

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه‌ی دکتری رشته‌ی فیزیک گرایش اتمی مولکولی

چگالیده‌ی بوز-اینشتین تغییر شکل یافته و برهم‌کنش آن با

تابش الکترو مغناطیسی کوانتیده

استادان راهنما:

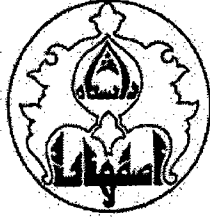
دکتر محمود سلطان‌الکتابی

دکتر محمد حسین نادری

پژوهشگر:

مهدی داودی دراره

دی‌ماه ۱۳۹۰



دانشگاه اصفهان
دانشکده علوم
گروه فیزیک

پایان نامه دکتری رشته‌ی فیزیک گرایش اتمی - مولکولی
آقای مهدی داودی دراره
تحت عنوان

چکالیده‌ی بوز - اینشتین تغییر شکل یافته و برهم کنش آن با
تابش الکترومغناطیسی کوانتیده

در تاریخ ۹۰/۱۰/۱۴ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه عالی به تصویب نهایی رسید.

- | | |
|--|-------------------------|
| ۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر محمود سلطان‌الکتابی | با مرتبه‌ی علمی استاد |
| ۲- استاد راهنمای پایان نامه دکتر محمدحسین نادری | با مرتبه‌ی علمی دانشیار |
| ۳- استاد داور داخل گروه دکتر رسول رکنی‌زاده | با مرتبه‌ی علمی دانشیار |
| ۴- استاد داور داخل گروه دکتر فردین خیراندیش | با مرتبه‌ی علمی دانشیار |
| ۵- استاد داور خارج از گروه دکتر بهروز میرزا | با مرتبه‌ی علمی استاد |

امضاء مدیر گروه

پاسکزاری

خداوند متعال را شاکرم که به لطف خود، بنده را به اتمام این مرحله از دورهی تحصیلی یاری نمود.

بدون شک این موفقیت مرهون همراهی و پشتیبانی اساتید راهنمای محترم جناب آقای دکتر محمود

سلطان الکتابی و جناب آقای دکتر محمد حسین نادری می باشد. هم چنین از داوران محترم رساله آقایان

دکتر رسول رکنی زاده، دکتر بهروز میرزا و دکتر فردین خیراندیش که با مطالعه‌ی رساله، نظرات اصلاحی

خود را ارائه فرمودند نیز پاسکزارم.

چکیده:

در این رساله، به بررسی سامانه‌های اتمی تغییر شکل یافته، امکان تحقق آن‌ها در محیط چگالیده‌ی بوز-اینشتین و استفاده از تغییر شکل کوانتومی و غیرخطی‌های وابسته به آن برای تولید، کنترل و دستکاری ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان تابشی می‌پردازیم. چگالیده‌ی اتمی از تعداد بسیار زیادی (اما محدود) اتم‌های برهم‌کنشی، N ، درون یک دام با گسترش فضایی محدود تشکیل می‌شود.

ابتدا نشان می‌دهیم که اثر محدود بودن تعداد ذرات می‌تواند در قالب یک تغییر شکل طبیعی در عملگرهای فونونی گاردینر ظاهر شود. آن‌گاه با معرفی عملگر فونونی گاردینر تغییر شکل یافته، اثر برخوردهای دو ذره‌ای بین اتم‌ها (با آهنگ K) را در الگوی مورد مطالعه اعمال می‌کنیم. به این ترتیب یک الگوی تغییر شکل یافته، فراتر از تقریب گاز خیلی رقیق و تقریب بوگولیوبوف و با دو پارامتر تغییر شکل قابل تنظیم N و K در اختیار خواهیم داشت. سپس برهم‌کنش چگالیده‌ی بوز-اینشتین تغییر شکل یافته با میدان تابشی کوانتیده‌ی تک مد را در غیاب عوامل اتلافی مطالعه می‌کنیم و امکان تولید و کنترل میدان تابشی غیرکلاسیک با ویژگی‌های نابودی و بازآفرینی در تعداد میانگین فوتون‌ها، آمار کوانتومی زیرپواسونی و چلانندی مؤلفه‌های کوادراتوری را بررسی می‌کنیم.

در مرحله‌ی بعد، اثرهای ناشی از واهمدوسی ذاتی در چارچوب الگوی میلیورن را بر بروز ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان تابشی بررسی می‌کنیم. برای این منظور، معادله‌ی میلیورن را برای هامیلتونی غیرخطی سامانه به طور تحلیلی حل کرده و رفتار دینامیکی ویژگی‌های غیرکلاسیک ذکر شده را مطالعه می‌کنیم. در پایان، رقابت بین اثرهای تخریبی ناشی از واهمدوسی ذاتی و اثرهای کنترلی ناشی از غیرخطی‌های درون سامانه‌ی اتمی را بر ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان تابشی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم.

کلید واژه ها: تغییر شکل کوانتومی، چگالیده‌ی بوز-اینشتین تغییر شکل یافته، ویژگی‌های غیرکلاسیک تابش الکترومغناطیسی، واهمدوسی ذاتی.

فهرست مطالب

آ	فهرست مطالب
ت	فهرست شکل ها
۱	پیش گفتار
۸	۱ توصیف نظری چگالیده بوز- اینشتین استاندارد
۸	۱.۱ مقدمه
۹	۲.۱ مروری بر تاریخچه چگالیده بوز- اینشتین
۱۰	۳.۱ اهمیت و کاربرد چگالیده بوز- اینشتین
۱۲	۴.۱ توصیف چگالیده بوز- اینشتین از دیدگاه آمار کلاسیک
۱۴	۱.۴.۱ چگالیده بوز- اینشتین ایده آل در فضای آزاد
۱۸	۲.۴.۱ چگالیده بوز- اینشتین در دام نوسانگر هماهنگ
۲۰	۵.۱ توصیف چگالیده بوز- اینشتین بر مبنای نظریه میدان های کوانتومی
۲۴	۱.۵.۱ تقریب هارتری
۲۶	۲.۵.۱ تقریب میدان میانگین و تقریب توماس- فرمی
۳۴	۳.۵.۱ توصیف بسته ی موجی
۳۵	۶.۱ جمع بندی
۳۶	۲ نوسانگر کوانتومی تغییر شکل یافته و سامانه های اتمی
۳۶	۱.۲ مقدمه
۳۶	۲.۲ نوسانگر کوانتومی تغییر شکل یافته
۴۰	۱.۲.۲ نوسانگر کوانتومی q
۴۳	۲.۲.۲ نوسانگر کوانتومی f و غیرخطیت در سامانه ی فیزیکی

۴۹	توصیف برخورد بین ذرات به عنوان مثالی از تغییر شکل کوانتومی	۳.۲
۵۳	تشدید فشاخ به منظور کنترل دامنه‌ی پراکندگی	۱.۳.۲
۵۶	سامانه‌ی اتمی در دام با اندازه‌ی محدود به عنوان یک نوسانگر کوانتومی f	۴.۲
۵۷	جمع‌بندی	۵.۲
۵۹	۳ برخی حالت‌های غیرکلاسیک میدان تابشی	
۵۹	مقدمه	۱.۳
۵۹	غیرکلاسیک بودن میدان تابشی	۲.۳
۶۰	میدان تابشی با آمار کوانتومی زیرپواسونی	۳.۳
۶۱	چلانگی مؤلفه‌های کوادراتوری میدان تابشی	۴.۳
۶۲	جمع‌بندی	۵.۳
	۴ چگالیده‌ی بوز-اینشتین تغییر شکل یافته و برهم‌کنش آن با تابش الکترومغناطیسی کوانتیده	
۶۳	در غیاب عوامل اقلافی	
۶۳	مقدمه	۱.۴
۶۴	برهم‌کنش چگالیده‌ی اتمی تغییر شکل یافته با میدان تابشی کوانتیده	۲.۴
۶۵	اثر محدود بودن تعداد اتم‌های درون چگالیده‌ی اتمی	۱.۲.۴
۶۷	اثر برخوردهای اتمی دو ذره‌ای درون چگالیده	۲.۲.۴
۷۲	نابودی و بازآفرینی در تعداد میانگین فوتون‌ها	۳.۴
۷۵	کنترل آمار کوانتومی شمارش فوتون‌ها	۴.۴
۷۸	تولید و کنترل چلانگی مؤلفه‌های کوادراتوری میدان تابشی	۵.۴
۸۱	جمع‌بندی	۶.۴
	۵ اثر واهمدوسی ذاتی بر تولید و کنترل میدان تابشی غیرکلاسیک توسط چگالیده‌ی بوز-اینشتین تغییر شکل یافته	
۸۳	مقدمه	۱.۵
۸۳	واهمدوسی ذاتی	۲.۵
۸۵	استخراج معادله‌ی میلیبورن	۳.۵
۹۰	کنترل ویژگی‌های غیرکلاسیک تابش در حضور واهمدوسی ذاتی	۴.۵
۹۳	اثر واهمدوسی ذاتی بر پدیده‌ی نابودی و بازآفرینی میدان تابشی	۵.۵

۹۴	۶.۵	اثر واهمدوسی ذاتی بر تولید و کنترل آمار کوانتومی میدان تابشی
۹۹	۷.۵	تولید و کنترل میدان تابشی چلانده در حضور واهمدوسی ذاتی
۱۰۲	۸.۵	جمع‌بندی
۱۰۵			جمع بندی نهایی
۱۰۷			مراجع

فهرست شکل ها

- ۱.۱ تابع موج چگالیده‌ی برهم‌کنشی در يك دام هماهنگ از طريق حل عددی معادله‌ی گروس-پیتاوسکی (منحنی‌های خط‌پر) و در تقریب توماس-فرمی (منحنی‌های نقطه‌چین) به ازاء چند مقدار متفاوت تعداد کل اتم‌های چگالیده، N ۳۱
- ۲.۱ پتانسیل پوش-تله اصلاح شده. ۳۳
- ۱.۲ منحنی‌های انرژی پتانسیل برای دو کانال بسته (بالایی) و باز (پایینی) در وضعیت تشدید فشاخ بین آن‌ها. E_{th} انرژی آستانه‌ی سامانه‌ی دو ذره‌ای در گذار از حالت مقید به حالت آزاد (بدون انرژی جنبشی) را مشخص می‌کند. ۵۴
- ۲.۲ پتانسیل پوش-تله اصلاح شده به ازاء سه مقدار مختلف $D = 1$ (منحنی پیوسته)، $D = 2$ (منحنی خط چین) و $D \rightarrow \infty$ (منحنی نقطه چین). ۵۷
- ۱.۴ تعداد میانگین فوتون‌ها برحسب gt به ازاء $N = 1000$ ، $\delta = 0$ و $|\alpha| = 5$ ، $\lambda = 10^{-2}$. ۷۳
- ۲.۴ تعداد میانگین فوتون‌ها برحسب gt به ازاء $\delta = 0.001$ ، $\eta \approx 0$ و $|\alpha| = 5$ ، $\lambda = 10^{-2}$. ۷۴
- ۳.۴ نمودار تغییرات پارامتر مندل Q برحسب gt به ازاء $N = 10000$ ، $\delta = 0$ ، $|\alpha| = 5$ و $\lambda = 10^{-2}$ ۷۶
- ۴.۴ نمودارهای تغییرات پارامتر مندل Q و تعداد میانگین شمارش فوتون‌ها برحسب gt به ازاء $N = 10000$ ، $\delta = 0$ و $|\alpha| = 5$ ۷۷
- ۵.۴ نمودار تغییرات پارامتر مندل Q برحسب gt به ازاء $\delta = 0.001$ ، $\eta \approx 0$ و $|\alpha| = 5$ و $\lambda = 10^{-2}$ ۷۸
- ۶.۴ نمودار تغییرات پارامتر پارامتر چلانگی S_{1a} به عنوان تابعی از gt به ازاء $N = 10000$ ، $\delta = 0$ و انتخاب $|\alpha| = 5$ ، $\lambda = 10^{-2}$ و $\beta = 0$ ۸۰
- ۷.۴ نمودار تغییرات پارامتر پارامتر چلانگی S_{1a} به عنوان تابعی از gt به ازاء $\delta = 0.001$ ، $\eta \approx 0$ و انتخاب $|\alpha| = 5$ ، $\lambda = 10^{-2}$ و $\beta = 0$ ۸۱

- ۱.۵ نمودار تغییرات تعداد میانگین فوتون‌ها $\langle \hat{n}_a(t) \rangle$ به عنوان تابعی از gt به ازاء دو مقدار پارامتر ϵ و دو مقدار تعداد کل اتم‌ها در چگالیده: (a) $N = 1300, \epsilon = 0$ (b) $N = 1300, \epsilon = 10^{-6}$ (c) $N = 1000, \epsilon = 10^{-6}$ ۹۵
- ۲.۵ نمودار تغییرات پارامتر مندل Q برحسب gt به ازاء سه مقدار مختلف پارامتر ϵ (a) $\epsilon = 0$ (b) $\epsilon = 10^{-7}$ (c) $\epsilon = 10^{-6}$ و انتخاب مقادیر $N = 10000, \delta = 0$ ۹۸
- ۳.۵ نمودار تغییرات پارامتر مندل Q برحسب gt به ازاء $\epsilon = 10^{-6}$ و تعداد کل اتم‌های درون چگالیده $N = 2000$ ، و با انتخاب مقادیر $\delta = 0, |\alpha| = 5$ و $\lambda = 10^{-2}$ ۹۹
- ۴.۵ نمودار تغییرات پارامتر مندل Q برحسب gt به ازاء دو مقدار مختلف آهنگ برخورد بین اتم‌ها و دو مقدار متفاوت پارامتر ϵ ، (a) $\epsilon = 0, \delta = 0.001$ (b) $\epsilon = 10^{-7}, \delta = 0.001$ (c) $\epsilon = 10^{-7}, \delta = 0.008$ و با انتخاب مقادیر $N = 10^6$ (یا $\lambda = 10^{-2}$ و $|\alpha| = 5, (\eta \approx 0)$ ۱۰۰
- ۵.۵ نمودار تغییرات پارامتر چلانگی S_{1a} برحسب gt به ازاء دو مقدار مختلف تعداد کل اتم‌ها درون چگالیده‌ی اتمی و دو مقدار متفاوت پارامتر ϵ (a) $N = 10000, \epsilon = 0$ (b) $N = 10000, \epsilon = 10^{-6}$ (c) $N = 1000, \epsilon = 10^{-6}$ و با انتخاب مقادیر $\beta = 0$ و $\lambda = 10^{-2}$ و $|\alpha| = 5, \delta = 0$ ۱۰۳
- ۶.۵ نمودار تغییرات پارامتر چلانگی S_{1a} برحسب gt به ازاء دو مقدار مختلف آهنگ برخورد اتم‌ها درون چگالیده‌ی اتمی و دو مقدار متفاوت پارامتر ϵ (a) $\epsilon = 0, \delta = 0.001$ (b) $\epsilon = 10^{-6}, \delta = 0.001$ (c) $\epsilon = 10^{-6}, \delta = 0.008$ و با انتخاب مقادیر $N = 10^6$ (یا $\eta \approx 0, |\alpha| = 5$ و $\lambda = 10^{-2}$ و $\beta = 0$) ۱۰۴

پیش‌گفتار

امکان تحقق جبرهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی در سامانه‌های فیزیکی حاوی میدان تابشی کوانتیده یا میدان‌های کوانتومی مادی، و بر عکس آن، یعنی امکان توصیف ویژگی‌های شناخته شده‌ی فیزیکی در این گونه سامانه‌ها در قالب جبرهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی، هم به لحاظ نظری و هم به دلایل کاربردی حائز اهمیت است.

دلایل اهمیت موضوع را می‌توان در چهار محور (مرتبط با هم) تقسیم بندی کرد:

(۱) جبری سازی به عنوان روشی برای تجزیه و تحلیل دینامیک سامانه و تقارن‌های آن و استفاده از آن برای حل معادلات حرکت سامانه.

تغییر شکل روابط جابه‌جاگری کوانتومی [۱، ۲، ۳] و تغییر شکل‌های کوانتومی گروه‌های لی کلاسیک [۴، ۵، ۶] مانند $SU_q(2)$ ، $U_q(1, 1)$ و ... (که گروه‌های کوانتومی نیز نامیده می‌شوند) در تعدادی از مسئله‌های مهم ریاضی و فیزیکی وارد شده‌اند. نظریه‌ی آمار بینابین [۷] و کاربردهای آن شامل آمار کسری^۲ و نظریه‌ی آنیون^۳ [۸]، مکانیک کوانتومی ناجابه‌جایی^۴ [۹]، نظریه‌های میدان همدیس گویا^۵، الگوهای آماری کاملاً حل‌پذیر [۱۰]، کاربرد در حل معادله‌ی یانگ-بکستر^۶ [۱۱]، نظریه‌ی پراکنندگی وارون [۱۲]، هندسه‌ی ناجابه‌جایی [۱۳] و گرانش کوانتومی [۱۴] تعدادی از اولین حوزه‌های کاربرد جبرهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی هستند.

اولین تحقق گروه کوانتومی $SU_q(2)$ به عنوان گروه تقارنی یک نوسانگر هماهنگ تغییر شکل یافته‌ی q [۱۵، ۱۶]، توجه زیادی را به خود جلب کرد. این نوسانگر، امروزه با نام نوسانگر q شناخته می‌شود.

^۱ parastatistics

^۲ fractional statistics

^۳ anyon theory

^۴ non-commutative quantum mechanics

^۵ rational conformal field theories

^۶ Yang-Baxter equation

نوسانگر هماهنگ استاندارد متناظر با جبر ویل-هایزنبرگ (یا جبر بوزونی) به دلیل حل پذیر بودن و کاربردهای متعدد آن در سامانه‌های اپتیک کوانتومی و اپتیک اتمی کوانتومی، به ویژه در فرایند کوانتاش میدان، از اهمیت بسیاری برخوردار است. در نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی معمولاً شرایطی پیش می‌آید که تغییر شکل روابط جابه‌جاگری کانونیک الزامی است. انگیزه‌ی فیزیکی در مطالعه‌ی بوزون‌ها یا فرمیون‌های تغییر شکل یافته، آن است که نوسانگرهای تغییر شکل یافته در سامانه‌های غیرخطی همان نقشی را بر عهده بگیرند که نوسانگرهای معمول در مکانیک کوانتومی استاندارد دارند [۱۷].

پژوهش در زمینه‌ی تعمیم‌های مختلف سامانه‌ی کوانتومی نوسانگر هماهنگ، بر دو رویکرد اصلی متمرکز است:

(الف) ابداع تغییر شکل‌های جدید از جبر ویل-هایزنبرگ به منظور دستیابی به تحقق‌های فیزیکی برای آن و در نتیجه دسترسی به یک درک دقیق‌تر در مورد مفهوم فیزیکی تغییر شکل و یا کشف پدیده‌های جدید. در این مورد، می‌توان به ارائه‌ی جبرهای تعمیم یافته‌ی جدید [۱۸، ۱۹، ۲۰] و کاربردهای فیزیکی آن، به عنوان گروه تقارن دینامیکی الگوهای جینز-کامینگز تغییر شکل یافته‌ی تک پارامتری [۲۱، ۲۲، ۲۳] و دو پارامتری [۲۴]، به عنوان گروه تقارنی الگوهای غیرخطی در اپتیک کوانتومی [۲۵]، توصیف طیف فونونی در ^4He [۲۶]، یافتن خواص فیزیکی ذرات کوانتومی با آمارهای غیراستاندارد (غیربوزونی و غیرفرمیونی) [۲۷] و مقایسه‌ی بین رفتار انرژی نقطه‌ی صفر آن‌ها [۲۸] اشاره کرد.

کاربرد جبرهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی به ویژه در مورد سامانه‌های کوانتومی بس ذره‌ای و مطالعه‌ی ویژگی‌های آماری و ترمودینامیکی آن‌ها قابل توجه بوده است. انتخاب هامیلتونی مناسب برای سامانه‌های بس ذره‌ای تغییر شکل یافته [۲۹]، مطالعه‌ی خواص توابع توزیع آماری گاز متشکل از نوسانگرهای تغییر شکل یافته‌ی q [۳۰، ۳۱، ۳۲]، طرح موضوع چگالیده‌ی بوز-اینشتین تغییر شکل یافته [۳۳] و استفاده از آن برای توصیف یک چگالیده‌ی بوز-اینشتین برهم‌کنشی [۳۴]، مطالعه‌ی خواص آماری گاز فرمیونی تغییر شکل یافته [۳۵]، بررسی گاز بوزونی تغییر شکل یافته‌ی q با در نظر گرفتن انرژی جنبشی کلاسیک به صورت $p^2/2m$ [۳۶]، انرژی جنبشی غیرکلاسیک به صورت ap^s [۳۷]، انرژی جنبشی غیرکلاسیک به صورت ap^s و انرژی پتانسیل به صورت یک سری توانی [۳۸]، و با انرژی جنبشی نسبی [۳۹]، استخراج خواص ترمودینامیکی یک گاز بوزونی تغییر شکل یافته با گروه تقارنی $SU_q(2)$ [۴۰-۴۳]، $SU_q(N)$ [۴۴]، $U(d)$ [۴۵]، $GL_{p,q}(2)$ [۴۶]، SU_{q_1/q_2} [۴۷، ۴۸] و بررسی امکان تشکیل چگالیده‌ی بوز-اینشتین در آن‌ها و در نهایت در یک گاز بوزونی تغییر شکل یافته‌ی دو پارامتری (p, q) [۴۹] تعدادی از مهم‌ترین پژوهش‌ها در این زمینه هستند.

کاربردهای فیزیکی جبرهای کوانتومی به ویژه در مواردی که جبرهای لی به عنوان تقارن‌های تقریبی سامانه‌ی فیزیکی شناخته شده بودند، بسیار گسترده است. جبر کوانتومی $su_q(2)$ با موفقیت برای توصیف

طیف دورانی مولکول‌های دو اتمی [۵۰] و هسته‌های تغییر شکل یافته [۵۱] به کار برده شده است. پارامتر تغییر شکل در این سامانه‌ها با میزان انعطاف پذیری متغیر اینرسی دورانی الگو متناظر است [۵۲]. طیف ارتعاشی مولکول‌های دو اتمی نیز بر حسب نوسانگرهای هماهنگ [۵۳] و غیر هماهنگ [۵۴] تغییر شکل یافته q توصیف شده است. یک توصیف وحدت یافته از طیف‌های دورانی و ارتعاشی در چارچوب الگوی ارتعاش^۷ [۵۵] و همتای تغییر شکل یافته q آن [۵۶] با استفاده از روش‌های جبری نیز ابداع شده است. موضوع تناظر بین توابع انرژی پتانسیل دارای طیف انرژی معین و نوسانگرهای تغییر شکل یافته دارای همان طیف انرژی، از دیگر موضوعات مورد توجه بوده است. توابع انرژی پتانسیل دارای طیف انرژی هم‌ارز با تعدادی از نوسانگرهای تغییر شکل یافته، به دست آمده‌اند [۵۷، ۵۸]. برای تعدادی از این نوسانگرها، این توابع، تغییر شکل یافته‌های پتانسیل پوش-تلا اصلاح شده^۸ و پتانسیل مورس^۹ هستند [۵۷]. برعکس، برای تعدادی از توابع انرژی پتانسیل با طیف انرژی شناخته شده، نوسانگرهای تغییر شکل یافته متناظر نیز ساخته شده‌اند [۵۹، ۶۰، ۶۱] و یک روش جبری نیز برای توصیف کلی‌ترین سامانه‌های کوانتومی یک بعدی با طیف انرژی گسسته پیشنهاد شده است [۶۲].

(ب) یافتن پدیده‌های فیزیکی که باعث تغییر جبر حاکم بر فیزیک مسئله و انحراف از حالت استاندارد آن می‌شوند.

مطابق این رهیافت، در واقع، برای رفتارهای شناخته شده فیزیکی سامانه‌ی مورد مطالعه، یک بیان و یا تعبیر جبری پیدا می‌کنیم. می‌توان ثابت کرد که پدیده‌هایی هم‌چون حبس فضایی [۶۳]، انحنای فضا [۶۴]، حرکت ذره در یک میدان مغناطیسی [۶۵]، اثرات محدود بودن دامنه یا عمق پتانسیل‌های دام [۶۱، ۶۶]، برهم‌کنش و یا برخورد بین ذرات [۶۷، ۶۸] و محدود بودن تعداد ذرات در یک سامانه‌ی کوانتومی متشکل از بوزون‌ها [۶۹]، باعث تغییر در جبر سامانه‌ی فیزیکی مورد مطالعه می‌شوند.

(۲) ارتباط جبرهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی با غیرخطیت‌های موجود در سامانه‌ی فیزیکی. دسته‌ای از غیرخطیت‌های موجود در سامانه‌ی فیزیکی که منجر به نابرابر شدن فاصله‌ی بین ترازهای انرژی می‌شوند [به عنوان مثال به دلیل وابستگی قدرت برهم‌کنش به تعداد کوانتوم‌های برانگیختگی درون سامانه یا آثار وابسته به وجود قید (مرز) روی درجه آزادی حرکتی (خارجی)، مانند محدود شدن یا حبس حرکت در فضا]، از طریق معرفی یک تابع تغییر شکل f برای عملگرهای دینامیکی سامانه‌ی خطی، در چارچوب

vibron model^۷modified Poschl-Teller potential^۸Morse potential^۹

رهیافت نوسانگرهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی، معروف به نوسانگر f ، قابل توصیف هستند (به شرط آن که هم‌تای خطی آن سامانه، یک نوسانگر هماهنگ با فواصل انرژی برابر باشد). مطابق این الگو، غیرخطیت‌هایی که منجر به انحراف از وضعیت هم فاصله بودن ترازهای انرژی نشوند، با این رهیافت قابل جبری سازی نیستند (به عنوان مثال می‌توان به یک ذره‌ی دارای تابع انرژی پتانسیل غیرخطی به صورت $V(x) = V_0(a/x - x/a)^2$ با $x > 0$ ، که دارای طیف انرژی مشابه نوسانگر هماهنگ است، اشاره کرد [۷۰]. برای این پتانسیل، حالت‌های هم‌دوس با ویژگی‌های متفاوت از حالت هم‌دوس نوسانگر هماهنگ یافت شده است). طرح موضوع نوسانگرهای f و ارتباط آن با غیرخطیت‌های موجود در سامانه‌ی فیزیکی، اولین بار توسط منکو^۱ و همکاران مطرح شد [۷۱-۷۷]. در فصل دوم به بررسی این موضوع خواهیم پرداخت.

(۳) امکان توسعه و تعمیم مفاهیم شناخته شده به یک سطح جهان شمول‌تر و با یک حوزه‌ی پوشش فیزیکی گسترده‌تر، و در نتیجه امکان توسعه و تعمیم نظریه‌های فیزیکی و ریاضی موجود. در این مورد، می‌توان به تعمیم مفاهیم فیزیکی هم‌چون حالت‌های هم‌دوس [۱۸]، نظریه‌ی هم‌دوسی، فضای فاز [۷۸] و توابع توزیع کوانتومی [۷۷] اشاره کرد. از جمله نظریه‌های تعمیم یافته، می‌توان از نظریه‌ی مکانیک کوانتومی تغییر شکل یافته‌ی q [۷۹] و جبرهای پوانکاره و لورنتس تغییر شکل یافته [۸۰] در نظریه‌ی گروه نام برد.

این توسعه و تعمیم مفاهیم می‌تواند به عنوان ابزار ریاضی برای در نظر گرفتن واقعیت‌های فیزیکی در الگوهای ایده‌آلی فرضی به کار گرفته شوند. به عنوان یک پژوهش شاخص در این زمینه، می‌توان به امکان لحاظ کردن بروز خواص غیرکلاسیک برای پرتو لیزر در چارچوب نوسانگر q اشاره کرد [۸۱]. یکی دیگر از نتایج توسعه‌ی مفاهیم در چارچوب نوسانگرهای تغییر شکل یافته، دستیابی به حالت‌های غیرکلاسیک جدید با ویژگی‌های ممتاز است [۷۵، ۸۲، ۸۳، ۸۴].

نتیجه‌ی هر توسعه‌ای در مفاهیم، ایجاد وحدت در ابزارها و دیدگاه‌ها است، که این موضوع به خوبی در حوزه‌ی الگوی نوسانگرهای تغییر شکل یافته دیده می‌شود. به عنوان مثال، رده‌ی گسترده‌ای از برهم‌کنش‌ها در الگوی جینز-کامینگز توسط رهیافت جبری به صورت وحدت یافته‌ای قابل بیان است [۲۲].

به دلیل کاربرد مفاهیم و ابزارهای مشابه در نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی مربوط به میدان تابشی و میدان مادی، انتظار می‌رود که رهیافت الگوهای تغییر شکل یافته، در هر دو حوزه‌ی اپتیک کوانتومی و اپتیک اتمی کوانتومی، به طور کاملاً مشابه‌ای تحقق‌پذیر باشند. به این ترتیب، تجربیات علمی در یک حوزه به حوزه‌ی علمی دیگر گسترش و تعمیم داده می‌شود.

(۴) ایجاد انعطاف و قابلیت کنترل و دستکاری^{۱۱} در الگوی مورد بررسی توسط روش‌های جبری. الگوهای تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی (گروه‌ها و جبرهای کوانتومی) همواره دارای تعدادی پارامتر پیوسته هستند که در صورت تحقق آن‌ها در سامانه‌ی فیزیکی، باعث افزایش کنترل و انعطاف در الگومی شوند [۸۵-۸۸]. ساده‌ترین الگو، همان نوسانگر q تک پارامتری است. با وارد کردن پارامترهای دیگر در يك الگوی نوسانگر q به صورت‌های مختلف، جبرهای دو پارامتری [۸۹] سه پارامتری [۱۹]، چهار پارامتری [۲۰] و پنج پارامتری [۱۷] تعمیم داده شده‌اند.

همان طور که در ابتدای پیش‌گفتار ذکر شد، یکی از تعمیم‌های مهم نوسانگر کوانتومی هماهنگ، نوسانگر کوانتومی تغییر شکل یافته‌ی f است. در این تعمیم، برخلاف روش‌های جبری (که از یک رابطه یا جبر جابه‌جاگری تغییر شکل یافته شروع می‌کنند) و روش‌های تقارنی (که از گروه دینامیکی سامانه‌ی فیزیکی شروع می‌کنند و بنابراین گروه کوانتومی سامانه از قبل معین است)، نقطه‌ی شروع، پذیرش یک رابطه‌ی تبدیل معین بین متغیرهای دینامیکی تغییر شکل نیافته و تغییر شکل یافته است. سامانه‌ی تغییر شکل نیافته، در الگوی نوسانگر f يك نوسانگر هماهنگ است. آشکار است که در الگوی نوسانگر f ، در نهایت به یک جبر تغییر شکل یافته‌ی کوانتومی و یا به یک گروه کوانتومی برای سامانه فیزیکی خواهیم رسید، اما نقطه‌ی شروع آن متفاوت است، و آن نقطه‌ی شروع، اطلاعات نهفته در غیرخطیت سامانه‌ی فیزیکی است. روش دیگری هم مبتنی بر ملاحظات دینامیکی [۹۰] برای تعمیم الگوی نوسانگر هماهنگ وجود دارد. این چهار دیدگاه برای تعمیم نوسانگر کوانتومی هماهنگ (شامل روش‌های جبری، تقارنی، دینامیکی و رهیافت مبتنی بر نوسانگر f) و ارتباطات بین آن‌ها، در گذشته و هم‌اکنون علاقمندان بسیاری را به سوی خود جلب کرده است که دلایل آن در ابتدا گفته شد.

در این رساله، به موضوع تحقق الگوی نوسانگر هماهنگ تغییر شکل یافته‌ی f در سامانه‌های اتمی و چگالیده‌ی بوز-اینشتین و ارتباط آن با غیرخطیت‌های درون سامانه و استفاده از آن در امکان تولید، دستکاری و کنترل ویژگی‌های غیرکلاسیک برای میدان تابشی کوانتیده می‌پردازیم. تنظیم مطالب در این رساله به صورت زیر است:

در فصل اول، ابتدا به شرایط لازم برای تشکیل چگالیده‌ی بوز-اینشتین استاندارد پرداخته و دو مشخصه‌ی مهم يك چگالیده‌ی اتمی یعنی دمای گذار و تعداد اتم‌ها در فاز چگالیده را برای يك چگالیده‌ی همگن و ناهمگن بررسی می‌کنیم. سپس چگالیده‌ی بوز-اینشتین استاندارد را در چارچوب نظریه‌ی میدان‌های

^{۱۱}manipulating

کوانتومی معرفی می‌کنیم. در این ارتباط، با اعمال رهیافت کوانتس دوم، تقریب هارتری، تقریب میدان میانگین، تقریب توماس-فرمی و در نهایت تقریب بسته‌ی موجی را برای توصیف حالت (تابع موج) چگالیده‌ی اتمی مطرح می‌کنیم. معادله‌ی گروس-پیتاوسکی^{۱۲} به عنوان معادله‌ی دینامیکی توصیف‌کننده‌ی تابع موج چگالیده در تقریب میدان میانگین برای چگالیده‌ی غیربرهم‌کنشی و برهم‌کنشی و همچنین در حضور یک پتانسیل دام با اندازه‌ی محدود مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در فصل دوم، به موضوع نوسانگر تغییر شکل یافته‌ی f و تحقق آن در سامانه‌های اتمی می‌پردازیم. در این راستا، ابتدا نوسانگر کوانتومی q و تعبیر فیزیکی تغییر شکل در آن به عنوان یک غیرخطیت خاص در بسامد نوسانات نوسانگر مطرح می‌شود. سپس نوسانگر f را با انگیزه‌ی تعمیم نوع غیرخطیت ظاهر شده در نوسانگر q بررسی کرده و منشاء فیزیکی این تغییر شکل و ارتباط آن با غیرخطیت‌های سامانه‌ی فیزیکی را مورد بحث قرار می‌دهیم. به عنوان یک مثال فیزیکی، برخورد بین اتم‌ها را در چارچوب نوسانگرهای کوانتومی تغییر شکل یافته‌ی f بررسی می‌کنیم. در سامانه‌های اتمی مقید به یک پتانسیل دام، واقعیت فیزیکی محدود بودن اندازه‌ی دام از اهمیت بسزایی برخوردار است. در این جا نشان داده شده است که اثرات فیزیکی ناشی از محدود بودن اندازه‌ی دام در چارچوب الگوی نوسانگر کوانتومی f قابل بررسی است. اگرچه از این الگو در مورد چگالیده‌ی اتمی درون دام محدود استفاده نشده است، اما امید است که در آینده بتوان آن را در بررسی ویژگی‌های کوانتومی حرکت مرکز جرم سامانه‌های اتمی در تعدادی از مثال‌های فیزیکی مهم از جمله یون‌های به دام افتاده، مطالعه‌ی حامل‌ها در نانو ساختارها و چگالیده‌ی بوز-اینشتین به کار برد.

مروری بر تعریف و معیارهای سنجش برخی حالت‌های غیرکلاسیک میدان‌های کوانتومی از جمله آمار کوانتومی زیرپواسونی^{۱۳} و چلانگی مؤلفه‌های کوادراتوری^{۱۴} در فصل سوم انجام شده است. در این جا، ضمن معرفی تابع توزیع P از آن برای تعریف غیرکلاسیک بودن یک میدان کوانتومی استفاده شده است. دو کمیت پارامتر مندل و پارامتر چلانگی برای سنجش ویژگی‌های غیرکلاسیکی مطرح شده‌اند.

در فصل چهارم، الگوی تغییر شکل یافته‌ی دیک^{۱۵} را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم که اثر محدود بودن تعداد اتم‌ها درون چگالیده به صورت یک تغییر شکل طبیعی یا ذاتی در چارچوب نوسانگرهای تغییر

^{۱۲} Gross-Pitaevskii equation

^{۱۳} sub-Poissonian quantum statistics

^{۱۴} quadrature squeezing

^{۱۵} deformed Dicke model

شکل یافته‌ی f قابل بررسی است. در این فصل با در نظر گرفتن دو واقعیت فیزیکی یعنی وجود برخورد بین اتم‌ها و محدود بودن تعداد اتم‌ها درون چگالیده‌ی اتمی در چارچوب الگوی نوسانگر f و وارد کردن اثرات غیرخطی وابسته به آن‌ها به امکان تولید، کنترل و دستکاری در ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان تابشی توسط این غیرخطیت‌ها در غیاب عوامل اتلافی می‌پردازیم.

یکی از پدیده‌هایی که به شدت بر بروز ویژگی‌های غیرکلاسیک اثر مخرب دارد واهمدوسی است. در فصل پنج، با در نظر گرفتن الگوی میلیورن برای واهمدوسی ذاتی، معادله‌ی میلیورن را برای هامیلتونی غیرخطی الگوی مورد بررسی، بطور دقیق حل می‌کنیم. در این فصل نشان می‌دهیم که به کمک غیرخطیت‌های درون سامانه‌ی اتمی می‌توان بطور مؤثری اثر تخریبی ناشی از واهمدوسی ذاتی بر تولید و کنترل میدان تابشی غیرکلاسیک را کنترل کرد.

فصل ۱

توصیف نظری چگالیده‌ی بوز-اینشتین

استاندارد

۱.۱ مقدمه

در این فصل، پس از بیان تاریخچه‌ی مختصری از سیر تحول چگالیده‌ی بوز-اینشتین، توصیف نظری آن را به عنوان یک سامانه‌ی چند ذره‌ای برهم‌کنشی از بوزون‌ها، هم از نقطه نظر ویژگی‌های آمار کلاسیک و ترمودینامیکی، و هم از جنبه‌ی آمار کوانتومی و تحول زمانی حالت چگالیده، مطرح می‌کنیم. از کمیت‌های مهم در رهیافت آمار کلاسیک، می‌توان به دمای گذار چگالیده و تعداد اتم‌ها در فاز چگالیده اشاره کرد که مقدار عددی آن‌ها به حضور یا عدم حضور دام (به ترتیب متناظر با چگالیده‌ی ناهمگن و همگن یا آزاد)، اثر محدود بودن تعداد اتم‌ها (هم ارز با در نظر گرفتن انرژی غیر صفر برای حالت پایه‌ی تک ذره‌ای چگالیده‌ی اتمی) و اثر برهم‌کنش بین اتم‌ها (ایده‌آل نگرفتن چگالیده) بستگی دارند.

از نقطه نظر آمار کوانتومی و تحول زمانی حالت چگالیده نیز دیدگاه‌های مختلفی وجود دارد که می‌توان به تقریب هارتری (استفاده از حالت عددی برای توصیف چگالیده)، تقریب میدان میانگین (استفاده از حالت همدوس برای توصیف چگالیده) و توصیف بر مبنای بسته‌ی موج (برای تعداد اتم‌های محدود اما نامعین در چگالیده) اشاره کرد. این سه دیدگاه اگرچه در حد ترمودینامیکی (یعنی $N \rightarrow \infty$ و $V \rightarrow \infty$) اما ثابت $(N/V = \text{ثابت})$ هم ارز هستند اما برای چگالیده‌های با تعداد اتم‌های محدود و کم به پیش‌بینی‌های فیزیکی متفاوتی منجر می‌شوند. در این بخش، به‌ویژه، معادله‌ی گروس-پیتاوسکی، به عنوان معادله‌ی حاکم بر چگالیده‌ی بوز-اینشتین استاندارد در دمای صفر، معرفی و مورد حل و بحث قرار می‌گیرد.

۲.۱ مروری بر تاریخچه‌ی چگالیده‌ی بوز-اینشتین

چگالیده‌ی بوز-اینشتین، به عنوان يك محیط مادی با ویژگی‌های ترمودینامیکی و آمار کوانتومی منحصر به فرد، از دیدگاه نظری و تجربی همواره مورد توجه بوده است. علاقمندی به این موضوع، به ویژه از سال ۱۹۹۵ که پژوهش‌های تجربی برای تولید آن به نتیجه رسید، به شدت رو به گسترش بوده است. منشاء طرح موضوع چگالیده‌ی اتمی به سال ۱۹۲۴ برمی‌گردد، موقعی که بوز^۱ برای اولین بار نشان داد [۹۱] قانون توزیع پلانک برای فوتون‌ها را از ملاحظات آماری نیز می‌توان به دست آورد. بر این اساس، او نتیجه گرفت که فوتون‌ها از نوعی تمایل برای اشغال يك حالت برخوردارند. اینشتین ایده‌ی بوز را به رده‌ی گسترده‌تری از ذرات مادی، که امروزه آن‌ها را بوزون می‌نامیم، تعمیم داد [۹۲]. او نشان داد که در دماهای به اندازه‌ی کافی کوچک و چگالی‌های به اندازه‌ی کافی بزرگ، به گونه‌ای که طول موج دو بروی اتم‌ها قابل مقایسه و یا بزرگ‌تر از فاصله‌ی بین آن‌ها شده و موج‌های مادی آن‌ها هم‌پوشانی کنند، يك گاز از بوزون‌های غیربرهم‌کنشی، تمایل به اشغال ماکروسکوپیك يك حالت پایه‌ی کوانتومی پیدا می‌کنند. چگالش ذرات مادی بوزونی در حالت پایه، همراه با اشباع جمعیت ترازهای برانگیخته، را چگالش بوز-اینشتین می‌نامند. این موضوع تا سال ۱۹۳۸ مسکوت ماند، تا این که در این سال، پدیده‌ی ابرشارگی^۲ در هلیوم کشف شد [۹۳]. در این پدیده، هلیوم مایع در دمای پایین‌تر از یک دمای بحرانی، بدون هیچ‌گونه چسبندگی یا اصطکاک، جریان پیدا می‌کند. در همان سال، ثابت شد که پدیده‌ی ابرشارگی نمودی از چگالش اتمی است [۹۴]. يك توصیف پدیده‌شناختی مناسب از ابرشاره‌ی هلیوم بر مبنای الگوی دوشاره‌ای پیشنهاد شد [۹۵] که در آن مؤلفه‌ی ابرشاره، همان بخش چگالیده‌ی بوزونی هلیوم مایع است. سپس موضوع برهم‌کنش بین ذرات در هلیوم در چارچوب ایده‌ی شبه‌ذرات^۳، به طرح الگوی يك گاز برهم‌کنشی ضعیف از شبه‌ذرات منجر شد [۹۶]. براساس ایده‌ی دوشاره‌ای، بوگولیوبوف با جداسازی حالت شاره به دو بخش حالت چگالیده و بخش حالت برانگیخته و استفاده از تبدیلات خاص، يك طیف دوشاره‌ای از شبه‌ذرات غیربرهم‌کنشی را (معادل با سامانه‌ی برهم‌کنشی) به دست آورد [۹۷]، و در نهایت فاینمن [۹۸] يك نظریه‌ی میکروسکوپیك برای بررسی مایع بوزونی ارائه کرد. به عنوان يك نمود دیگر از چگالش بوز-اینشتین می‌توان به چگالش زوج‌های الکترون با اسپین مخالف (زوج‌های کوپر^۴) در ابررساناها اشاره کرد که معادل با از بین رفتن مقاومت الکتریکی در دمایی پایین‌تر از

Bose^۱superfluidity^۲quasiparticle^۳Copper pairs^۴

یک دمای بحرانی است.

با توسعه‌ی روش‌های سردسازی هم‌چون سردسازی لیزری^۵ [۹۹] (یعنی فراهم کردن شرایط جذب فوتون توسط اتم‌ها در یک برخورد رودررو و رساندن دما به حدود میکروکلین و دام‌اندازی حدود 10^8 اتم) و سردسازی تبخیری^۶ [۱۰۰] (یعنی فراری دادن اتم‌های پرانرژی موجود در لبه‌ی دام با تغییر عدد کوانتومی مغناطیسی آن‌ها توسط امواج رادیویی، و رساندن دما به حدود نانوکولین و دام‌اندازی حدود 10^5 اتم با چگالی 10^{12} تا 10^{15} cm^{-3}) و روش‌های به‌دام‌اندازی مانند ابداع دام‌های مغناطی-اپتیکی^۷ [۱۰۱]، مشخص شد که اتم‌های قلیایی برای اعمال این روش‌ها ایده‌آل هستند، زیرا اولاً بسامد گذارهای اتمی آن‌ها در محدوده‌ی لیزرهای در دسترس بودند، ثانیاً در این دما به مایع یا جامد تبدیل نمی‌شدند و ثالثاً این‌که این اتم‌های خنثی و با اسپین درست، پارامغناطیس بوده و می‌توانند به طور مغناطیسی به‌دام افتند. اما تنها بعد از پیشنهاد اجرای هم‌زمان همه‌ی روش‌های سردسازی لیزری و تبخیری و به‌دام‌اندازی مغناطیسی در سال ۱۹۸۹ [۱۰۲] بود که امکان تحقق تجربی چگالیده‌ی اتمی از اتم‌های قلیایی در سال ۱۹۹۵ در بخارهای اتمی روبیدیم [۱۰۳]، سدیم [۱۰۴] و لیتیوم (با نیروی جاذبه‌ی بین اتمی) [۱۰۵] فراهم شد. مطابق این پیشنهاد، گازهای اتمی ابتدا توسط لیزر سرد شده و به‌دام می‌افتند و آن‌گاه در یک دام مغناطیسی به طور تبخیری و با کاهش پیوسته‌ی عمق دام سردتر و سردتر می‌شوند تا این‌که در نهایت چگالیده‌ی اتمی تشکیل می‌شود. بر همین اساس، محدود بودن عمق دام و اندازه‌ی آن در تشکیل چگالیده‌ی اتمی، تنظیم دما و کنترل تعداد اتم‌های به‌دام افتاده نقش مهمی ایفا می‌کنند.

جست و جو برای تحقق تجربی چگالیده‌ی بوز-اینشتین در سایر اتم‌ها ادامه دارد. تاکنون تحقق تجربی چگالیده در بخار اتمی هیدروژن [۱۰۶]، هلیوم [۱۰۷]، پتاسیم [۱۰۸]، سزیم (دارای یک طیف پهن تشدید فضاخ^۸ مناسب برای کنترل دامنه‌ی پراکندگی) [۱۰۹]، کرومیوم [۱۱۰]، یتربیوم [۱۱۱] و مولکول‌های بوزونی متشکل از اتم‌های فرمیونی [۱۱۲] به اثبات رسیده است.

۳.۱ اهمیت و کاربرد چگالیده‌ی بوز-اینشتین

چگالیده‌ی بوز-اینشتین از چند جنبه دارای اهمیت است:

(۱) این محیط مادی به دلیل ماهیت ذاتاً کوانتومی و با داشتن درجات کنترلی فراوان، ضمن ایجاد

^۵ laser cooling

^۶ evaporative cooling

^۷ magneto-optical trapping (MOT)

^۸ Feshbach resonance