بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده فیزیک

موضوع:

گرانش در ابعاد اضافی با جمله گاؤس بنت

استاد راهنما :

دکتر حمید رضا سپنجی

استاد مشاور:

دکتر مهرداد فرهودی

نگارش:

شیما عزیزان

بهمن ۸٦

تاریخ ....
شماره ....
پیوست..................

دانشگاه شهید بهشتی

بسمه تعالی

« صورتجلسه دفاع پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد»

ان ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین
۲۹۹۰۱۰

بازگشت به مجوز دفاع شماره ۲۰۰/۳۷۶۵/ت/د مورخ ۸۶/۱۱/۲ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه خانم شیما عزیزان به شماره شناسنامه ۷۶۵ صادره ازکرمان متولد۱۳۶۱ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته فیزیک - ذرات بنیادی و نظریه میدانها

با عنوان :

گرانش در ابعاد اضافی با جمله گاؤس بنت

به راهنمائی:

دکترحمید رضا سپنجی

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۱۳۸۶/۱۱/۹تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۱۸٫۲۵ و درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

۱ -استاد راهنما: آقای دکتر حمید رضا سپنجی

۲-استادمشاور:آقای دکتر مهرداد فرهودی

۳- استاد داور: آقای دکترعلی شجاعی

۴- استاد داورونماینده تحصیلات تکمیلی:آقای دکتر سیامک سادات گوشه

۸۶/۱۰/۲۹

با تشکر از زحمات استاد گرامی جناب آقای دکتر سپنجی و دوست عزیزم زهرا حقانی و همه کسانی که به من کمک کردند.

تقدیم به:

پدر مهربان

مادر دلسوز

و

همسر عزیزم

چکیده

در این پایان نامه گرانش را در ابعاد اضافی، با جمله گاؤس بنت مورد بررسی قرار می دهیم. ابتدا قصد داریم تأثیراین جمله را در یک مدل کیهان شناسی بررسی کنیم و در نهایت می خواهیم حل های با تقارن کروی را برای فضا زمان پنج بعدی در گرانش گاؤس بنت مورد بررسی قرار دهیم. بنابر این برای شروع مروری بر نظریه های ابعاد اضافی داریم. جهان شامه ای را معرفی می کنیم ومدل های اولیه جهان شامه ای را مورد بررسی قرار می دهیم. سپس معادلات انیشتین و فریدمن را روی شامه بدست می آوریم و متوجه می شویم که این معادلات در جهان اولیه با معادلات استاندارد تفاوت دارند. درادامه جمله تصحیحی گاؤس بنت به لاگرانژی سیستم اضافه می کنیم و اثرات کیهان شناسی مربوطه را با جمله گاؤس بنت بررسی می کنیم و مشاهده می کنیم که نظریه گرانش با عبارت گاؤس بنت به معادلات فریدمن معمولی می انجامد. یعنی معادلات مشابه با، معادلات مربوطه در فضا زمان چهار بعدی هستند. در انتها نشان می دهیم که می توانیم حل های مجانبی دوسیتر، آنتی دو سیتروتخت را برای فضا زمان پنج بعدی، در گرانش گاؤس بنت، بدون احتیاج به ثابت کیهان شناسی داشته باشیم.

مقدمه

نظریه ابعاد اضافی ابتدا توسط کالوزا- کلاین در اوایل قرن بیستم مطرح شد. آنها در یک نظریه پنج بعدی گرانش را با الکترومغناطیس متحد کردند. بعد از ایشان نظریه ابعاد اضافی به فراموشی سپرده شد. اما نظریه ریسمان که سعی در کوانتومی کردن گرانش داشت، دوباره آنرا احیا کرد. در سال ۱۹۹۶ هاروا و ویتن نظریه ای به نام نظریه M ، که نظریه مؤثر انرژی پایین ریسمان ترکیبی می باشد، ارائه دادند. این مدل به یک توده یازده بعدی مربوط می شود، که بعد یازدهم با تقارن Z_2 فشرده شده است. دو نقطه ثابت مدار گونه دو فضا زمان ده بعدی را نشان می دهند. ماده و بر هم کنشهای پیمانه ای روی این شامه ها جایگزیده است، در حالی که میدانهای گرانشی در تمام فضا– زمان منتشرمی شوند. شش بعد از این یازده بعد، می تواند به طور خود سازگاری به روش کالوزا– کلاین فشرده شود. در آن حد، فضا– زمان پنج بعدی، با شامه های چهار بعدی به نظر می رسد. این مدل یک چار چوب پایه برای بسیاری از مدل های کیهان شناسی ارائه می دهد. مثلاً در نوشتن کنش موثر نظریه، از تئوری ریسمان الهام گرفته می شود.

در این پایان نامه، سعی داریم گرانش را در ابعاد اضافی با جمله گاؤس بنت مورد بررسی قرار دهیم. ابتدا قصد داریم کیهان شناسی شامه ای را با جمله گاؤس بنت بررسی می کنیم. اما در ادامه حل های با تقارن کروی را برای فضا زمان پنج بعدی، در گرانش گاوس بنت بدون ثابت کیهان شناسی معرفی می کنیم. بنابراین ابتدا به سراغ نظریات مختلفی که ابعاد اضافی متفاوتی را در نظر گرفتند می رویم.

درفصل اول نظریه کالوزا- کلاین را مورد بررسی قرار می دهیم. درادامه به سراغ مدل ارکانی و مـدل راندال ساندروم می رویم، که ساختار اساسی سناریوی جهان شامه ای به وسیله این دو مـدل معرفـی می شود. در فصل دوم معادلات اینشتین را روی شامه بدست می آوریم. سپس معـادلات فریـدمن را بدست می آوریم و مشاهده می کنیم که معـادلات فریـدمن در جهـان اولیـه بـا شـکل اسـتاندارد آن متفاوت می شود، اما معادلات اینشتین روی شامه در حد انـرژی پـائین، معـادلات انیـشتین معمـولی می باشد. در فصل سوم به لاگرانژی پنج بعدی خود، لاگرانژی گـاؤس بنـت را اضـافه مـی کنـیم و سپس، معادلات انیشتین را بدست می آوریـم. در ادامـه معـادلات فریـدمن را بدسـت مـی آوریـم و مشاهده می کنیم که، معادلات فریدمن معمول هستند. در فصل چهارم حـل هـای مختلـف دوسـیتر، آنتی دوسیتروتخت مجانبی را برای فضا زمان پنج بعدی در گرانش گاؤس بنت بدون استفاده از ثابت کیهان شناسی بدست می آوریم.

فصل اول

جهان شامه ای

۱-۱ چراییِ ابعاد اضافی

نظریه ی جهان شامه ای[1] با در نظر گرفتن ابعاد اضافی بـرای جهـان ایجـاد مـی شـود. کیهـان شناسـی شامه ای برای بررسی اثرات حضور ابعاد اضافی[2] در طبیعت ایجاد شده است.

حال، سؤالی که مطرح می شود این است که، این ابعاد اضافی چگونه در نظر گرفتـه مـی شـوند و چـه تأثیری در کیهان شناسی خواهند داشت.

---

[1] Brane world
[2] Extra dimensions

به طور مثال، در حال حاضر می دانیم نیروی گرانش بین دو جسم ماکروسکوپیک که در فاصله r از هم قرار دارند (در صورتی که، $10^{-4} \le r \le 10^{28}$ باشد)، طبق قانون عکس مربعی تغییر می کند. مشخص نیست این قانون در زیر این مقادیر و بالاترازآن چگونه تغییر می کند. به هر حال اگر جهان ابعاد اضافی فضایی داشته باشد، این قانون دیگر برقرار نخواهد بود و به صورت $F \propto r^{-(2+N)}$ تغییرپیدا می کند. بنابراین می توان لزوم مطالعه ابعاد اضافی را درک کرد.

- یکی از دلایل مطالعه ابعاد اضافی اتحاد گرانش و برهم کنش های پیمانه ای[۱] ذرات بنیادی بود. این کار ابتدا توسط کالوزا[۲] وکلاین[۳] انجام شد. [۱و۲] آنها بیان کردند که گرانش و الکترومغناطیس می توانند در فضایی با ابعاد اضافی با هم متحد شوند.

- دلیل دیگرِ مطالعه ابعاد اضافی، کوانتومی کردن برهم کنش های گرانشی بود. یک نظریه که سعی در کوانتومی کردن گرانش دارد، نظریه ریسمان[٤] (نظریه M[٥]) می باشد. این نظریه تنها در فضایی با ٦ یا ۷ بعد اضافی می تواند فرمول بندی شود. بر طبق نظریه ریسمان ماده و برهم کنش های پیمانه ای که با ریسمان های باز[٦] توضیح داده می شوند، روی یک شامه[۷] جایگزیده شده اند. این شامه در یک فضا – زمان با ابعاد بالاتر قرار دارد، که این فضا ی بزرگتر راتوده[۸] می گویند. اما میدان هایی که با ریسمان های بسته[۹] توضیح داده می شوند، مانند گرانش در همه ابعاد فضا – زمان بزرگتر انتشار خواهند یافت.البته ابعاد اضافی که در این نظریه در نظر گرفته می شود فوق العاده کوچک، در اندازه طول پلانک و در نتیجه غیر قابل آشکار شدن می باشند.

---

[1] Guage interactions
[2] Kaluza
[3] Klein
[4] String theory
[5] M theory
[6] Open strings
[7] brane
[8] bulk
[9] Close strings

– مـی دانـیم حـداقل دو مقیـاس بنیـادی انـرژی در طبیعـت وجـود دارد: مقیـاس جـرم الکترو ضعیف[۱]، $M_{ew} \sim 10^{3} Gev$ و مقیاس پلانک[۲]، $M_{Pl} \sim 10^{19} Gev$. فاصله بسیار زیاد این دو مقیاس نیاز به تنظیم ظریف[۳] شش رقمی دارد. زیرا $\frac{M_{ew}}{M_{Pl}} \sim 10^{-16}$. ایـن کـار مـی توانـد از طریـق نظریه ی ابعاد اضافی انجام شود. بنابراین یکی دیگر از دلایل بررسی ابعاد اضافی حل مسئله سلسله مراتب[٤] بود. نوع دیگر مسئله سلسله مراتب، مسئله ثابت کیهان شناسی می باشد که آن هم می تواند در نظریه های ابعاد اضافی حل شود.

حال نظریه های مختلفی که ابعاد اضافی متفاوتی را در نظر گرفتند، مورد بررسی اجمالی قرار می دهیم.

۱-۲ نظریه کالوزا-کلاین

علی رغم تفاوت های صوری بین نظریه گرانش و الکترومغناطیس، می تـوان ایـن را وحـدت بخـشید، یعنی می توان برای الکترودینامیک[٥] نیز خصلت هندسی قائل شـد. بـه صـراحت دیـده مـی شـود بـار الکتریکی تجلی تکانه[٦] در بعد پنجم است.

هر نظریه ای که خواستار وحدت گرانش و الکترودینامیک باشد، باید تفاوت های زیاد بین این دو نـوع برهم کنش را از میان بردارد. اولاً معادلات نسبیت عام[۷] اینشتین یک توصیف فضا – زمانی غیرکوانتومی است، که در آن دینامیک حرکت یـک ذره ی آزمایـشی گرانـشی از اصـل هـم ارزی[۸] ضـعیف پیـروی

[1] Electroweak
[2] Planck
[3] Fine tunning
[4] Hierarchy problem
[5] electrodynamics
[6] momentum
[7] General relativity
[8] equivalence principle

می کند و لذا از کلیه مشخصات داخلی بخصوص جرم سکون[1] آن مستقل است. حال آنکه در الکترودینامیک ماکسول، قانون شتاب ذرات باردار به نسبت بار به جرم آن ها بستگی دارد و این مشخص ترین تمایز گرانش و الکترودینامیک است. تفاوت دیگر، خطی بودن معادلات نسبیت عام در مقابل غیرخطی بودن معادلات ماکسول است.

در ۱۹۱۹ کالوزا تعمیم نسبت عام را ازچهاربعد به پنج بعد ارائه کرد. بدین ترتیب که یک تانسور متریک پنج بعدی شامل پتانسیل های الکترومغناطیسی و پتانسیل گرانشی ارائه داد.

کلاین در ۱۹۲۶ نشان داد که تئوری کالوزا قابل تقلیل به تئوری چهاربعدی نسبیت عام و معادلات ماکسول است. در روش کالوزاکلاین بعد اضافی باید شبه فضایی باشد، زیرا اگر تعداد ابعاد شبه زمانی از یکی بیشتر باشد، امکان ایجاد بیضی های شبه زمانی به وجود می آید و این باعث تخلف از اصل علیت است. در هرحال بعد اضافی یعنی بعد پنجم مشابه سه بعد فضایی معمولی نمی باشد، بلکه بسیار فشرده[2] و کوچک است و به همین دلیل غیرقابل مشاهده است. بعد اضافی شکل یک فضای فشرده با مقیاس فشردگی[3] مشخص ℓ را دارد. مثلاً بعد اضافی می تواند یک دایره به شعاع ℓ باشد. برای بیشتر از یک بعد اضافی این فضا می تواند یک کره فرا ابعادی باشد.

در روش K.K فضا – زمان D بعدی دارای یک هندسه است، که از ضرب مستقیم $M^4 \times X^{D-4}$ بدست می آید. M^4 فضا – زمان مینکوفسکی[4] و X^{D-4} یک خمینه فشرده از ابعاد اضافی را نشان می دهد. هندسه $M^4 \times X^{D-4}$ باید حل معادلات انیشتین D بعدی باشد.

تئوری K.K در واقع نسبیت عام در پنج بعد است. اما به وسیله دو شرط مقید می شود. این دو شرط

[1] rest mass
[2] compact
[3] copactification
[4] Minkoski space-time

توضیح می دهند که چرا ما چهار بعد را درک می کنیم، ولی بعد پنجم را نمی بینیم. (در مقیـاس هـای بسیاربزرگتر از مقیاس ℓ بعد اضافی قابل توجه نمی باشد).

دو شرط مذکور:

الف)شرط استوانه ای[1] : به وسیله ی کالوزا وارد شد و سازگار با این است کـه تمـام مـشتقات جزئـی نسبت به بعد پنجم صفر است. این شرط باعث راحت تر شدن محاسبات پیچیده می شود.

ب) شرط فشرده سازی: توسط کلاین قرار داده شد و سازگار با این فرض است که بعد اضافی نه تنها کوچک است، بلکه دارای توپولوژی[2] بسته (دایره) است. این شرط دوره ای[3] بودن بعد اضافی را فراهم می کند و همچنین باعث می شود که بتوان بعد اضافی را تجزیه فوریه کرد.

حال اثبات می کنیم که چگونه گرانش چهاربعدی اینشتین می تواند با الکترومغنـاطیس در یـک نظریـه پنج بعدی متحد شود.

کنش پنج بعدی به صورت زیر می باشد:

$$S = \frac{M_*^3}{2} \int d^4x dy \sqrt{-g_5} R_5 \qquad (١-١)$$

فضا – زمان به صورت $M^4 \times S^1$ می باشد.

میدان ها را برحسب هارمونیک های روی دایره به شعاع ℓ بسط می دهیم.

$$g_{AB}(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{AB}^{(n)}(x) e^{iny/l} \qquad (٢-١)$$

[1] cylindrical
[2] topology
[3] periodic

در ادامه روی مد صفر[1] متمرکز می شویم و از مدهای جرم دار صـرف نظـر مـی کنـیم و نمـاد زیـر را معرفی می کنیم.

$$g^{(0)}_{\mu\nu} = e^{\phi/\sqrt{3}}(g_{\mu\nu}(x) + e^{-\sqrt{3}\phi}A_\mu A_\nu) \qquad (۳-۱)$$

$$g^{(0)}_{\mu\nu} = g^{(0)}_{5\mu} = e^{-2\phi/\sqrt{3}}A_\mu \qquad (٤-۱)$$

$$g^{(0)}_{55} = e^{-2\phi/\sqrt{3}} \qquad (٥-۱)$$

با استفاده از این عبارات کنش، چهار بعدی برای میدان های مد صفر به صورت زیر است:

$$S_{zm} = M_*^3\pi\ell\int d^4x\sqrt{-g_4}(R_4 - \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{4}e^{-\sqrt{3}\phi}F^2_{\mu\nu}) \qquad (٦-۱)$$

می دانیم که کنش معمولی چهار بعدی معمول برای گرانش به صورت زیر است:

$$S = \frac{M^2_{Pl}}{2}\int d^4x\sqrt{-g_4}R_4 \qquad (۷-۱)$$

بنابراین پیدا می کنیم که $M^2_{Pl} = M_*^3 2\pi\ell$. به عنوان یک نتیجه، ثابت نیوتـونی $G_N = (8\pi M^2_{Pl})^{-1}$ می تواند به مقیاس ابعاد اضافی و شعاع فشردگی مربوط شود.

[1] Zero mode

$$G_N = \frac{1}{16\pi^2 M_*^3 \ell} \qquad (۸-۱)$$

از طرفی گفتیم که کالوزا، یک تانسور متریک پنج بعدی شامل پتانسیل های الکترومغناطیس و پتانسیل گرانشی ارائه داد. این تانسور متریک به صورت زیر است. [۳و٤]

$$g_{AB} = \begin{pmatrix} (g_{\alpha\beta} - K^2\phi^2 A_\alpha A_\beta) & -K\phi^2 A_\alpha \\ -K\phi^2 A_\beta & -\phi^2 \end{pmatrix} \qquad (۹-۱)$$

که $g_{44} = const$ و K ثابت جفت شدگی است.

با توجه به تانسور متریک پنج بعدی ارائه شده، معادلات میدان در چهار بعد به صورت زیر می باشد:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{K^2\phi^2}{2} T_{\alpha\beta} - \frac{1}{\phi}(\nabla_\alpha \nabla_\beta \phi - g_{\alpha\beta}\Box\phi) \qquad (۱۰-۱)$$

که

$$\Box = g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha \nabla_\beta$$

$$\nabla^\alpha F_{\alpha\beta} = -3(\nabla^\alpha \phi / \phi) F_{\alpha\beta} \qquad (۱۱-۱)$$

$$\Box\phi = -K^2 \frac{\phi^3}{4} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \qquad (۱۲-۱)$$

$G_{\alpha\beta}$ و $F_{\alpha\beta}$ تانسورهای فارادی و اینشتین چهار بعدی معمول هستند. $T_{\alpha\beta}$ تانسور انرژی تکانه برای یک میدان الکترو مغناطیس است،که به صورت زیر است:

$$T_{\alpha\beta}=(g_{\alpha\beta}\frac{F_{\gamma\delta}F^{\gamma\delta}}{4}-F_{\alpha}^{\ \gamma}F_{\beta\gamma})/2 \qquad (۱۳-۱)$$

معادله اول (۱-۱۰)، معادله ی اینشتین چهار بعدی است که در سمت راست آن بعضی جملات انرژی – تکانه از بعد پنجم استخراج شده اند. معادله (۱-۱۱) چهار معادله الکترومغناطیس است که بوسیله یک تابع تغییر پیدا کرده است. این تابع همان میدان اسکالر است که در معادله (۱-۱۲) داده شده است.

اگر

$$g_{44}=-\phi^2=-1 \quad \text{و} \quad K=(16\pi G/C^4)^{1/2} \qquad (۱٤-۱)$$

$$\Rightarrow\ G_{\alpha\beta}=\frac{8\pi G}{C^4}T_{\alpha\beta} \quad , \quad \nabla^{\alpha}F_{\alpha\beta}=0 \qquad (۱۵-۱)$$

یعنی معادلات ماکسول و اینشتین از خلاء[1] در پنج بعد بدست می آید.

نتیجه می گیریم که میدان های گرانشی و پیمانه ای چهار بعدی می توانند یک منشأ مشترک در میدان گرانش پنج بعدی داشته باشند. به عبارت دیگر منشأ نور در هندسه[2] ی بعد اضافی می باشد.

دیدیم که در روش $K.K$ اگر معادلات میدان را در پنج بعد بنویسیم، از تقلیل آن به معادلات گرانش در چهار بعد و معادلات ماکسول می رسیم، ضمن آن تقارن های موجود در گرانش چهار بعدی (4-D) و الکترومغناطیس باید حفظ شود. گروه تقارنی نسبیت عام در چهار بعد تقارن پوانکاره است و در الکترومغناطیس یک تبدیل پیمانه ای موضعی $U(1)$ گروه تقارن جابه جاپذیر را ایجاد می کند. یعنی حالت خلاء معادلات در پنج بعد باید شکل $M^4\times S^1$ (استوانه ای) داشته باشد.

[1] vacuum
[2] geometry

اگر خواستار تعمیم وحدت کالوزا – کلاین برای وحدت بخشیدن به نیروهای قوی و ضعیف هسته ای با نیروهای الکترومغناطیس و گرانش باشیم، ضمن آنکه احتیاج به ابعاد بیشتری برای فضا– زمان داریم باید از تئوری یانگ میل استفاده کنیم. در این صورت فضا زمان دارای ابعاد D+۳+۱ بعد خواهد بود و حالت خلاء معادلات N بعدی به شکل $M^4 \times B^D$ درمی آید. که در آن M^4 تقارن پوانکاره مربوط به فضازمان یازده بعدی را نشان می دهد و B^D دارای تقارن پیمانه ای به شکل $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ است. بدین ترتیب ابعاد فضا – زمان برای ارائه مدل استاندارد باید به صورت فضا – زمان یازده بعدی باشد. بنابراین حالت خلا معادلات به شکل $M^4 \times B^7$ در می آید. ولی اشکال کار در این است که حالت خلاء معادلات کالوزا – کلاین که در پنج بعد به صورت $M^4 \times S^1$ فرض می شود، فقط به طور کلاسیکی پایاست و در یک سد پتانسیل شبه کلاسیکی ناپایاست. این پایایی را در پنج بعد می توان با فرض ثابت بودن توپولوژی بدست آورد ولی پایایی $M^4 \times B^D$ به سادگی میسر نمی شود. مشکل دوم این است که $M^4 \times B^D$ در حالت کلی جواب حالات خلاء معادلات اینشتین در $4+D$ بعد نیست

۱-۳ مدل ارکانی

مدلی که توسط ارکانی – حامد[1]، دیمپلوس[2] و دوالی[3] پیشنهاد شد، [۵] (AAD) برای حل مسأله سلسله مراتب امکان جدیدی ارائه می دهد و پیش بینی های ارائه شده درآن ممکن است در آینده قابل آزمایش شوند.

بیان کردیم که مسئله سلسله مراتب چیست و گفتیم که یکی از دلایل به وجود آمدن نظریه هایی با ابعاد اضافی، حل همین مسئله بود. AAD یکی از این نظریه هاست.

فاصله بسیار زیاد بین مقیاس الکتروضعیف و پلانک $\frac{M_{ew}}{M_{Pl}} \sim 10^{-16}$، مانع اتحاد مدل استاندارد در مقیاس ضعیف با گرانش در مقیاس پلانک می باشد. با اینکه برهم کنش ها ی ضعیف در فواصل حدود $M_{ew}{}^{-1}$ آزمایش می شوند، نیروی گرانشی در فواصل حدود $M_{Pl}{}^{-1}$آزمایش نمی شوند. گرانش به طور دقیق در فواصل حدود Cm اندازه گیری شده است. تعبیر ما از در نظر گرفتن M_{Pl} به عنوان مقیاس بنیادی بر این اساس پایه گذاری شده است که قانون گرانش تا $10^{-33}\,Cm$ (یا طول پلانک) تغییر نمی کند. چون بنیادی بودن مقیاس ضعیف قطعیت تجربی دارد، در اینجا $M_{ew}{}^{-1}$ به عنوان تنها مقیاس طول بنیادی در طبیعت در نظر گرفته می شود. حال می خواهیم ببینیم در چنین تصویری $(\frac{1}{M_{Pl}})$چگونه به دست می آید؟

در چارچوب AAD فضا زمان تخت 4+n بعدی، در نظر گرفته می شود. بنابراین فضا – زمان به صورت $R^4 \times M_n$ در نظر گرفته می شود. که فرض می کنیم n بعد فشرده با شعاع مشترک R، با توپولوژی دونات شکل وجود دارد.

---

[1] Arkani-Hamed
[2] Dimopoulos
[3] Dvali