بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

پایان نامه برای دریافت کارشناسی ارشد (M.Sc)

گرایش: آنالیز عددی

عنوان پایان نامه:

جواب های متقارن ماکزیمال و مینیمال دستگاه های خطی کاملاً فازی

استاد راهنما:

دکتر محمد علی فریبرزی عراقی

استاد مشاور:

دکتر محمد صادق عسگری

پژوهشگر:

مجتبی رفیعی

شهریورماه ۱۳۹۲

تقدیم به

پدر و مادر بزرگوار و فرهیخته‌ام

و

همسر و فرزندانم حنانه و حسین

سپاسگزاری

«مَنْ عَلَمنی حَرفاً فَقَد صَیَّرنی عبداً»

[امام علی (ع)]

اکنون که با عنایت خداوند متعال این پایان‌نامه به اتمام رسید، بر خود واجب می‌دانم تا از همه‌ی زحمات و راهنمایی‌های دلسوزانه استاد صدیق و فرهیخته‌ام جناب آقای دکتر محمدعلی فریبرزی عراقی کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم و نیز از مشاوره استاد گرانقدر جناب آقای دکتر محمدصادق عسگری بی‌نهایت سپاسگزارم و از استاد محترم جناب آقای دکتر اوتادی که زحمت مطالعه و داوری این پایان‌نامه را تقبل کرده‌اند، تشکر می‌نمایم.

همچنین لازم می‌دانم از مدیریت محترم گروه ریاضی جناب آقای دکتر ابراهیمی‌بقا به جهت زحماتی که در طول ایام تحصیل برای اینجانب متحمل شده‌اند، تشکر و قدردانی نمایم و به علاوه از کلیه اساتید عزیز و گرانمایه جناب آقای دکتر ادیبی، جناب آقای دکتر رشیدی نیا که همواره خودم را مدیون شما بزرگواران دانسته و خواهم دانست، کمال قدرشناسی و سپاسگزاری را دارم. ان‌شاءالله همگی در پناه امام عصر (عج) و مورد تأییدات ایشان باشید.

منشور اخلاق پژوهش

۱-

۲-

۳-

۴-

۵-

۶- ل رعایت ... التزام به رعایت ...

۷- ل رازداری: تعهد به صیانت از اسرار و اطلاعات محرمانه افراد، سازمان‌ها و کشور و کلیه افراد و نهادهای مرتبط با

۸- حقیقت‌جویی: تلاش در راستای پی‌جویی حقیقت و وفاداری به آن و دوری از هرگونه پنهان‌سازی

۹- ل مالکیت مادی و معنوی: تعهد به رعایت کامل حقوق مادی و معنوی دانشگاه و کلیه همکاران

تعهدنامه اصالت رساله کارشناسی ارشد

اینجانب مجتبی رفیعی دانش‌آموخته مقطع کارشناسی ارشد به شماره دانشجویی ۹۰۰۸۰۲۶۳۵ در رشته ریاضی کاربردی – آنالیز عددی که در تاریخ ۹۲/۶/۲۰ از رساله خود تحت عنوان: « جواب‌های متقارن ماکزیمال و مینیمال دستگاه‌های خطی کاملاً فازی » با کسب نمره ۱۷/۲۵ و درجه بسیار خوب دفاع نموده‌ام بدینوسیله متعهد می‌شوم:

۱. این رساله حاصل تحقیق و پژوهش انجام شده توسط اینجانب بوده و در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران (اعم از پایان‌نامه، کتاب، مقاله و ...) استفاده نموده‌ام، مطابق ضوابط و رویه‌های موجود، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در فهرست ذکر و درج کرده‌ام.

۲. این رساله قبلاً برای دریافت هیچ مدرک تحصیلی (هم سطح، پایین‌تر یا بالاتر) در سایر دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی ارائه نشده است.

۳. چنانچه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده و هر گونه بهره‌برداری اعم از چاپ کتاب، ثبت اختراع و ... از این پایان‌نامه داشته باشم، از حوزه معاونت پژوهشی واحد مجوزهای مربوطه را اخذ نمایم.

۴. چنانچه در هر مقطع زمانی خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن را بپذیرم و واحد دانشگاهی مجاز است با اینجانب مطابق ضوابط و مقررات رفتار نموده و در صورت ابطال مدرک تحصیلی‌ام هیچگونه ادعایی نخواهم داشت.

نام و نام‌خانوادگی:

تاریخ و امضاء:

بسمه تعالی

در تاریخ:

دانشجوی کارشناسی ارشد آقای / خانم   مجتبی رفیعی   از پایان‌نامه خود دفاع نموده و با نمره ۱۷/۲۵ بحروف هفده و بیست و پنج و با درجه بسیار خوب مورد تصویب قرار گرفت.

امضاء استاد راهنما

بسمه تعالی

دانشکده علوم پایه

(این چکیده بمنظور چاپ در پژوهش‌نامه دانشگاه تهیه شده است)

نام واحد دانشگاهی: تهران مرکزی کد واحد: ۱۰۱	**کد شناسایی پایان‌نامه: ۱۰۱۳۰۱۰۹۹۱۲۰۱۵**
عنوان پایان‌نامه: جواب‌های متقارن ماکزیمال و مینیمال دستگاه‌های خطی کاملاً فازی	
نام و نام‌خانوادگی دانشجو: مجتبی رفیعی **شماره دانشجویی:** ۹۰۰۸۰۲۶۳۵ **رشته تحصیلی: ریاضی کاربردی- آنالیز عددی**	**تاریخ شروع پایان‌نامه: ۹۱/۱۰/۱۰** **تاریخ اتمام پایان‌نامه: ۹۲/۶/۲۰**
استاد راهنما: دکتر محمدعلی فریبرزی عراقی **استاد مشاور: دکتر محمدصادق عسگری**	

چکیده پایان‌نامه:

در این پایان نامه، می‌خواهیم یک روش برای به دست آوردن جواب‌های متقارن از یک دستگاه خطی کاملاً فازی بر اساس بسط ۱- برش ارائه دهیم.

برای این منظور، ۱- برش سیستم خطی کاملاً فازی را حل می کنیم (در پایان نامه حاضر، فرض شده که ۱- برش از یک سیستم خطی کاملاً فازی یک سیستم خطی قطعی است یا به طور معادل، ماتریس ضرایب و سمت راست اشکال مثلثی می باشند)، سپس تعدادی از متقارن نامشخص به هر سطر از ۱- برش سیستم خطی کاملاً فازی اختصاص داده شده است. بنابراین، پس از چند دستکاری، سیستم خطی کاملاً فازی تبدیل به حل $2n$ معادلات خطی برای به دست آوردن متقارن می شود. در هر صورت، این روش یک جواب بردار عدد فازی ارائه می دهد.

علاوه بر این، استفاده از روش ارائه شده، منجر به تعیین حداکثر و حداقل جواب های متقارن سیستم خطی کاملاً فازی می شود. که به ترتیب در مجموعه با جواب های قابل تحمل و قابل کنترل قرار می گیرند.

کلید واژه: سیستم خطی کاملاً فازی، جواب متقارن ماکزیمال، جواب متقارن مینیمال، مجموعه جواب متحد، مجموعه جواب قابل کنترل، جواب فازی متقارن، جواب دقیق متقارن، جواب تقریبی متقارن.

نظر استاد راهنما برای چاپ در پژوهش‌نامه دانشگاه مناسب است

مناسب نیست

تاریخ و امضاء

فهرست مطالب

چکیده

در این پایان نامه، می‌خواهیم یک روش برای به دست آوردن جواب‌های متقارن از یک دستگاه خطی کاملاً فازی بر اساس بسط ۱- برش ارائه دهیم.

برای این منظور، ۱- برش سیستم خطی کاملاً فازی را حل می کنیم (در پایان نامه حاضر، فرض شده که ۱- برش از یک سیستم خطی کاملاً فازی یک سیستم خطی قطعی است یا به طور معادل، ماتریس ضرایب و سمت راست اشکال مثلثی می باشند)، سپس تعدادی از متقارن نامشخص به هر سطر از ۱- برش سیستم خطی کاملاً فازی اختصاص داده شده است. بنابراین، پس از چند دستکاری، سیستم خطی کاملاً فازی تبدیل به حل $2n$ معادلات خطی برای به دست آوردن متقارن می شود. در هر صورت، این روش یک جواب بردار عدد فازی ارائه می دهد.

علاوه بر این، استفاده از روش ارائه شده، منجر به تعیین حداکثر و حداقل جواب های متقارن سیستم خطی کاملاً فازی می شود. که به ترتیب در مجموعه با جواب های قابل تحمل و قابل کنترل قرار می گیرند.

علاوه بر این، جواب های به دست آمده می تواند به عنوان جواب های کراندار متقارن از سیستم خطی به طور کاملاً فازی تعبیر شوند که برای وجود تعداد زیادی از ضرب های موجود بین دو عدد فازی مفید هستند. در نهایت، برای نشان دادن توانایی روش پیشنهادی چند مثال عددی ارائه می شود.

و در ادامه، نزدیک‌ترین جواب فازی متقارن برای یک دستگاه خطی فازی $L-L$ متقارن با به کارگیری یک متر جدید به دست می‌آوریم. که در نهایت دستگاه خطی فازی $L-L$ متقارن به یک مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌شود.

جواب به دست آمده از مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی ، جواب بردار فازی مورد مطلوب است همچنین می‌توان نشان داد که اگر یک دستگاه خطی فازی $L-L$ متقارن جواب فازی منحصر به فرد داشته باشند آن‌گاه جواب آن متقارن است.

کلید واژه: سیستم خطی کاملاً فازی، جواب متقارن ماکزیمال، جواب متقارن مینیمال، مجموعه جواب متحد، مجموعه جواب قابل کنترل، جواب فازی متقارن، جواب دقیق متقارن، جواب تقریبی متقارن.

مقدمه

مسائل دنیای واقعی به طور معمول ساختار پیچیده‌ای دارند که به دلیل وجود ابهام و عدم قطعیت در تعریف و درک آن‌ها است. برای مسائلی که پیچیدگی آن‌ها کم و عدم قطعیت نیز ناچیز است می‌توان با استفاده از معادلات ریاضی ماهیت و رفتار سیستم را به طور دقیق مدل‌سازی و تحلیل کرد. اما برای مسائلی که پیچیدگی آن‌ها کمی بیش‌تر است و عدم قطعیت نیز به طور نسبی زیاد است دیگر نمی‌توان تحلیل دقیق و قطعی از مسأله داشت. برای چنین مسائلی رویکرد نظریه‌ی فازی مطرح می‌شود. این نظریه راهکاری است که به وسیله‌ی آن می‌توان سیستم‌های پیچیده را که مدلسازی آن‌ها با استفاده از ریاضیات و روش‌های مدل‌سازی کلاسیک (غیرفازی) غیرممکن بوده و یا بسیار مشکل است، به آسانی و با انعطاف بسیار بیش‌تر، مدل‌سازی کرد. این نظریه که برای اولین بار توسط پرفسور لطفعلی عسگرزاده در سال ۱۹٦۵ [۳٤] مطرح گردید،

توانست مقدمات مدل‌سازی اطلاعات نادقیق و استدلال تقریبی با معادله‌های ریاضی را فراهم کند که در نوع خود تحولی عظیم در ریاضیات و منطق کلاسیک (غیرفازی) است. نظریهٔ فازی برای بیان و تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویدادها به کار می‌رود که بر اساس منطق چند ارزشی به وجود آمده است. در جایی که پیچیدگی سیستم در حدی است که نمی‌توان با دقت و صراحت در مورد پارامترها، مشخصه‌ها و رفتار سیستم قضاوت کرد، مفهوم فازی جهت مدل‌سازی و تحلیل مطرح می‌شود. یک روش دیگر برای بیان عدم قطعیت با مدل ریاضی، نظریه احتمال است. در واقع، ماهیت عدم قطعیت با توجه به مسأله مورد بررسی می‌بایست توسط تحلیل‌گر مشخص شود، زیرا عدم اطمینان می‌تواند ناشی از «شانس (تصادفی بودن)»، «ابهام»، «کمبود دانش و آگاهی» یا از «عدم دقت» باشد. بنابراین امکان دارد عدم قطعیتی که در برخی پارامترهای یک مدل وجود دارد از نوع احتمالی نباشند.

نظریه فازی به بخش‌های مختلفی مانند ریاضیات فازی، منطق فازی، سیستم‌های فازی، تصمیم‌گیری فازی و هوش مصنوعی و رباتیک طبقه‌بندی می‌شود. ریاضیات فازی شامل مجموعه‌های فازی عملیات ریاضی مرتبط با آن‌ها است. در مجموعه‌های کلاسیک (غیرفازی)، حد و مرز مجموعه به طور دقیق و قطعی تعریف می‌شود. در مجموعه‌های کلاسیک، یک عنصر یا قطعاً عضو مجموعه است یا قطعاً عضو مجموعه نیست. لذا فرض اساسی در مجموعه‌های کلاسیک تعریف دقیق و قطعی حد و مرز مجموعه است و عضویت عناصر در مجموعه نیز دو حالت بیش‌تر ندارد. یک عنصر یا عضوی از مجموعه است یا نیست. اما در عمل موارد بسیاری وجود دارد که تعریف حد و مرز

دقیق و قطعی برای مجموعه امکان‌پذیر نیست. به عنوان مثال برای مجموعه افراد چاق نمی‌توان حد و مرز مشخصی تعریف کرد، زیرا به طور دقیق نمی‌توان بر چاق بودن و یا نبودن یک شخص قضاوت کرد. لذا نیاز به مجموعه‌ای داریم که محدوده آن منعطف و به طور تقریبی (نادقیق) تعریف شود. به این نوع مجموعه، مجموعه فازی گفته می‌شود. عضویت عناصر در مجموعه‌های فازی نیز با درجه عضویت که عددی بین صفر و یک است، بیان می‌شود.

دستگاه‌های خطی در بسیاری از شاخه های علوم و مهندسی دارای کاربرد فراوان هستند. در بسیاری از برنامه های کاربردی، حداقل برخی از پارامترهای سیستم به جای مقادیر قطعی فازی بکار برده می شوند.

بنابراین روش پیشنهادی برای بسط روش عددی که منجر به دستگاه‌های خطی معمولی فازی و حلّ آن ها می شود فوق العاده مهم است.

دستگاه‌های خطی فازی توسط نویسندگان مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته است، که از جمله راه حل های ارائه شده می توان از روش تجزیهٔ LU ، قاعده کرامر، روش حذفی گاوس و فرم دوگان نام برد.

هدف این پایان نامه حل دستگاه $\tilde{A}\tilde{x}=\tilde{b}$ است، که یک دستگاه خطی کاملاً فازی نامیده می شود. در این پایان نامه، روش ساده و عملی برای حل دستگاه خطی کاملاً فازی پیشنهاد می گردد. این رویکرد دو قسمت دارد. قسمت اول، دستگاه خطی کاملاً فازی در موقعیت ۱- برش حل می گردد. بنابراین، دستگاه به دست آمده واقعی است. سپس برخی از گستره‌های متقارن نامشخص، به هر سطر از ۱-برش دستگاه اختصاص داده

می شود. با این حال، جواب اصلی دستگاه خطی کاملاً فازی معادل حل $n^۲$ معادله به دست آمده از جواب گستره‌ها می شود.

بسیاری از محققان روش‌های عددی مختلفی را برای حلّ دستگاه‌های خطی فازی مطرح کردند[۱٤، ۱۲، ۹، ٤، ۱] در سال ۲۰۱۱، عزتی[۲٤] روش جدیدی را بر اساس روش نشاندن برای حلّ دستگاه‌های خطی فازی ارائه داد که در آن، یک دستگاه خطی فازی $n\times n$ تبدیل به دو دستگاه خطی کلاسیک (غیرفازی) $n\times n$ می‌شود. در همان سال الهویرنلو [۱۴] یک روش ساده و عملی را جهت به دست آوردن جواب‌های فازی متقارن برای دستگاه‌های خطی فازی مبتنی بر حل دستگاه در r-برش مطرح ساخت. همچنین او در سال ۲۰۱۲، جواب‌های دقیق فازی و نیز نزدیک‌ترین جواب‌های متقارن فازی را به وسیله‌ی ارائه‌ی یک متر جدید به دست آورد. [۱۱، ۸] اخیراً نیز یک روش جدید بر اساس محدود کردن مجموعه جواب یک دستگاه خطی فازی برای به دست آوردن جواب جبری در[۲۹] مطرح شده است. روش‌های زیادی جهت به دست آوردن جواب جبری یک دستگاه خطی فازی وجود دارد که بعضی از آن‌ها را می‌توان در [۳،۱] یافت.

در فصل اول به معرفی مفاهیم و تعاریف ابتدایی ریاضیات فازی پرداخته، سپس نظر خود را معطوف به دسته‌ی خاصی از مسائل فازی به نام «دستگاه‌های خطی فازی» می‌کنیم و به طرح چند نکته در این خصوص می‌پردازیم.

در فصل دوم روشی برای حل سیستم خطی کاملاً فازی ارائه می دهیم. همچنین بحث هایی دربارۀ چگونگی محاسبۀ جواب خطی متقارن از دستگاه خطی کاملاً فازی ارائه

خواهد شد. علاوه بر این، نشان خواهیم داد که گستره ها ی به دست آمده چگونه منجر به استخراج حداکثر و حداقل راه حل های متقارن می شوند.

در فصل سوم ، نزدیک‌ترین جواب فازی متقارن برای یک دستگاه خطی فازی $L-L$ متقارن با به کارگیری یک متر جدید به دست می‌آوریم. در نهایت دستگاه خطی فازی $L-L$ متقارن به یک مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌شود.

درفصل چهارم چند مثال عددی ارائه می شود که نقش انواع مختلف گستره ها در ساختار جواب های دستگاه خطی کاملاً فازی را نشان خواهد داد.

و در پایان نتیجه گیری آورده شده است.

این پایان نامه بر اساس منابع [۸] و [۱۵] تهیه شده است.

فصل اول

تعاریف مقدماتی

مجموعه‌ی فازی

تعاریف اساسی از یک مجموعه فازی از منابع [۸، ۱۵، ۳۵] به شرح زیر می باشد:

تعریف ۱-۱:

فرض کنید X یک مجموعه مرجع دلخواه باشد که اعضای آن در حالت کلی به صورت x نشان داده شوند. مجموعهٔ جفت مرتب‌های

$$\widetilde{A}=\left\{(x,\mu_{\widetilde{A}}(x)) : x\in X\right\}$$

که در آن $\mu_{\widetilde{A}}:X\to[0,1]$، را مجموعه‌ی فازی در X می‌نامیم.

در تعریف ۱-۱، تابع $\mu_{\widetilde{A}}$ را تابع عضویت مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ می‌نامیم که به هر $x\in X$ عددی در بازه‌ی $[0,1]$ با نماد $\mu_{\widetilde{A}}(x)$، به عنوان درجه‌ی تعلق یا درجه‌ی عضویت x درمجموعه‌ی $\widetilde{A}$ نسبت می‌دهد، هر چه مقدار $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ به عدد یک نزدیک‌تر باشد، به

معنای تعلق بیش‌تر x به مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ است و نیز هر چه مقدار $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ به عدد صفر نزدیک‌تر باشد، به معنای تعلق کم‌تر x به مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ است.

همچنین واضح است که در هر زیرمجموعۀ کلاسیک (غیرفازی) از مجموعۀ مرجع X، می‌تواند به عنوان یک مجموعۀ فازی تلقی شود. زیرا تنها کافی است تابع عضویت را تابع مشخصۀ آن انتخاب کنیم.

قرارداد:

مجموعۀ همۀ مجموعه‌های فازی در X را با $F(X)$ نشان می‌دهیم. همچنین در سرتاسر این پایان‌نامه برای نشان دادن مجموعه‌های فازی از نماد~ (tilde) در بالای نام مجموعه‌ها استفاده می‌کنیم.

تعریف ۲-۱:

فرض کنید $\widetilde{A}$ مجموعه‌ی فازی دلخواهی در X باشد، در این صورت تکیه‌گاه مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathrm{supp}(\widetilde{A}) = \overline{\left\{x \in X : \mu_{\widetilde{A}}(x) > 0\right\}}$$

نکته:

اگر $\mathrm{supp}(\widetilde{A})$ یک بازۀ بسته باشد، sup همان ماکزیمال و inf همان مینیمال است.

تعریف۳-۱:

فرض کنید $\widetilde{A}$ مجموعه‌ی فازی دلخواهی در X باشد، در این صورت ارتفاع مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$h(\widetilde{A}) = \sup\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x) : x \in X\right\}$$

همچنین هرگاه $h(\widetilde{A})=1$، آن‌گاه می‌گوییم مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ نرمال است و در غیر این صورت می‌گوییم زیر نرمال است. واضح است که اگر $0<h(\widetilde{A})<1$، آن‌گاه می‌توانیم با تعریف مجدد تابع عضویت مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ به صورت $\frac{\mu_{\widetilde{A}}(x)}{h(\widetilde{A})}$ آن را تبدیل به یک مجموعه‌ی فازی نرمال نماییم.

تعریف ۴-۱:

مجموعه‌ی $\widetilde{A}$ را مجموعه‌ی فازی تهی می‌نامیم، اگر برای هر $x \in X$ داشته باشیم:

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=0$$

تعریف ۵-۱:

فرض کنید $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ مجموعه‌های فازی دلخواهی در X باشند، گوییم $\widetilde{A}$ زیرمجموعه‌ی $\widetilde{B}$ است و می‌نویسیم $\widetilde{A} \subseteq \widetilde{B}$ ، هرگاه:

$$\forall x \in X \Rightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x).$$

تعریف۶-۱:

فرض کنید $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ مجموعه‌های فازی دلخواهی در X باشند گوییم $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ با هم برابرند و می‌نویسیم $\widetilde{A}=\widetilde{B}$ ، هرگاه $\widetilde{A} \subseteq \widetilde{B}$ و $\widetilde{B} \subseteq \widetilde{A}$ یا به عبارتی دیگر

$$\forall x \in X \Rightarrow \mu_{\widetilde{A}}(x)=\mu_{\widetilde{B}}(x).$$

در ادامه، برای مجموعهٔ فازی $\widetilde{A}$ در X، مجموعه‌های کلاسیک (غیرفازی) به نام r-برش‌ها را معرفی می‌کنیم. این مجموعه‌ها نقش بسیار مهمی را در مطالعهٔ نظریهٔ مجموعهٔ فازی ایفا می‌کنند، زیرا هر مجموعهٔ فازی دلخواه مانند $\widetilde{A}$ را می‌توان به صورت یکتا توسط یک خانواده از چنین مجموعه‌هایی مشخص نمود. همچنین یک کاربرد دیگر

از این مجموعه‌ها، در مطالعه‌ی حساب فازی می‌باشد که در بخش‌های بعدی به صورت مفصل شرح داده خواهد شد.

تعریف ۷-۱:

فرض کنید $\widetilde{A}$ مجموعه‌ی فازی دلخواهی در X باشد و $r \in [0,1]$ در این صورت r–برش‌های مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\left[\widetilde{A}\right]_r = \left\{x \in X : \mu_{\widetilde{A}}(x) \geq r\right\}, \ \forall r \in (0,1],$$

و برای $r = 0$ نیز تعریف می‌کنیم.

$$\left[\widetilde{A}\right]_0 = \mathrm{supp}(\widetilde{A})$$

نکته ۱-۱:

فرض کنید $\widetilde{A}$ یک مجموعه فازی در X باشد:

الف) اگر $0 \leq r_1 \leq r_2 \leq 1$، آن‌گاه داریم $\left[\widetilde{A}\right]_{r_2} \subseteq \left[\widetilde{A}\right]_{r_1}$.

ب) اگر $\{r_k\}_{k=0}^{\infty}$ دنباله صعودی (نزولی) و همگرا به r در بازه‌ی $[0,1]$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\left[\widetilde{A}\right]_r = \bigcap_{k=1}^{\infty}\left[\widetilde{A}\right]_{r_k}$$

در ادامه می‌خواهیم مفهوم «تحدّب» را برای مجموعه‌های فازی تعمیم دهیم. همانطور که بعداً مشاهده خواهیم کرد این مفهوم کاربرد مهمی در تعریف اعداد فازی و حساب فازی خواهد داشت. ابتدا تعریف «تحدّب» را روی مجموعه‌های کلاسیک (غیرفازی) ارائه می‌دهیم.