دانشکده مهندسی عمران

مدلسازی الاستواستاتیک ترک با استفاده از روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته در مسائل دو بعدی

نگارش

محمد مبارکی

استاد راهنما: دکتر حامد ارزانی

استاد مشاور: دکتر سعید غفارپور جهرمی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی عمران - سازه

اسفند ماه 1390

باسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب محمد مبارکی متعهد می شوم که مطالب مندرج در این پایان نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آن ها استفاده شده است، مطابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و ماخذ ذکر گردیده است. این پایان نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارایه نشده است. در صورت اثبات تخلف (در هر زمان) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی می باشد.

محمد مبارکی

امضاء

تهران – لویزان – کد پستی 16788 – صندوق پستی 16785-163 تلفن: 2290060(داخلی 2347) پست الکترونیکی sru@sru.ac.ir

تقدیم به

مهربان ترین و با گذشت ترین انسان های زندگی من؛

پدر گرانقدرم

و

مادر عزیزم.

تقدیر و تشکر:

«من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق »

خدای مهربان را سپاسگزارم که به من توفیق کسب علم و دانش را ارزانی داشت تا این پژوهش را بدینگونه که مشاهده می فرمایید، به سرانجام برسانم. در راستای انجام این تحقیق همواره مورد لطف و عنایت عزیزانی بوده ام که بر خود لازم می دانم مراتب قدردانی خود را نسبت به این بزرگان ابراز نمایم.

از استاد فرهیخته و فرزانه جناب آقای دکتر حامد ارزانی هدایتگر اینجانب که با نکته های دلاویز و گفته های بلند، همواره راهنما و راه گشای نگارنده در اتمام و اکمال پایان نامه بوده‌اند؛ تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از جناب آقای دکتر سعید غفارپور جهرمی که مسئولیت مشاوره بنده را بر عهده داشتند و در این راه محبت های فراوانی را بر بنده ارزانی داشتند تشکر می نمایم.

بسی شایسته است از تمامی اساتید دانشکده مهندسی عمران دانشگاه تربیت دبیرشهید رجایی که بنده را در دوره کارشناسی و کارشناسی ارشد مورد لطف و عنایت خود قرار دادند، تقدیر و تشکر نمایم.

چکیده:

در سالهای اخیر تحقیقات متعددی بر روش‌های عددی جهت حل معادلات دیفرانسیل انجام شده است. یکی از قوی‌ترین و پر کاربردترین روشهای عددی روش المان‌محدود می باشد. روش المان محدود، بدلیل استفاده از المان در فرآیند حل با مشکلاتی مواجه می‌گردد. این روش در تحلیل مسائلی با مرزهای پیچیده یا متحرک و یا مسائلی که در زمان دچار تغییر در هندسه حوزه (مسائلی همچون رشد ترک و تغییر شکل‌های بزرگ) نیازمند فرآیند مداوم شبکه‌بندی حوزه‌ی مسئله می‌باشد. بدلیل چنین محدودیت‌هایی توجه بسیاری از پژوهشگران به روش‌های بدون شبکه معطوف گردید. در این رساله، روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته (DLS) برای حل مسائل حاوی ترک بکارگرفته شده است. روش حداقل مربعات گسسته، یک روش بدون شبکه واقعی می‌باشد که مبتنی بر تکنیک حداقل مربعات می‌باشد. از مزایای این روش عدم نیاز به انتگرال‌گیری، تقارن ماتریس ضرایب و سادگی به کارگیری آن می‌باشد. در این روش گسسته‌سازی حوزه‌ی مسئله توسط یکسری نقاط گرهی صورت می‌گیرد. این نقاط گرهی برای ساخت توابع شکل حداقل مربعات متحرک بکار می‌روند. روش DLS مبتنی بر به حداقل رساندن تابع مجموع مربعات باقیمانده‌ی معادلات دیفرانسیل حاکم بر حوزه مسئله و مرزها می‌باشد.

روش‌های بدون‌شبکه بدلیل استفاده از توابع شکل با درجه پیوستگی بالا، در مواجهه با مرزهای غیر محدب و ناپیوستگی‌ها نیاز به تمهیداتی در تولید تابع شکل دارند. در این پژوهش، روش انکسار جهت ساخت توابع شکل پیوسته در اطراف نوک ترک استفاده شده است. روش انکسار الهام گرفته از انکسار نور در مرزهای غیر محدب می باشد که بر اساس آن حوزه‌ی اثر گره در نوک ترک دچار تغییر شکل می‌شود. در نهایت کارایی و دقت بالای روش حداقل مربعات گسسته با حل مسائل استاندارد و مقایسه نتایج حاصل از حل عددی با نتایج تحلیلی نشان داده می شود.

واژگان کلیدی: ترک، روش های بدون شبکه، حداقل مربعات گسسته، توابع شکل‌پیوسته، ناپیوستگی

فهرست مطالب

فصل اول : مقدمه

1-1- مقدمه 2

فصل دوم : مروری بر برخی روش های بدون شبکه

2-1- مقدمه 9

2-1-1- گسسته سازی حوزه ی مسئله 9

2-1-2- تقریب تابع و روشهای تولید تابع شکل 11

2-1-3- گسسته سازی معادلات دیفرانسیل 14

2-2- معرفی و کلیات برخی روش های بدون شبکه 15

2-2-1- روش بدون شبکه گالرکین 17

2-2-2- روش بدون شبکه پتروف-گالرکین محلی 20

2-2-3- روش نقاط محدود 23

2-2-4- روش بازتولید ذرات کرنل 27

2-2-5- روش هم مکانی مستقیم 32

فصل سوم : مروری بر مکانیک شکست

3-1- مقدمه 36

3-2- روش تحلیل تنش اعضای ترک دار 37

3-2-1- تئوری شکست گریفیث 38

3-2-2- مکانیک شکست ارتجاعی خطی 41

3-2-3- فاکتور شدت تنش 46

3-2-3-1- فاکتور شدت تنش تحلیلی 46

3-2-3-2- فاکتور شدت تنش عددی 50

فصل چهارم: روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته

4-1- مقدمه 54
4-2- تقریب تابع و تولید توابع شکل حداقل مربعات متحرک 55
4-2-1- توابع وزنی 58
4-3- روش حداقل مربعات گسسته 63

فصل پنجم: تکنیک های اعمال ناپیوستگی در روش های بدون شبکه

5-1- مقدمه 68
5-2- معیار مشاهده ای 70
5-3- روش انکسار 73
5-4- روش فرانمایی 78

فصل ششم: مثال های عددی

6-1- مقدمه 83
6-2- معادلات حاکم بر مسائل کشسانی 84
6-2-1- کرنش صفحه ای 84
6-2-2- تنش صفحه ای 89
6-3- مثال های عددی 93
6-3-1- مسئله ی اول : صفحه با ترک لبه ای 94
6-3-2- مسئله ی دوم : صفحه با ترک مرکزی 102

فصل هفتم: نتیجه گیری و پیشنهادات

7-1- نتیجه گیری و پیشنهادات 111

منابع و مراجع

منابع و مراجع 115

فهرست جداول

جدول 2-1- مشخصات برخی از روش های بدون شبکه 16

جدول 3-1- ضریب تصحیح برای صفحه دارای ترک مرکزی و تحت بار کششی 48

جدول 3-2- ضریب تصحیح برای صفحه با یک ترک لبه ای تحت بار کششی 49

جدول 6-1- نسبت‌های مدول کشسانی و ضریب پواسون برای تبدیل روابط تنش صفحه‌ای به کرنش صفحه‌ای و برعکس 93

فهرست نمودارها

نمودار 2-1- دسته بندی روشهای بدون شبکه بر اساس نحوه ی تقریب تابع 13

نمودار 2-2- دسته بندی روش های بدون شبکه بر اساس نحوه ی گسسته سازی معادلات دیفرانسیل 15

فهرست اشکال

شکل 2-1- زیرحوزه ی دایره ای و زیرحوزه ی مستطیلی 10

شکل 2-2- حوزه و زیر حوزه دوبعدی دایره ای 10

شکل 2-3- حوزه و زیرحوزه دوبعدی مستطیلی 10

شکل 2-4- برازش تابع در روشهای بدون شبکه 12

شکل 2-5- نحوه ی گسسته سازی حوزه ی مسئله توسط نقاط گرهی و نقاط هم مکان 33

شکل 3-1- تغییرات انرژی بر حسب طول ترک 39

شکل 3-2- مودهای مختلف شکست 43

شکل 3-3- صفحه‌ی بینهایت ترک دار تحت کشش دو محوره 43

شکل 3-4- سیستم مختصات و مولفه های تنش در نوک ترک 45

شکل 3-5- صفحه با ترک مرکزی تحت کشش 47

شکل 3-6- صفحه با ترک لبه ای و تحت کشش 48

شکل 4-1- ترم های مختلف هرم پاسکال 56

شکل 4-2- انواع توابع وزنی در حالت یک بعدی 60

شکل 4-3- مشتق اول توابع وزنی در حالت یک بعدی 60

شکل 4-4- مشتق دوم توابع وزنی در حالت یک بعدی 61

شکل 4-5- توابع وزنی برروی نقاط مرزی و میانی و گره های نزدیک به مرز 61

شکل 4-6- تابع وزن در حالت دوبعدی 62

شکل 4-7- تابع شکل در حالت دوبعدی 62

شکل 4-8- گسسته سازی حوزه ی مسئله توسط نقاط گرهی 64

شکل 5-1- ناپیوستگی حوزه ی اثر 69

شکل 5-2- حوزه ی اثر در موقعیت های مختلف 71
شکل 5-3- توابع وزن و توابع شکل تولید شده با استفاده از تکنیک معیار مشاهده ای 72
شکل 5-4- توابع شکل تولید شده برای گره I 72
شکل 5-5- حوزه ی تاثیر در نزدیکی مرز غیرمحدب با استفاده از معیار مشاهده ای 73
شکل 5-6- طرح روش انکسار در نزدیکی نوک ترک 74
شکل 5-7- حوزه ی اثر گره I با استفاده از روش انکسار در نزدیکی نوک ترک 75
شکل 5-8- تابع وزن و تابع شکل تولید شده توسط روش انکسار 76
شکل 5-9- تابع شکل گره J با استفاده از روش انکسار 77
شکل 5-10- عملکرد روش انکسار در نزدیکی مرزهای غیرمحدب 77
شکل 5-11- حوزه ی تاثیر گره I و طرح روش فرانمایی در نزدیکی نوک ترک 78
شکل 5-12- تابع شکل و تابع وزن تولید شده با استفاده از روش فرانمایی 79
شکل 5-13- تابع شکل تولید شده با استفاده از تکنیک فرانمایی در نزدیکی نوک ترک 79
شکل 6-1- جسم استوانه ای شکل نشان دهنده شرایط کرنش صفحه ای 85
شکل 6-2- حوزه ی تعریف نمونه برای یک مسئله در شرایط کرنش صفحه ای 88
شکل 6-3- صفحه نازک کشسان در شرایط تنش صفحه ای 90
شکل 6-4- صفحه با ترک لبه ای 94
شکل 6-5- توزیع نامنظم نقاط گرهی در حوزه ی مسئله (صفحه با ترک لبه ای) 97
شکل 6-6- توزیع تنش در راستای X برای سه آرایش گرهی (صفحه با ترک لبه ای) 98
شکل 6-7- شبکه بندی صفحه با ترک لبه ای توسط المان های مثلثی 99
شکل 6-8- توزیع تنش در راستای X حاصله از نرم افزار المان محدود 99
شکل 6-9- مقادیر تنش در فواصل مختلف از نوک ترک در راستای طول ترک برای سه آرایش نامنظم گرهی 100
شکل 6-10- مقایسه مقادیر تنش در فواصل مختلف از نوک ترک 100

شکل 6-11- نرخ همگرایی روش حداقل مربعات گسسته 101
شکل 6-12- مقادیر فاکتور شدت تنش در فواصل مختلف از نوک ترک برای سه آرایش گرهی..... 102
شکل 6-13- صفحه با ترک مرکزی 102
شکل 6-14- توزیع نامنظم نقاط گرهی در حوزه ی مسئله (صفحه با ترک مرکزی) 104
شکل 6-15- توزیع تنش در راستای X برای سه آرایش گرهی (صفحه با ترک مرکزی) 106
شکل 6-16- شبکه بندی صفحه با ترک مرکزی توسط المان های مثلثی 107
شکل 6-17- توزیع تنش در راستای X حاصله از نرم افزار المان محدود 107
شکل 6-18- مقادیر تنش در فواصل مختلف از نوک ترک در راستای طول ترک برای سه آرایش نامنظم گرهی 108
شکل 6-19- مقایسه مقادیر تنش در فواصل مختلف از نوک ترک 108
شکل 6-20- نرخ همگرایی روش حداقل مربعات گسسته 109
شکل 6-21- مقادیر فاکتور شدت تنش در فواصل مختلف از نوک ترک برای سه آرایش گرهی..... 110

فصل اول

مقدمه

1-1- مقدمه

در فرآیند تحلیل مسائل مهندسی مسائل پیچیده‌ای فراروی مهندسین قرار دارد که اغلب یافتن پاسخی تحلیلی را برای آنان ناممکن می‌سازد. بنابراین روشهای عددی به عنوان جایگزین اصلی جهت تحلیل مسائل عملی مطرح شده است. با در نظر گرفتن وابستگی این روشها به کامپیوتر و نیز پیشرفت روز افزون در سرعت کامپیوترها، بر اهمیت این گونه روش‌ها به عنوان ابزار قوی جهت آنالیز مسائل مهندسی روز به روز افزوده می‌شود. از جمله معروفترین روشهای عددی می‌توان به روش تفاضلهای محدود[1]، احجام محدود[2] و المان های محدود[3] اشاره کرد. هر چند هر کدام از روش های عددی دارای مزایا و محاسنی هستند، اما قوی‌ترین روشی که طی سالیان اخیر به دفعات در حل مسائل متفاوت از آن در الگوریتم‌های کامپیوتری به اثبات رسیده است المان محدود بوده است.

لیکن با گسترش دامنه مسائل مورد علاقه مهندسین و پیچیدگی روز افزون آن ها به نظر می‌رسد این روش در مواری فاقد توانایی‌های لازم جهت حل موثر مسائل مورد نظر می‌باشد. تحلیل مسائلی با مرزهای پیچیده یا متحرک و یا مسائلی که در زمان دچار تغییر در هندسه حوزه (مسائلی همچون مدل سازی رشد ترک ، تغییر شکل های بزرگ و سونامی) می‌باشند با استفاده از روش المان محدود به فرآیند مداوم شبکه‌بندی حوزه‌ی مسئله برای جلوگیری از انحراف فرآیند حل و کج شکلی شدید المانها دارد. همچنین حل مسائل با روش اجزاء محدود به علت المان‌بندی دامنه گاهی پرهزینه‌تر خواهد شد.

1 - Finite Difference
2 - Finite Volume
3 - Finite Element

از سوی دیگر به جهت ماهیت توابع شکل بکاررفته در روش اجزاء محدود، این روش قادر به مدل سازی دقیق نواحی از دامنه که در آن گرادیان شدید در پاسخ به چشم می‌خورد نمی‌باشد. از این رو نظریه‌هایی مطرح شد، که بدون استفاده از المان تنها با تعیین مشخصات گرهی و هندسه‌ی مسئله بتوان معادله دیفرانسیل حاکم بر آن را حل کرد، این نظریه‌ها به روش‌های بدون شبکه مشهور شدند.

اولین ایده استفاده از روش‌های بدون شبکه در روش هیدرودینامیک ذرات هموار به منظور مدلسازی پدیده‌های نجومی همچون گسترش ستارگان و توده ابرهای غباری توسط گینگولد و موناقان [1] بکارگرفته شد. روش برآورد کرنل[1] توسط موناقان و همکاران [2] ارائه گردید، که این روش فاقد دقت لازم در تحلیل معادلات دیفرانسیل جزئی بود، اما در آن از تقریب کرنل جهت درونیابی[2] مجهولات در روش SPH استفاده شد. جانسون و بسل [3] روشی را بمنظور اصلاح روش SPH و محاسبه کرنش (مشتقات) ارائه نمودند. تقریب حداقل مربعات متحرک (MLS) اولین بار توسط نیرولز [4] در روش گالرکین را استفاده شد که آن را روش جزء پخش (DEM) نامیدند. پس از انتشار این مقاله روشهای زیادی تحت عنوان روشهای بدون شبکه ارائه گردید. روش گالرکین بدون المان توسط بلچکو [5] ارائه شد. این روش نسبت به دیگر روشهای بدون شبکه از دقت بالاتری برخوردار بود. روش های بدون المان دیگری همچون روش بازتولید کننده کرنل ذرات (RKPM) توسط جان و لیو [6]، روش اجزای محدود افراز واحد[3] (PUFEM) توسط بابوسکا و ملنک [7]، روش ابرهای hp[4] توسط دوارت و اودن [8] روش (MLPG) پتروف – گالرکین محلی توسط اتلوری [9] ارائه شده‌اند.

ارزانی و افشار[10] نیز در مقاله خود یک روش جدید بدون شبکه را که کاملا مبتنی بر فرآیند حداقل مربعات بود تحت عنوان حداقل مربعات گسسته[5] (DLS) ارائه دادند. در این روش همانند دیگر روش‌های بدون شبکه حوزه ی مسئله توسط تعداد محدودی نقطه‌ی گرهی به صورت پراکنده و با توزیع

1- Kernel
2 - Interpolation
3- Partition of Unity Finite Element
4- HP-clouds
5 - Discrete Least square

دلخواه گسسته‌سازی می‌شود. از ویژگی این روش، انعطاف پذیری در برابر حذف یا افزودن نقاط گرهی می‌باشد. این ویژگی در مسائلی که نحوه ی توزیع نقاط گرهی حائز اهمیت است، مزیت بزرگی محسوب می شود. از دیگر مزایای این روش عدم نیاز به انتگرال‌گیری، تقارن ماتریس ضرایب و سادگی به کارگیری آن می‌باشد. این روش تاکنون برای حل مسائل پواسون[10]، تراوش [11] و تظریف تطبیقی برای مسائل هذلولی در حالت یک بعدی [12] بکارگرفته شده است. همچنین کارایی این روش جهت حل مسائل کشسانی و برآورد خطا[1] و تظریف تطبیقی[2] در مسائل الاستیسیته دو بعدی [13] و همچنین تحلیل مسائل کشسانی با استفاده از فرمول بندی مختلط [14] اثبات شده است.

روش‌های بدون‌شبکه طی سالیان اخیر به مجموعه روش‌های عددی افزوده شده و افق جدید و وسیعی در زمینه‌های تحقیقاتی ریاضی، فیزیک و مهندسی گشوده است. استفاده از روش‌های بدون شبکه هنوز به گستردگی روش اجزا ء محدود در مسائل مهندسی نمی‌باشد، اما این روش ها بدلیل عدم استفاده از المان گیری به خوبی می توانند در حل مسائلی که دچار کج شکلی، ناپیوستگی هستند و مسائلی با مرزهای متحرک به کار آیند. حل اینگونه مسائل در روش المان محدود و روش های متکی بر شبکه نیازمند فرآیند مداوم شبکه بندی در حوزه مسئله می‌باشد. فرآیند تولید شبکه فرایندی پرهزینه و مشکل است، بطوریکه هزینه این فرآیند قابل مقایسه با هزینه گسسته‌سازی معادلات و حل معادلات حاکم بر مسئله می‌باشد. همچنین معمولا مشتقات جواب در روش‌های مبتنی بر شبکه برای رسیدن دقت کافی، نیازمند هموارسازی می‌باشند که فرآیندی پرهزینه خصوصا در مسائلی مانند اجزاء محدود سه بعدی و جریانات سطح آزاد می‌باشد. اما در روش های بدون شبکه بدلیل عدم استفاده از مش‌بندی و گسسته سازی حوزه مسئله به وسیله نقاط گرهی و همچنین استفاده از درونیاب های مرتبه بالا این مشکلات منتفی می‌گردد. گسسته سازی حوزه‌ی مسئله در روش های بدون شبکه با استفاده از نقاط گرهی صورت می‌گیرد. بدلیل عدم وجود هیچگونه پیوستگی المانی بین نقاط گرهی و در نتیجه‌ی آن عدم نیاز به تعریف روابطی قبل از حل مسئله و همچنین مزایایی که در فوق به آن اشاره شد، این روش در حل مسائلی نظیر مدلسازی ترک

1 - Error Estimate
2 - Adaptive Refinement

و پیشرفت ناپیوستگی و مرزهای متحرک از عملکرد خوب و مناسبی برخوردار می‌باشد.

روش گالرکین بدون المان (EFG) اولین روش بدون شبکه بود که توسط بلچکو و گروهش [15-5] جهت تحلیل شکست ناشی از ترک به کار گرفته شد. رحمان و رائو نیز در [16] از یک تکنیک انتگرال‌گیری عددی در روش بدون شبکه گالرکین براساس روش المان محدود جهت آنالیز ترک الاستیک برای مودهای مختلف شکست ارائه دادند. همچنین بلچکو و بلک اولین بار در مقاله ای [17] از روش افراز واحد (PU) جهت مدلسازی ترک استفاده کردند . در این مقاله جهت تعریف ناپیوستگی مستقل از شبکه‌بندی، از میدان تقریبی مرکب از افراز واحد محلی و ناپیوستگی درون آن میدان استفاده شد. باترا و چینگ [18] با استفاده از توابع پایه غنی سازی شده و روش انکسار[1] و معیار مشاهده ای[2]، روش پتروف – گالرکین محلی (MLPG) را جهت مدل سازی ترک بکارگرفتند. باترا و چینگ چهار تابع پایه چند جمله‌ای برای مشتق‌گیری توابع پایه بوسیله حداقل مربعات متحرک استفاده کردند و همچنین پارامترهای مختلف مکانیک شکست را مورد بررسی قرار دادند. همچنین باترا و همکاران [19] روش MSPH که اصلاح شده روش SPH است را جهت مدل سازی استاتیکی و دینامیکی صفحات حاوی ترک و رشد ترک بکارگرفتند.

ارگان و همکاران [20] از تقریب های بدون شبکه پیوسته، برای مدل سازی مرزهای غیر محدب با تاکید بر ترک استفاده نمودند. در این مقاله دو تکنیک انکسار و فرانمایی در چارچوب روش EFGM توسعه داده شده است. لی و همکاران [21] از یک روش بدون شبکه غنی شده برمبنای افراز واحد(PU) جهت مدل‌سازی دوبعدی ترک استفاده نمودند. موراوین و همکاران [22] از یک تکنیک جدید به نام روش وزن حلزونی[3] جهت مدل کردن ترک در روش های بدون شبکه، به منظور کاهش مشکلات موجود در روش های اصلاح توابع وزن، ارائه نمودند. ژانگ و همکاران [23] آنالیز مسائل شکست دوبعدی را با استفاده از روش غنی شده بدون شبکه گالرکین ارائه نمودند. در این مقاله از یک تقریب حداقل مربعات

1 - Diffraction Method
2 - Visibility Criterion
3 – Spiral weight Method

اصلاح شده[1](IMLS) با یک تابع وزن، بعنوان توابع پایه استفاده شـده اسـت. ژو و همکـاران [24] از یـک تکنیک جدید که ترکیبی از روش بدون شبکه با روش المان محدود بود برای آنالیز میدان های نوک ترک استفاده کردند. ونگ و همکاران [25] از زیر حوزه های شعاعی جهت حل مسائل مکانیک شکست استفاده نمودند. شاهوردی و محمدی [26] نیز در مقاله ای روش بدون شبکه نقاط محدود را جهت آنالیز شکسـت کامپوزیت های FRP ارائه نمودند. همچنین در مقاله ای دیگـر [27] از روش نقـاط محـدود غنـی شـده (EFPM) جهت آنالیز مسائل اورتوتروپیک دارای ترک استفاده نمودند.

خضری و همکاران [28] در مقاله ای از روش RKPM و GRKPM جهت آنالیز مسائل ترک استفاده نمودند. صادقی راد و همکاران [29] از یک روش هم مکان غنی شده برای حل مسائل شکست دوبعدی الاستیک استفاده کردند. قریشی و همکاران [31-30] روش بدون شبکه گالرکین را برای آنالیز نوک ترک در صفحات اورتوتروپیک و همچنین آنالیز شکست کامپوزیت ها به کار گرفتند.

در این رساله هدف مدلسازی الاستواستاتیک ترک با استفاده از روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته در مسائل دو بعدی می باشد. بنابراین ابتدا در فصل 2 مروری کلی بر برخی روش های بدون شبکه ارائه خواهد شد. سپس در فصل 3 مروری بر مکانیک شکست و پارامترهای مکانیک شکست در محدوده الاستیسیته خطی مطرح می شود. در ادامه در فصل 4 نحوه ی فرمول بندی روش حداقل مربعات گسسته که یکی از جدیدترین روش های بدون شبکه می باشد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. از قابلیت‌های این روش می‌توان به دقت بالا، سادگی، هزینه‌ی محاسباتی پایین و عدم نیاز به انتگرال‌گیری اشاره کرد. همچنین جهت اعمال ناپیوستگی، از روش انکسار که یکی از بهترین روش های اعمال ناپیوستگی در مسائل دوبعدی می باشد، بهره گرفته شده است. در فصل 5 برخی تکنیک های رایج اعمال ترک در روشهای بدون شبکه بررسی شده است. در فصل 6 ابتدا معادلات حاکم بر مسائل کشسانی که لازمه حل مسائل حاوی ترک های مویی می باشند ارائه شده است و در ادامه کارایی و دقت بالای روش

1 - Improved moving least-squares

حداقل مربعات گسسته در حل اینگونه مسائل نشان داده شده است. در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادات جهت توسعه این روش مطرح می‌شود.