بسم الله الرحمن الرحيم

٣٤٤٨٩

۱۳۸۰ /۴/ ۲۰

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده علوم - بخش فیزیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان:

بررسی نوسانگر هماهنگ ساده نسبیتی

مؤلف:

سیامک پیلبان

011559

استاد راهنما:

دکتر امید حمیدی

تیر ۱۳۷۹

۳۴۶۸۶

بسمه تعالی

این پایان نامه

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد

به

بخش فیزیک

دانشکده علوم ، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو : سیامک پیلبان

استادراهنما: دکتر امید حمیدی

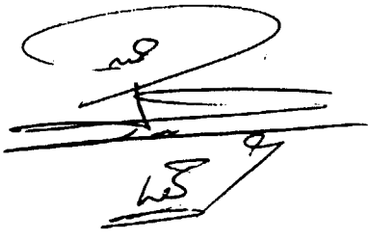
داور۱: دکتر محمد مهدی گلشن

داور۲: دکتر محمدرضا مطلوب

داور۳:

داور٤:

امضـــاء



حق چاپ محفوظ و متعلق به مولف است.

تقدیم به:

روان پاک مادرم

پدر به پاس بیکران وسعت نگاهش

و همسرم که مهر چشمانش احساس گرم نور

تشکر و قدردانی

خداوند بلند مرتبه را سپاس می گویم که مرا توفیق اهتمام و انجام این مجموعه را عنایت فرمود.

بدین وسیله مراتب امتنان و سپاس بی پایان خود را از دکتر امیدحمیدی که راهنمائیها و پشتیبانی های همه جانبه ایشان در زمان انجام پایان نامه همواره رهگشای من بوده است اعلام می دارم، بی گمان شاگردی ایشان برای همیشه مایه فخر و مباهات من خواهد بود.

وظیفه خود می دانم از آقای دکتر محمد مهدی گلشن استاد بخش فیزیک دانشگاه شیراز و آقای دکتر محمدرضا مطلوب استاد بخش فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان که داوری این پایان نامه را بر عهده داشتند و با حسن ظن خویش متن را مورد بازبینی قرار دادند تشکر کنم.

بدون شک اگر دقت و مهارت قابل ستایش آقای مسعود رحمانیان نبود این پایان نامه هیچ وقت به شکلی که اکنون در دست است آماده نمی شد زحمات بی دریغ ایشان را ارج می نهم و صمیمانه سپاسگزارشان هستم.

چکیده:

موضوع نوسانگر هماهنگ ساده در چهارچوب مکانیک کوانتومی نسبیتی از اهمیت ویژه ای برخوردار است به همین جهت در این پایان نامه ابتداپس از تعیین فرم نسبیتی قانون هوک به معادله نسبیتی نوسانگر هماهنگ ساده می رسیم که در شکل کوانتومی آن، معادله کلین گوردن جفت شده با پتانسیل هماهنگ بدست می آید. ما این معادله را از روش اختلالی حل و تابع موج آن را تا مرتبه دوم اختلال مشخص می کنیم و آن را با تابع موج غیر نسبیتی مقایسه می کنیم.

همچنین معادله جفت شده ای ارائه می شود که این معادله دارای حل دقیق می باشد و قادر خواهیم بود ترازهای انرژی و تابع موج آن را تعیین کنیم. از ویژگی معادله ارائه شده این است که درحد غیرنسبیتی ($c\to\infty$) ترازهای انرژی به ترازهای انرژی غیرنسبیتی تبدیل می شوند، و توابع موج آنها همانند توابع موج نوسانگر هماهنگ ساده غیرنسبیتی است.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مقدمه ۱

فصل دوم: نسبیت خاص ۶

۲-۱- حرکت شناسی نسبیتی: فضاو زمان ۷

۲-۱-۱- تبدیلات گالیله ۹

۲-۱-۲- تبدیلات لورنتس ۱۱

۲-۱-۳- انقباض فضا ۱۲

۲-۱-۴- اتساع زمان ۱۲

۲-۲- دینامیک نسبیتی ۱۳

۲-۲-۱- نیروی نسبیتی ۱۴

۲-۲-۲- انرژی نسبیتی ۱۴

۲-۲-۳- هم ارزی جرم و انرژی ۱۵

۲-۳- چهار بردار فضا- زمان ۱۷

۲-۳-۱- چهاربردار اندازه حرکت- انرژی ۱۸

۲-۳-۲- چهاربردار نیرو ۱۹

۲-۴- فرمول بندی چهاربعدی همخوان ۲۰

۲-۴-۱- معادلات نیرو و انرژی در مکانیک نسبیتی ۲۶

فصل سوم: نوسانگرهماهنگ نسبیتی ۳۴

۳-۱- نوسانگرهماهنگ غیرنسبیتی ۳۵

۳-۱-۱- تابع موج نوسانگر هماهنگ خطی ۳۸

۳-۲- نوسانگر هماهنگ نسبیتی ۴۱

۳-۳- روش اختلالی ۴۶

۳-۳-۱- اختلال مرتبه اول ۴۸

۳-۳-۲- اختلال مرتبه دوم ۵۲

فصل چهارم: معادله کلین گوردن ۵۶
۴-۱- معادله کلین گوردن ۵۷
۴-۲- معادله کلین گوردن جفت شده با پتانسیل ۶۰

فصل پنجم: نتیجه گیری ۶۵

پیوست ها ۷۰
پیوست الف ۷۱
پیوست ب ۷۲
پیوست ج ۷۸

منابع ۸۵

مرکز اطلاعات علمی پژوهشگاه علوم ایران

فصل اول

مقدمه

قبل از سال ۱۹۰۰ میلادی برای توجیه بسیاری از پدیده های فیزیکی نظریه های قانع کننده ای ارائه شده بود شالوده آنها عمدتاً قوانین نیوتن در مکانیک و قوانین ماکسول در الکترومغناطیس بود که «فیزیک کلاسیک» می نامند. از اواخر قرن نوزدهم پدیده هایی مشاهده شدند که قانونهای مذکور قادر به تعیین آنها نبود و با ارائه دو نظریه «نسبیت» و «کوانتومی» فیزیک قرن بیستم متحول گشته و وارد مرحله جدیدی شد که «فیزیک جدید» نام گرفت.

اگر سیستمی حول یک نقطه تعادلی ارتعاش بکند دارای حرکت نوسانی هماهنگ خواهد بود. چنین سیستمی می تواند یک جرم متصل به فنر یا مولکول دو اتمی، یک اتم در شبکه بلوری و غیره باشد. شرط ایجاد یک حرکت هماهنگ حضور یک نیروی بازگرداننده است که به سیستم اثر می کند تاآنرا به نقطه تعادلش برگرداند. لختی جرم سیستم باعث دور شدن آنها از نقطه تعادلشان شده و اگر هیچگونه فرآیند اتلافی وجود نداشته باشد سیستم بطور نامحدود نوسان می کند.

نوسانگرهماهنگ ساده (SHO)[1] بی تردید از مهمترین مسائل در مکانیک کلاسیک و مکانیک کوانتومی می باشد و بسیاری از معادلات حرکت سیستمها چه در معادله هامیلتونی کلاسیک و مکانیک کوانتومی شرودینگر بر این اساس تشریح می شود [۱]. تمام پدیده های نوسانی از معادلاتی پیروی می کنند که بسیار به یکدیگر شبیه می باشند. این معادلات را «معادلات دیفرانسیل خطی با ضرائب ثابت» می نامند [۲].

ولی آنچه مورد توجه ما می باشد بررسی نوسانگر هماهنگ ساده در سرعتهای بالا یا در ناحیه نسبیتی است که این نوسانگرها (RSHO)[2] از اهمیت ویژه ای در مکانیک کوانتوم

---

1 - Simple harmonic oscillator.

2 - Relativistic simple harmonic oscillator.

نسبیتی برخوردار می باشد. تحقیق در مورد یک نوسانگر هماهنگ کوانتوم نسبیتی عمر طولانی ندارد و به زمان یوکاوا و بدنبال آن فایمن و بسیاری دیگر از محققان برمی گردد[۳و۵].

اهمیت نوسانگرهای (RSHO) زمانی آشکار می شود که بخواهیم بطور کلی حالت مقید هر معادله کوانتومی را در ناحیه نسبیتی بدست آوریم. بویژه اینکه هیچ معادله نسبیتی صحیحی برای نوسانگر هماهنگ نسبیتی به نظر نمی رسد [۶] . همین مشکل باعث می شود که ما قادر به تعیین حالتهای مقید (bound state) نخواهیم بود. بنابراین دیدگاههای متفاوتی در مورد موضوع نوسانگر هماهنگ نسبیتی (RHO)[۳] وجود دارد و از جنبه های مختلف به آن توجه شده است.

در فصل دوم ابتدا ما به بررسی نامناسب بودن قوانین نیوتنی در مورد حرکت اجسام با سرعت زیاد پرداخته ایم و با بیان این موضوع که مکانیک نیوتنی یا مکانیک کلاسیک در واقع یکی از قدیمی ترین علوم طبیعی است که بشر با آن آشنایی پیدا کرده است، قوانین و نتایج حاصل از آنها عموماً با مشاهدات روزمره سازگاری دارند و این علم را بصورت یکی از سهل ترین و پذیرفتنی ترین علوم اولیه به شمار می آورد، چنانچه به نظر دانشمندان هر پدیده علمی می بایست بر اساس این قوانین توجیه پذیر می بود.

در مبحث مکانیک اصولاً حرکت یک دستگاه توسط ناظری که روی دستگاه دیگر قرار گرفته مطالعه می شود و عموماً دستگاههای مختلف نسبت به یکدیگر در حرکت بوده و تعیین یک دستگاه که در حال سکون مطلق باشد قابل تصور نیست و مهمترین اصل حاکم بر آن را می توان بدین صورت عنوان کرد: «قوانین مکانیک نسبت به ناظرین لخت متفاوت ناورداست». این بدان مفهوم است که شکل رابطه ریاضی که قانون مذکور را توصیف می کند برای

---

3 - Relativistic harmonic oscillator.

دستگاههای لخت تغییر نمی کند و روابطی که کمیات مکانیکی اندازه گیری شده توسط یک ناظر به ناظر لخت دیگر منتقل می کند به تبدیلات گالیله موسوم است.

با آزمایش مایکلسون مورلی یک اصل جدید فیزیکی پا به حیات گذاشت و آن اینکه سرعت نور در فضای آزاد و در همه جا یکسان است و این مستقل از هر حرکت ممکن منبع یا ناظر می باشد. تبدیلات فضائی و سرعت گالیله گرچه با مشاهدات روزمره سازگاری دارند ولی هر دو اصل نسبیت خاص را نقض می کنند. از این جهت اگر اصول نسبیت خاص پذیرفته شده باشند لازم است معادلات تبدیل فضا، زمان و نیز سرعت متفاوت از روابط گالیله باشد این تبدیلات جدید به تبدیلات لورنتس معروف هستند.

با آشنایی با تبدیلات لورنتس وارد مرحله بعد می شویم که در این مرحله به قوانینی از مکانیک احتیاج داریم که برای تمام فیزیک یکسان می باشند و انتظار داریم شکل یکسانی برای تمام دستگاهها با حرکت یکنواخت وجود داشته باشد. بررسی ناوردائی شکل قوانین فیزیک تحت تبدیلات لورنتس با نوشتن این قوانین به شکل چهار بعد- جهانی بسیار آسان است. بعد از این مرحله به بیان معادلات انرژی و نیرو در مکانیک نسبیتی خواهیم پرداخت و به معرفی چهار بردار نیروی مینکوفسکی می پردازیم و رابطه بین مؤلفه های نیروی معمولی و مؤلفه های نیروی مینکوفسکی را بیان می کنیم.

در فصل سوم ابتدا نوسانگر هماهنگ غیر نسبیتی را بطور اجمالی معرفی می کنیم و بعد از آن با توجه به مؤلفه های نیروی نسبیتی و رابطه آن با نیروی معمولی، شکل نسبیتی قانون هوک را بدست می آوریم و با یک انتگرال گیری از حرکت، معادله یک نوسانگر هماهنگ نسبیتی را بدست می آوریم و زمان تناوب این نوسانگر را محاسبه می کنیم. شکل کوانتومی این معادله در واقع معادله کلین گوردن جفت شده با پتانسیل هماهنگ می باشد. از آنجائیکه این معادله نسبیتی حل پذیر نیست و دارای حل دقیق نمی باشد با استفاده از روش اختلالی معادله

را حل و تابع موج آن را بدست می آوریم که شکل آنها در پایان برای مرتبه های مختلف انرژی رسم شده است در فصل چهارم به معرفی معادله کلین گوردن خواهیم پرداخت و در آنجا توضیح می دهیم که معادله نسبیتی بدست آمده برای نوسانگر هماهنگ نسبیتی در شکل کوانتومی در واقع معادله کلین گوردن جفت شده با پتانسیل هماهنگ می باشد. در این فصل شکلی از معادله کلین گوردن ارائه می شود که این معادله در حد غیر نسبیتی ($c\to\infty$) هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ را به ما می دهد و برای پتانسیل $V(0)$ انرژی نسبیتی یک ذره آزاد را خواهیم داشت و از این ویژگی برخوردار است که دارای حل دقیق می باشد و می توان تابع موج و همچنین ترازهای انرژی آن را مشخص کرد. در پیوستها علائم بکار برده شده و محاسبات تکمیلی ارائه شده است.

فصل دوم

نسبیت خاص

۲ ـ ۱ ـ حرکت شناسی نسبیتی : فضا و زمان

بیش از دویست سال اعتقاد بر این بود، معادلاتی که توسط نیوتن شرح داده شده است بدرستی پدیده های مکانیکی را وصف می کند و درست در زمانی که خطای آن مشخص گردید راه تصحیح آن هموار شد. خطا و هم تصحیح توسط انیشتین در سال ۱۹۰۵ کشف شد.

معادله دوم نیوتن توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$F = \frac{d(mv)}{dt} \qquad (۲ - ۱)$$

حالتی است که فرض آن بر ثابت بودن مقدار m، استوار می باشد. ولی اکنون می دانیم که این درست نیست و جرم اجسام با سرعت افزایش می یابد. در فرمول بندی انیشتین تصحیح مقدار m برابر بود با:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \qquad (۲ - ۲)$$

در حقیقت این تصحیح در فرمول بندی، بوسیله مشاهده انواع زیادی از ذراتی که با سرعتهای نزدیک به سرعت نور حرکت می کردند به طور قانع کننده ای قطعی شد.

اصل نسبیت که اولین بار توسط نیوتن تعیین شد. یکی از نتایج منطقی در قوانین حرکت بود. «برای حرکت اجسام در یک فضای معین تفاوتی وجود ندارد که فضا را ثابت و یا در حال حرکت مستقیم الخط با سرعت ثابت در نظر بگیریم» این بدین معناست که: هر گاه دستگاهی بطور یکنواخت در حال حرکت است، تمام آزمایشات و پدیده هائی که در این سیستم انجام می گیرند همانند زمانی است که سیستم در حال سکون می باشد. البته به شرط اینکه کسی بیرون از سیستم را نبیند. این مفهوم اصل نسبیت است که نظریه ای ساده و کامل می باشد.