان **دکتر فرید (محمد) مالک قائینی** و **دکتر سید محمد مهدی حسینی** که در طول این چند سال از محضر علمی ایشان استفاده فراوان بردم، تشکر نموده و از اینکه مسئولیت داوری رساله اینجانب را عهده‌دار شدند بی‌نهایت قدردانی می‌کنم. همچنین از دو استاد والا مقام و دانشمند، جناب آقایان **دکتر سید مهدی کرباسی** و **دکتر رضا مختاری** که با قبول داوری رساله مذکور افتخار بزرگی را نصیب اینجانب نمودند نهایت امتنان را دارم.

از اساتید ارجمندم، **دکتر ابراهیمی**، **دکتر میرزاویری**، **آقای طوسی**، **دکتر فراهی**، **دکتر صال مصلحیان**، **دکتر مؤذن**، **دکتر مشتاقیون**، **دکتر دواز**، **دکتر انوریه**، **دکتر خورشیدی**، **دکتر حمیدرضا**

نواب پور و دکتر فاطمه تمدن که در دوران تحصیلی علاوه بر آموزش علم، استاد تمام معرفت و زندگانی نیز برای اینجانب بوده‌اند و بسیاری از اندوخته‌های علمی و اخلاقی‌ام را مدیون ایشان می‌باشم، قدردانی کرده و سپاس فراوان خود را نسبت به این بزرگواران ابراز می‌دارم. همچنین از آقای احمدی مدیر گروه محترم ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز بابت همکاری و کمک‌های بی‌دریغشان تشکر ویژه‌ای دارم. از سرکار خانم عابدینی که در تمام طول دوره تحصیلی مرهون مهر و محبت مادریشان می‌باشم بسیار سپاسگزارم. از سرکار خانم عباسی نیز به خاطر کمک‌ها و راهنمایی‌های همیشگی‌شان کمال تشکر را دارم.

از همکاران، دوستان و بستگان عزیزم مهندس محمد داوود گل‌مکانی، مهندس عباس مختاری، دکتر مهدی خوبی، دکتر مصطفی جعفری، دکتر هادی عزیزی، دکتر بهزاد کفاش، دکتر محسن اسماعیل بیگی، دکتر فخرالدین محمدی، دکتر حجت ا... لعلی دستجردی، دکتر عباس احمدی، دکتر سعید رسولی، دکتر سهراب استاد هادی، دکتر داریوش حیدری، دکتر محمد اسکندری، دکتر حجت فرزادفرد، دکتر خدیجه جاهدی، دکتر هدیه جعفرپور، دکتر آقابزرگی، دکتر زکیه عوض‌زاده، شاهین قربانی، سید رسول رفیعیایی، مهدی حاجی اشرفی، مهدی دهقانی، عباس کمالی، مرتضی کریم آبادی، محمدحسین حیدری، محمد حیدری، علی هاشمی، علی پادراگانی، امید عباسی، رضا هاشمی، مجتبی عابدینی، سید مسعود ستوده، محمد حاج حسینی، سید باقر میردهقان، حمیدرضا خادم زاده، سید روح ا.. علوی زاده، حجت امراللهی، مجید نعیم یآوری، اصغر اکبر زاده، محمد صادق حداد، سید علی مجدی، وحید گندمی، علی جبالی، مصطفی حکیمی، حسین فتوحی، حسین اکبری، سید حمید فرقانی، رضا صبوحی، سینا ثابت، نیما ثابت، سمانه دستور، مهدی دستور، حسین نور محمدی، گلاره نورمحمدی، عبدالمجید ثابت، شهربانو ثابت، مریم عینی، شیوا اسمعیلدخت، اکبر شهشهانی، روح الله نوروزی، فروغ ماه‌پیشانیان، سمیرا زارعی، اسلام صمدی، محمد حیدری و مصطفی شاکر که در طول این مسیر همواره در کنار من قرار داشتند و مایه دلگرمی اینجانب بودند صمیمانه سپاسگزارم .

از برادرانم که در این مسیر همواره به من نیرو، انرژی و انگیزه‌ی لازم را می‌دادند، متشکرم. در پایان، ستایشگر زحمات بی‌چشم‌داشت و بی‌پایان پدر و مادرم هستم که با حمایت‌های همه‌جانبه‌ی خود حتی

یک لحظه هم، مرا در طول این راه تنها نگذاشتند. وجودم برایشان همه رنج بود و وجودشان برایم همه مهر، توانشان رفت تا در این راه طولانی به توانایی برسم، مویشان سپید گشت تا رویم سپید بماند. آنان که روشنی نگاه و گرمی کلامشان امیدبخش زندگی‌ام می‌باشد، آنان که راستی قامت در شکستگی قامتشان تجلی یافت. در برابر وجود گرامیشان زانوی ادب بر زمین نهاده و بر دستان پرمهرشان بوسه می‌زنم. امیدوارم که بتوانم مایه‌ی افتخار و سربلندی ایشان باشم.

چکیده

در این رساله روش‌های محاسباتی جدیدی برای حل دسته‌های مختلفی از معادلات تابعی بر اساس مسائل کنترل بهینه ارائه شده است. در واقع نشان می‌دهیم که بوسیله‌ی این روش‌ها می‌توان یک معادله تابعی را به یک مسئله کنترل بهینه‌ی متناظر با قیود تساوی که آن را مسئله مزدوج می‌نامیم، تبدیل نمود. در مسئله مزدوج بدست آمده متغیر حالت نقش جواب تقریبی مسئله‌ی اولیه را بازی می‌کند. پس از آن می‌توان با تقریب متغیرهای کنترل و حالت توسط توابع پایه‌ای چندجمله‌ای مناسب و جایگذاری این تقریب‌ها، مسئله کنترلی مزدوج را به یک مسئله بهینه‌سازی پارامتری با قیود جبری تساوی کاهش داد. در نهایت، با استفاده از یک روش بهینه‌سازی مناسب، ضرایب مجهول توابع پایه‌ای را یافت و تقریبی از جواب واقعی معادله تابعی مفروض را بدست می‌آوریم. همچنین در بخشی از این رساله، به بررسی و تحلیل برخی خواص همگرایی این روش پرداخته‌ایم. برای نشان دادن کارایی و دقت روش پیشنهادی، در اینجا روش مذکور را برای دسته‌های مختلفی از معادلات تابعی از جمله معادلات دیفرانسیل و انتگرال دیفرانسیلی معمولی از مرتبه دلخواه، مسائل مقدار مرزی منفرد آشفته از مرتبه دلخواه، معادلات انتگرالی ولترا و فردهم نوع اول و دوم و معادلات مشتقات جزئی از مرتبه‌ی دلخواه بکار گرفته‌ایم که نتایج عددی بدست آمده در آخر هر بخش گزارش شده است.

فهرست مطالب

۱	پیش‌گفتار
۵	۱ مفاهیم و تعاریف پایه
۶	۱.۱ مقدمه
۶	۲.۱ تاریخچه
۸	۳.۱ حساب تغییرات
۱۰	۴.۱ مسئله کنترل بهینه
۲۱	۵.۱ حل عددی مسائل کنترل بهینه
۲۳	۱.۵.۱ چند جمله‌ای‌های چبیشف
۲۶	۲.۵.۱ روش پارامتری‌سازی همزمان چبیشفی در حل مسائل کنترل بهینه
	۲ حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی، معادلات انتگرال-دیفرانسیلی و مسائل مقدار
۳۳	مرزی منفرد آشفته از مرتبه دلخواه بوسیله روش کنترل بهینه
۳۴	۱.۲ مقدمه
۳۴	۲.۲ پیاده‌سازی روش کنترلی
۳۶	۱.۲.۲ پیاده‌سازی روش کنترلی شماره یک
۴۳	۲.۲.۲ پیاده‌سازی روش کنترلی شماره دو
۴۸	۳.۲ نتایج عددی
۵۶	۴.۲ نتیجه‌گیری

۳ حل عددی معادلات انتگرالی فردهلم و ولترای خطی از نوع اول و دوم بوسیله روش

۵۹	کنترل بهینه
۶۰	۱.۳ مقدمه
۶۰	۲.۳ پیاده‌سازی روش کنترلی
۶۱	۱.۲.۳ حل عددی معادلات انتگرالی فردهلم و ولترای نوع اول
۶۵	۲.۲.۳ حل عددی معادلات انتگرالی فردهلم و ولترای نوع دوم
۶۶	۳.۳ نتایج عددی
۶۸	۴.۳ نتیجه‌گیری

۴ حل عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی از مرتبه‌ی دلخواه به وسیله‌ی روش

۷۱	کنترل بهینه
۷۲	۱.۴ مقدمه
۷۳	۲.۴ پیاده‌سازی روش کنترلی
۸۰	۳.۴ نتایج عددی
۸۶	۴.۴ نتیجه‌گیری

۵ تحلیل و بررسی نظری و محاسباتی روش و همگرایی آن

۹۰	۱.۵ مقدمه
۹۰	۲.۵ روش هم‌محلی و روش کنترلی شماره یک
۹۴	۳.۵ نحوه‌ی محاسبه‌ی ضرایب چبیشف توابع کنترل و حالت
۹۶	۴.۵ بررسی همگرایی
۱۰۲	۵.۵ تحلیل عددی همگرایی
۱۰۹	۶.۵ نتیجه‌گیری

۱۱۱ نتیجه‌گیری کلی و نگاهی به مطالعات آتی

۱۱۴

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۱۱۶

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

۱۱۸

مراجع

لیست تصاویر

۸۱	تابع خطا برای مثال ۱.۳.۴ با $N = ۳$	۱.۴
۸۲	تابع خطا برای مثال ۲.۳.۴ با $N = ۶$	۲.۴
۸۳	تابع خطا برای مثال ۳.۳.۴ با $N = ۶$	۳.۴
۸۳	تابع خطا برای مثال ۴.۳.۴ با $N = ۶$	۴.۴
۸۴	تابع خطا برای مثال ۵.۳.۴ با $N = ۲$	۵.۴
۸۵	نمودار $ w_N(x, t) - w_{2N}(x, t) $ برای مثال ۶.۳.۴	۶.۴
۸۶	تابع خطا برای مثال ۷.۳.۴ با $N = ۶$	۷.۴
۱۰۵	نمودار تابع درجه دوم J	۱.۵
۱۰۶	نمودار خطا با $N = ۱$	۲.۵
۱۰۸	نمودار تابع درجه دوم J	۳.۵
۱۰۸	نمودار خطا با $N = ۲$	۴.۵

