دانشکده فیزیک

گروه فیزیک هسته ای

پایان‌نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک هسته ای

عنوان :

تحلیل آماری ترازهای انرژی هسته ها بر اساس تقارنهای دینامیکی

اساتید راهنما

دکتر محمد علی جعفریزاده

دکتر ناصر فولادی

استاد مشاور

دکتر صوفیانی

پژوهشگر

بهرام رشیدیان ملکی

تابستان 90

m

نام خانوادگی دانشجو: رشیدیان ملکی نام: بهرام
عنوان پایان‌نامه: **تحلیل آماری ترازهای انرژی هسته ها بر اساس تقارنهای دینامیکی**
اساتید راهنما: دکتر محمدعلی جعفریزاده، دکتر ناصر فولادی استاد مشاور: دکترصوفیانی
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: فیزیک گرایش: فیزیک هسته ای دانشگاه: تبریز دانشکده: فیزیک تاریخ فارغ التحصیلی: 1390/06/ تعداد صفحه:115
کلید واژه‌ها: مدل تجمعی ، مدل اندر کنش بوزونی، روش تخمین بیشینه احتمال، نظریه ماتریس تصادفی، آشوب کوانتومی
چکیده: روش توزیع نزدیکترین فاصله مجاور، یکی از روشهای معمول برای تحلیل آماری ترازهای انرژی و مطالعه رفتار منظم وآشوبناک طیف هسته‌ای می باشد. این روش بر اساس تعیین پارامتر نامعین توابع توزیع مخلف(تابع توزیع برودی، بری-روبنیک و ابولمجد) استوار است، که این پارامتر با برازش هیستوگرام ساخته شده از فواصل بین ترازهای انرژی مجاور هم و با فاصله میانگین واحد، بدست می آید. دراین پایاننامه از روش تخمین بیشینه احتمال برای تعیین پارامتر نامعین توابع توزیع فاصله بین ترازی استفاده می شود. و تحلیل آماری ترازهای انرژی مربوط به هسته های تغییر شکل یافته پخت وکشیده وهسته های معرف حدود تقارنی مدل اندرکنش بوزونی وهسته های با گذار فاز شکل ما بین این حدود تقارنی مورد مطالعه قرار می گیرد. دقت تخمین نیز با روش کران پایین کرامر –رائو برای توابع توزیع مختلف اندازه گیری می شود. که مقادیر بدست آمده از روش بیشبنه احتمال کمترین مقدار کران پایین کرامر

– رائـــو و در نتیجـــه دقـــت بـــالا وخطـــای کمـــی نســـبت بـــه مقـــادیر بدســـت آمـــده از روش بـــرازش را دارند.

فهرست مطالب

فصل اول(بررسی منابع)

فصل دوم(مبانی و روشها)

فصل سوم(بحث و نتیجه گیری)

فهرست شکل‌ها

فهرست جدول‌ها

مقدمه

اهمیت حرکت آشفته و دینامیک غیر خطی هسته اتم ، در دو دهه گذشته به سرعت آشکار شده است و آمار ترازها یک ابزار مهم برای بررسی رفتار آشفته هسته ها میباشد. مطالعه سیستم آشفته کوانتومی بوسیله نظریه ماتریس تصادفی صورت میگیرد که توسط ویگنر معرفی شد، طبق این نظریه در اغلب سیستم ها مثل هسته ها در حالت برانگیخته به دلیل وجود اندرکنشهای پیچیده، هامیلتونین سیستم پیچیده خواهد بود و چون لازمه توصیف دینامیک سیستم فیزیکی حل معادله شرودینگر است پس حل معادله شرودینگر در این سیستمها پیچیده میشود ، در نتیجه از فرضیه آماری روی هامیلتونین ،که با خواص تقارنی کلی سازگار باشد استفاده می شود. و عملگر هامیلتونین بر اساس مجموعه کاملی از توابع متعامد به شکل ماتریسی نوشته می شود ، که عناصر این ماتریس متغیر های تصادفی هستند و اطلاعات سیستم بوسیله مطالعات آماری بدست می آید. روشهای آماری مطالعه طیف ترازهای انرژی سیستم های پیچیده عبارتند از توزیع فاصله بین ترازی، واریانس تعداد وآمار Δ_3. توزیع نزدیکترین فاصله مجاور ،که هیستوگرامی از فاصله نرمالیزه شده ترازهاست ، ما بین توزیع پواسون برای سیستم های کاملا منظم وتوزیع ویگنر(توزیع مربوط به آنسامبل متعامد گاوسی ،نظریه ماتریس تصادفی) برای سیستم های کاملا آشفته قرارمی گیرد. مطالعه آشوب کوانتومی برای تحلیل آماری طیف تراز های انرژی سیستمهای مختلف، با برازش هیستوگرام به توابع توزیع نزدیکترین فاصله مجاور (تابع توزیع برودی، بری-روبنیک و ابولمجد) وتعیین پارامتر برازش

مقدمه

مربوطـه صـورت مـی گیـرد. درایـن پایاننامـه از روش تخمـین بیشـینه احتمـال بـرای تعیـین پـارامتر نـامعین توابـع توزیـع فاصـله بـین تـرازی اسـتفاده مـی شـود. دقـت تخمـین نیـز بـا روش کـران پـایین کرامـر – رائـو بـرای توابـع توزیـع مختلـف انـدازه گیـری مـی شـود. کـه در فصـل سـوم ، توابـع توزیـع نزدیکتـرین فاصـله مجـاور را بـرای هسـته هـای تغییـر شـکل یافتـه ،هسـته هـای معـرف حـدود تقـارنی مـدل انـدرکنش بـوزونی و هسـته هـای بـا گـذار بـین ایـن حـدود تقارنی را مطالعه می کنیم.

فصل اول

1 (بررسی منابع)

1-1 مدلهای هسته ای

مدلهای هسته ای متعدد ی وجود دارند که تا بحا ل هیچ یک از آنها بطور کامـل داده هـای تجربـی ساختار هسته ای را شرح نمی دهند. 37 مدل هسته ای ارائه شده تا بحال در کتاب مدلهای هسته ای کـوک[1] آمـده است که از مهمترین آنها می توان به مدل گاز فرمی، مدل قطره – مایع، **مدل اپتیکی، مـدل لایـه ای، مـدل جمعی ومدل اندرکنش بوزونی اشاره کرد** [1].

1-1-1 مدل قطره – مایع :

در سال ۱۹۳۹ این مدل توسط نیلس بر (برنده جایزه نوبل ۱۹۲۲در زمینه اتم)وجان ویلر مطرح شد . همانند مدل گاز فرمی این مدل نیز یک مدل آماری است . .در این مدل هسـته را مشـابه یـک قطـره کـره ای شـکل فرض می‌کنند . می دانیم که انچه سبب کروی ماندن قطره میگـردد نیروهـای کشـش سـطحی قطـره هسـتند بنابراین سطح کره با حجم متناسب خواهد بود.[1]

با چنین استدلالی میتوان گفت که بین نیروهای نگهدارنده نوکلئونهای هسته و نیروهای کشش سطحی کـه مایع را کروی نگه میدارند شباهت وجود دارد.که نیروهای نگه دارنـده هسـته دارای خصوصـیات زیراسـت: داری برد کوتاه،نیروی درون هسته بسیار قویتر از نیروی الکترواسـتاتیک بـین نوکلئونهاسـت، ایـن نیروهـا از جفت شدگی سایر نوکلئونها مستقل هستند،این نیرو محدود است وهر نوکلئون فقـط مـی توانـد نزدیکتـرین نوکلئونهای خود را جذب کند،

[1]Cook

مدل قطره مایع برای توضیح و تفسیر رفتار حالت برانگیخته و ارائه مدلی برای مکانیسم‌های واکنش‌های با انرژی پائین و فرآیندهای شکافت بسیار مفید بوده است. این مدل همچنین اساسی برای مطالعه انرژی بستگی نیمه تجربی وایزاکر ارائه می‌دهد ، مدل قطره مایع قادر به توضیح پدیده‌های لایه و جفت شدن نبوده و نیز بطور مساوی قابل کاربرد برای کلیه هسته‌ها نیست.

2-1-1 مدل لایه ای

مدل لایه ای بطور مستقل بوسیله مایر ، هاکسل ،جنسن وساس[2] توسعه یافت. مایر،جونس و ویگنر و جایزه نوبل را در سال 1963 بخاطر کار بر روی این موضوع و انجام مطالعات اساسی در مورد ساختمان هسته‌ای به خود اختصاص دادند. این مدل بر اساس این مشاهده استوار است که هسته‌ها با تعداد خاصی از پروتون‌ها و نوترون‌ها پایداری مخصوص می‌یابند. این تعداد (2 ، 8 ، 20، 28 ، 50 ، 82 و 126) اعداد جادویی هسته‌ای نامیده می‌شوند[1].

برای توجیه این مشاهده ، مدل لایه فرض می‌کند که نوکلئون‌ها خود را در ترازهای انرژی جداگانه‌ای ما بین هسته طوری ترتیب می‌دهند ، که مشابه الکترون‌ها و اوربیتال‌های اتم است. پایدارترین آرایه با پر شدن کامل ترازهای هسته‌ای گوناگون برای پروتون‌ها و نوترونها بدست می‌آید .مشاهدات تجربی برای پشتیبانی از این ایده که تعداد جادویی نوکلئون‌ها آرایه پایدار بخصوص دارند ، وجود دارد.

هسته‌های با تعداد جادوئی نوکلئون‌ها دارای فراوانی بالای طبیعی هستند.این حالت مخصوصا برای ایزوتوپهایی که دارای تعداد جادویی پروتونها و نوترونها هستند ، صحت دارد. به این هسته‌ها جادوئی دو

---

[2] M.Mayer H.E.Suess , J.H.Jensen , O.Haxel

گانه گفته می‌شود.

هسته هایی که دارای تعداد جادویی از نوکلئونها می‌باشند ، تمایل بسیار پایینی برای جذب یک نوترون اضافی از خود نشان می‌دهند. این حالت مشابه عدم فعالیت شیمیایی گازهای نادر (Ar , Ne , He و غیره) است ، که دارای لایه آخر پوشیده از الکترون هستند. بر عکس ، هسته‌هایی که فقط یک نوکلئون کمتر از تعداد جادویی دارند، احتمال بسیار بالایی برای جذب یک نوترون دارند.

در فروپاشی نوترون و پروتون تاخیری ، هسته‌ها ، غالبا منجر به تولید یک نوکلید با تعداد جادویی می‌شود.

3-1-1 مدل جمعی

مدل جمعی[3] یکی از مدلهای بسیار مهم ساختار هسته‌ای است که بوسیله بوهر (Bohr) و ماتلسون (Mottelson) در دهه ی 1950معرفی شده است[2] ، این مدل مکمل مدل لایه‌ای است و منشأ آن مدل قطره مایع است که هسته به صورت یک قطره مایع متراکم باردار در نظر گرفته شده و حرکت هسته به صورت دوران و نوسان فرض می شود. در این مدل شعاع هسته به صورت زیر توصیف می شود:

$$R(\theta,\varphi,t) = R_{av}\left(1+\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}\alpha_{\lambda\mu}(t)\,Y_{\lambda\mu}(\theta,\varphi)\right) \tag{1-1}$$

$R(\theta,\varphi,t)$شعاع هسته‌ای در جهت (θ,φ) ودر زمان t است، $R_{av}=R_0 A^{1/3}$ شعاع هسته های کروی می باشد و $\alpha_{\lambda\mu}$ پارامتر شکل وابسته به زمان نام دارد. λ می‌تواند مقادیر متفاوتی را به خود بگیرد ،$\lambda=2$ مربوط به تغییر شکل چهار قطبی و انحراف هسته ها از حالت کروی است. که برای این حالت رابطه شعاع به فرم زیر در می آید:

---
[3] Collective Model

$$R(\theta,\varphi) = R_{av}\big(1 + \alpha_{20}Y_{20}(\theta,\varphi)\big) \qquad \Longrightarrow \qquad \alpha_{20} = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}\frac{\Delta R}{R_{av}} \tag{2-1}$$

α_{20} پارامتر تغییر شکل چهارقطبی است؛ که این پارامتر برای هسته‌های پخت(Oblate) منفی، و بـرای هسـته-های کشیده(Prolate) مثبت، و برای هسته های کروی صفر میباشد[3-4]. برای تغییـر شـکلهای چهـار قطبـی هامیلتونین را می توان به صورت زیر نوشت :

$$H = T + V = \frac{1}{2B}\sum_{\mu=-2}^{2}\pi_{2\mu}^2 + \frac{C}{2}\sum_{\mu=-2}^{2}\alpha_{2\mu}^2 \tag{3-1}$$

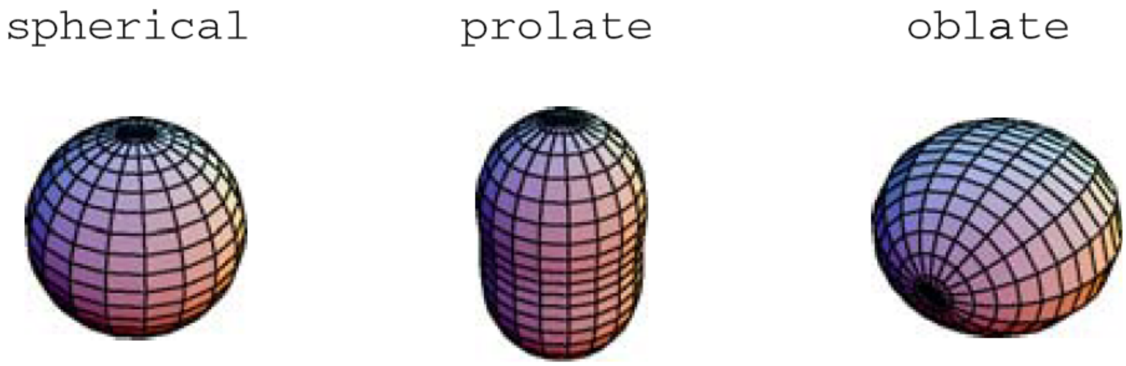
که B پارامتر جرم و C نیروی بازگرداننده و$\pi_{2\mu}=(d\alpha_{2\mu}/dt)$ می باشند. این هامیلتونین یک نوسانگر هارمونیـک پنج بعدی بر حسب متغیرهای تجمعی $\alpha_{2\mu}$ می باشد، که با مشتق گیری از هامیلتونین نسبت به زمـان معادلـه دیفرانسیلی یک نوسانگر پنج بعدی با بسامد$\omega=(C/B)^{1/2}$ بدست میآید:

$$\mathrm{B}\frac{d^2\alpha_{2\mu}}{dt^2} + \mathrm{C}\alpha_{2\mu} = 0 \tag{4-1}$$

کوانتیزه کردن هامیلتونین بالا و معرفی مختصات ذاتی(β, γ) و زوایای اویلر$(\theta_i\,(i=1,2,3))$ منجر بـه بدسـت آمدن هامیلتونین معروف بوهر – ماتلسون می شود :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B}\left[\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta} + \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma} - \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{3}\frac{R_i^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi i}{3})}\right)\right] + V(\beta,\gamma) \tag{5-1}$$

متغییر دینامیکی γ میزان انحراف هسته از تقارن دورانی را نشان می دهد واز0 تـا $\pi/3$ تغییـر میکنـد و β کـل تغییر شکل هسته را نشان می دهد و از صفر تا بی نهایت تغییر می کند. در حد $\gamma=0$ هسته ها دارای تقـارن SU(3) (هسته تغییر شکل یافتهProlate) و در حد $\gamma=\pi/3$ هسـته هـا دارای تقـارن $SU^*(3)$ (هسـته تغییـر شکل یافتهOblate) می باشند[3].



شکل 1-1:هسته کروی و تغییر شکل یافته پخت وکشیده

4-1-1 مدل اندرکنش بوزونی IBM

مطالعه هسته های زوج- زوج سنگین ونیمه سنگین ، در سالیان طولانی با استفاده از مدل جمعی بوهر_ ماتلسون صورت می پذیرفت که البته به دلیل وجود جملات مختلف ، پارامترهای متعدد موثر در توجیه نتایج ،بسیار پیچیده می گردید.جهت ساده سازی مباحث ورسیدن به یک مفهوم جبری کامل که قابلیت توجیه مفاهیم هسته ای پیچیده مدلهای جمعی برای هسته های مختلف با ویژگی های تقارنی مختلف را داشته باشد، بهترین پیشنهاد توسط آریما-یاکللو (Arima-Iachello) ، تحت عنوان مدل اندرکنش بوزونی[4] (IBM) ارائه گردید[4,5] ، که در این مدل هسته‌های زوج-زوج به صورت سیستم متشکل از بوزون هائی در نظر گرفته میشود که این بوزون‌ها از ترکیب پروتون ها ونوترون های فعال بیرون لایه بسته حاصل می شوند. بوزون های حاصل از این ترکیب صرفا امکان اشغال دو حالت L=0 (بوزون S) و حالت L=2 (بوزون d) را دارند. با در نظر گرفتن عملگرهای $b_i^\dagger$ به عنوان عملگرخلق و b_i به عنوان عملگر نابودی و i=1 بعنوان بوزون s و i=2…6 بعنوان بوزون d ، می توان به سادگی مشاهده نمود که مجموعه 36 عملگر از نوع $G_{ii'} =$

---

4 Interaction Boson Model

$b_i^\dagger b_{i'}$، یک گروه بسته تحت جبر لی U(6) را تشکیل می دهند. کلی ترین شکل هامیلتونین IBM که بر اساس مولدهای جبر لی U(6) و با در نظر گرفتن فرمولبندی خود سازگارای Q، [6]،حاصل می گردد عبارت است از:

$$H = E_0 + c_0\hat{n}_d + c_2 Q^{\chi}.Q^{\chi} + c_1 L^2 \tag{6-1}$$

که در این رابطه کمیت $\hat{n}_\mathrm{d} = \mathrm{d}^\dagger.\tilde{\mathrm{d}}$ معرف تعداد بوزون های d ، L معرف اندازه حرکت زاویه ای و Q^{χ} ، عملگر چهار قطبی می باشد که به صورت زیر تعریف می شود که :

$$Q^{\chi} = \left(d^\dagger \times \tilde{s} + s^\dagger \times \tilde{d}\right)^2 + \chi\left(d^\dagger \times \tilde{d}\right)^2 \tag{7-1}$$

وابسته به پارامتر χ معادله (1) دارای 3 تقارن دینامیکی یا به بیان دیگر سه زنجیره از مجموعه تقارن های مختلف برای بیان حد U(6) می باشد که بر اساس عملگرهای کازیمیر ناوردا تحت اثر تقارنی خاص، می توان این سه زنجیره را به صورت زیر بیان نمودکه:

$$U(6) \supset \begin{Bmatrix} U(5) \supset O(5) \\ SU(3) \\ O(6) \supset O(5) \end{Bmatrix} \supset O(3) \qquad \begin{matrix} I \\ II \\ III \end{matrix} \tag{8-1}$$

زنجیره (I)متناظر با حالت $\mathrm{c}_2 = 0$ می باشد که تحت عنوان مدل مفسر هسته های لرزشی یا حد U(5) ، زنجیره (II) متناظر با مقادیر $\chi = -\frac{\sqrt{7}}{2}$ و $\mathrm{c}_0 = 0$ می باشد که تحت عنوان مدل مفسر هسته های دورانی یا حد SU(3) و زنجیره سوم که به ازا مقادیر $\mathrm{c}_0 = 0$ و $\chi = 0$ حاصل می شود که تحت عنوان حد O(6) یا ترکیب دوران ولرزش- یا ناپایداری γ – خواهد بود.هسته های مختلف موجود در طبیعت با توجه به ویژگی های تقارنی طیف انرژی و البته نسبت $\mathrm{R}_{4/2} = \frac{E(4_1^+)}{\mathrm{E}(2_1^+)}$، [5] ،یکی از این سه حد تقارنی را نشان داده و البته برخی از هسته ها [7] ،دارای شرایط تقارنی در بین این محدوه هاهستند که به صورت شماتیک در مثلث