بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه تربیت معلم سبزوار

عنوان:

حل مسائل برنامه ریزی فازی تصادفی

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر سهراب عفتی

استاد مشاور:

جناب آقای دکتر هادی صدوقی یزدی

پژوهش و نگارش:

زهرا صابری نصرآبادی

دانشکده علوم پایه

گروه ریاضی

شهریور ۱۳۸۶

۹۸۴۱۳۱۳۱۰۵۴ ش دانشجو:
ش راهنما:

باسمه تعالی

شماره : ۳۱/۳۵۷
تاریخ : ۸۶/۶/۱۹

دانشگاه تربیت معلم سبزوار
دانشکده علوم پایه

جلسه دفاع از پایان نامه خانم **زهرا صابری** دانشجوی دوره **کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی** ساعت **۱۰** روز **دوشنبه** مورخه **۸۶/۶/۱۹** اتاق **۲۴۳** تشکیل گردید. پس از بررسی و نظر هیأت داوران ، پایان نامه نامبرده با نمره ۱۹/۷۵ و درجه عالی مورد تائید قرار گرفت.

عنوان رساله : حل مسائل برنامه ریزی فازی تصادفی

تعداد واحد: ۶ واحد

داور رساله : دکتر اکبر هاشمی برزآبادی

استادیار دانشگاه علوم پایه دامغان

داور رساله : دکتر سیدابوالفضل علوی

استادیار دانشگاه تربیت معلم سبزوار

استاد راهنما: دکتر سهراب عفتی

دانشیار دانشگاه تربیت معلم سبزوار

استاد مشاور : دکتر هادی صدوقی

استادیار دانشگاه تربیت معلم سبزوار

نماینده تحصیلات تکمیلی : دکتر محمد تقی خداداد

استادیار دانشگاه تربیت معلم سبزوار

مدیر گروه ریاضی : دکتر محمد جانفدا

استادیار دانشگاه تربیت معلم سبزوار

۵ - /۱۰/ ۱۳۸۷

تقدیم به

بارگاه ملکوتی حق

وتقدیم به پدر و مادر عزیزم

قدردانی

حمد و سپاس بی پایان خالق هستی بخش که به من توفیق کوشش در راه فراگیری علم و دانش عطا فرمود و در تمامی شئونات زندگی مرهون الطاف و عنایات بی‌پایانش قرار داد. اکنون که به فضل خداوند متعال دوره کارشناسی ارشد خود را به پایان رسانیده‌ام، مصداق حدیث گهربار « من علمنی حرفاً فقد صیرنی عبداً » وظیفه خود می دانم از همه دوستان و عزیزانی که در این زمینه مرا مورد لطف و حمایت های بی شائبه خویش قرار داده اند، سپاسگزاری نمایم. لذا از استاد ارجمند جناب آقای دکتر عفتی که زحمت راهنمایی و هدایت این پایان نامه را برعهده داشتند، تشکر و قدردانی می نمایم. از استاد گرانقدر دانشکده فنی مهندسی، جناب آقای دکتر صدوقی که زحمت راهنمایی و مشاوره این پایان نامه را برعهده داشتند، تشکر و قدردانی می نمایم. از زحمات پدر و مادر بزرگوارم که در طول مدت زندگی و تحصیل مرا یاری نموده اند، تقدیر و تشکر می نمایم. از کلیه اساتید محترم گروه ریاضی، بالاخص آقایان دکتر علوی و دکتر جانفدا که سایر دروس این دوره را در خدمت ایشان فرا گرفته ام، صمیمانه سپاسگزارم.

چکیده

در اغلب مسائل بهینه سازی، کمیت هایی که استفاده شده اند، داده های دقیقی نیستند بلکه وابسته به شرایط محیطی می باشند. ضمناً گردآوری اطلاعات به طوری که به تشخیص و قضاوت انسان وابسته نباشد، بسیار مشکل می باشد و یا در عمل ممکن نیست. بنابراین در سال های اخیر دو نوع مسائل بهینه سازی، یعنی برنامه ریزی تصادفی و برنامه ریزی فازی مورد توجه قرار گرفته اند. در این پایان نامه در فصل اول تعاریف فازی، اندازه امکان و نظریه امکان و در فصل دوم برنامه ریزی خطی فازی را مورد بحث و بررسی قرار داده ایم. اما در بسیاری از سیستم های عملی، اطلاعات فازی و عوامل تصادفی همزمان پدیدار می شوند بنابراین نوع جدیدی از برنامه ریزی برای اتخاذ تصمیمات در یک سیستم تصادفی فازی توسعه داده شده است. در فصل سوم مدل هایی از این نوع مسائل برنامه ریزی چند هدفی فازی احتمالی مورد بحث قرار گرفته اند. در فصل چهارم کاربرد شبکه های عصبی برای مسائل بهینه سازی مقید احتمالی ارائه شده و در فصل پنجم یکی از کاربردهای مسائل با قیود احتمالی در شناسایی الگو بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: امکان پذیری ، برنامه ریزی فازی احتمالی، شبکه عصبی، ماشین بردار پشتیبان

فهرست مندرجات

لیست اشکال

فصل ۱

تعاریف و مفاهیم

۱—۱ تعاریف و مفاهیم مقدماتی

تعریف ۱—۱: (مجموعه‌ی فازی)[۱]

فرض کنید X یک مجموعه دلخواه باشد، مجموعه فازی A درX با تابع عضویت $\mu_A(x)$ مشخص می گردد که برای هر عضو x از X یک عدد حقیقی از $[۰, ۱]$ را اختصاص می دهد. مجموعه فازی A به صورت $A = \{(x, \mu_A(x))|x \in X\}$ نشان داده می شود.

بنابراین مجموعه فازی A مجموعه ای است که درجات عضویت اعضاء آن می تواند به طور پیوسته ازبازه $[۰, ۱]$ اختیار شود. نزدیکی مقدار $\mu_A(x)$ به عدد یک نشان دهنده تعلّق بیشتر x به مجموعه فازی A است و بالعکس نزدیکی آن به صفر نشان دهنده تعلق کمتر x به A است.

هنگامی که X یک مجموعه متناهی به صورت $X = \{x_۱, x_۲, \dots, x_n\}$ باشد، مجموعه فازی A از X را می توان به صورت نمادین زیر نمایش داد:

$$A = \frac{\mu_A(x_۱)}{x_۱} + \frac{\mu_A(x_۲)}{x_۲} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=۱}^{n} \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

و در صورتی که X یک مجموعه پیوسته باشد، به صورت $A = \int_X \frac{\mu_A(x)}{x}$ نمایش داده می شود.

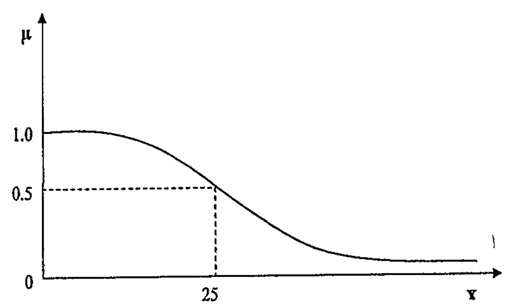
مثال ۱—۱: فرض کنید $X = \{۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰\}$ نمراتی باشند که

دانشجویان در درس برنامه ریزی خطی می توانند بگیرند. در این صورت مجموعه فازی نمرات برای دانشجویان در این درس به صورت زیر تعریف می شود:

$$A = \{(۱۵, ۰/۲), (۱۶, ۰/۴), (۱۷, ۰/۶), (۱۸, ۰/۸), (۱۹, ۰/۹), (۲۰, ۱)\}$$

مثال ۱—۲: فرض کنید سن افراد نشان دهنده متغیری در بازه $X = [۰, \infty)$ باشد. در این صورت مجموعه فازی A در X که سن پایین را نشان می دهد. به وسیله تابع عضویت زیر که در شکل نشان داده شده است، تعریف می شود:

$$\mu_A(x) = (۱ + (۰/۰۴x)^۲)^{-۱}$$



شکل ۱—۱: منحنی نمایش تابع عضویت « سن پایین ».

تعریف ۱—۲: (**تکیه گاه**) تکیه گاه یک مجموعه فازی A، $suppA$، مجموعه نقاطی از X می باشد که به ازای هر $x \in X$، $\mu_A(x) > ۰$، یعنی $suppA = \{x \in X | \mu_A(x) > ۰\}$.

تعریف ۱—۳: (**مجموعه نرمال**) هرگاه برای مجموعه‌ی فازی A، $sup_{x\in X}\mu_A(x) = ۱$ باشد، A را نرمال و در غیر این صورت زیرنرمال می نامند. هر مجموعه فازی زیر نرمال را با تقسیم $\mu_A(x)$ بر $sup \ \ \mu_A(x)$ می توان نرمال کرد.

۱—۲ عملگرهای مجموعه‌ای فازی

بدیهی است که تابع عضویت جزء بسیار مهمی از یک مجموعه‌ی فازی است و مسلماً عملگرها برای مجموعه‌های فازی از طریق توابع عضویت شان تعریف می شوند. این عملگرها یک تعمیم طبیعی از عملگرهای مجموعه‌ای معمولی هستند.

تعریف ۱—۴: (**زیر مجموعه**) مجموعه فازی A زیر مجموعه‌ی مجموعه فازی B می باشد، اگر $\forall x \in X, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ و با نماد $A \subseteq B$ نشان داده می شود.

تعریف ۱—۵: (**اشتراک**) تابع عضویت $\mu_C(x)$ از اشتراک $C = A \cap B$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X$$

تعریف ۱—٦: (**اجتماع**) تابع عضویت $\mu_D(x)$ از اجتماع $D = A \cup B$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_D(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X$$

تعریف ۱—۷: (**متمم**) تابع عضویت متمم یک مجموعه‌ی فازی نرمالیزه شده‌ی مجموعه‌ی A، $\mu_{A'}(x)$، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_{A'}(x) = ۱ - \mu_A(x), \quad x \in X.$$

۱—۲—۱ ویژگی های عملگرهای اجتماع و اشتراک و متمم

در سال ۱۹٦۵ پروفسور لطفی عسگرزاده[۱] براساس تعاریف عملگرهای فازی، اکثر خواص اساسی مجموعه‌های معمولی را برای مجموعه‌های فازی تعمیم داد که برخی از این ویژگیها را بیان می کنیم.

L. Zadeh[۱]

قضیه ۱—۱: اعمال اجتماع و اشتراک بین دو مجموعه‌ی فازی، دارای ویژگیهای خود توانی، جابجایی و شرکت پذیری هستند. یعنی برای مجموعه‌های فازی دلخواه A، B و C داریم:

۱) $A \cap A = A$ و $A \cup A = A$.

۲) $A \cap B = B \cap A$ و $A \cup B = B \cup A$.

۳) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ و $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.

اثبات: به [۱۴] مراجعه شود.

قضیه ۱—۲: عمل اجتماع نسبت به اشتراک و عمل اشتراک نسبت به اجتماع خاصیت توزیع پذیری دارند:

۱) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

۲) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

اثبات: به [۱۴] مراجعه شود.

قضیه ۱—۳: (**قوانین دمورگان**) برای هر دو مجموعه‌ی فازی A و B داریم:

۱) $(A \cup B)' = (A' \cap B')$.

۲) $(A \cap B)' = (A' \cup B')$.

اثبات: به مرجع [۱۴] مراجعه شود.

۱—۲—۲ عملگرهای جبری فازی

تعریف ۱—۸: (**جمع جبری**) جمع جبری (احتمالی) دو مجموعه فازی A و B که با نماد $A + B$ نمایش داده می شود، به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)$$

تعریف ۱—۹: (**جمع کراندار**) جمع کراندار دو مجموعه فازی A و B که با نماد $A \oplus B$ نمایش داده می شود، به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{A\oplus B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$$

تعریف ۱—۱۰: (**تفاضل کراندار**) تفاضل کراندار دو مجموعه فازی A و B که با نماد $A \ominus B$ نمایش داده می شود، به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{A\ominus B}(x) = \min\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$$

تعریف ۱—۱۱: (**ضرب جبری**) حاصل ضرب جبری دو مجموعه‌ی فازی A و B که با نماد $A.B$ نمایش داده می شود، به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{A.B}(x) = \mu_A(x).\mu_B(x)$$

تعریف ۱—۱۲: (**حاصل ضرب دکارتی**) اگر $A_1, \ldots, A_n$ مجموعه های فازی به ترتیب در $X_1, \ldots, X_n$ باشند، حاصل ضرب دکارتی $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ در فضای ضربی $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{A_1\times A_2\times\ldots\times A_n}(x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n) = \min_{i=1,\ldots,n} \mu_{A_i}(x_i)$$

تعریف ۱—۱۳: (**توان m اُم**) توان m اُم یک مجموعه فازی A به صورت یک مجموعه‌ی فازی با تابع عضویت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{A^m}(x) = [\mu_A(x)]^m, \quad x \in X$$

مثال ۱—۳: فرض کنید $X = \{1, 2, \ldots, 8\}$ و A مجموعه‌ی فازی در X نشان دهنده « ویژگی بزرگ بودن » به صورت $A = \{(5, 0/4), (6, 0/6), (7, 0/8), (8, 1)\}$ و مجموعه فازی B در X نشان دهنده « ویژگی نزدیک بودن به ۵» به صورت $B = \{(3, 0/4), (4, 0/8), (5, 1), (6, 0/8)\}$ باشد، در این صورت داریم:

$$A + B = \{(3, 0/4), (4, 0/8), (5, 1), (6, 0/92), (7, 0/8), (8, 1)\}$$

$$A \oplus B = \{(3, 0/4), (4, 0/8), (5, 1), (6, 1), (7, 0/8), (8, 1)\}$$

$$A \ominus B = \{(5, 0/4), (6, 0/4)\}$$

$$A.B = \{(5, 0/4), (6, 0/48)\}$$

$$A^2 = \{(5, 0/16), (6, 0/36), (7, 0/64), (8, 1)\}$$

۱—۳ α—برشها و تحدب

دراین بخش به تعریف یکی از مفاهیم اساسی که بیانگر رابطه‌ی یک مجموعه‌ی فازی و مجموعه‌های معمولی است، می پردازیم.

تعریف ۱—۱۴: (α**—برش مجموعه فازی** A) زیرمجموعه‌ی (معمولی) عناصری از X که درجه عضویت آنها در مجموعه فازی A حداقل به بزرگی α ($\alpha > 0$) باشد. α—برش مجموعه فازی A نامیده می شود و با نماد A_α نشان می دهیم.

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

در برخی موارد از مفهوم α— برش قوی استفاده می شود که با نماد $A_{\bar{\alpha}}$ نشان داده می شود و به صورت زیر تعریف می شود:

$$A_{\bar{\alpha}} = \{x \in X | \mu_A(x) > \alpha\}$$

قضیه ۱—۴:

۱. خانواده‌ی $\{A_\alpha | \alpha \in [0, 1]\}$ یکنواست، یعنی: $0 < \alpha \leq \beta \leq 1 \Rightarrow A_\beta \subseteq A_\alpha$.