بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه علامه طباطبائی
دانشکده‌ی اقتصاد
گروه آمار، ریاضی و کامپیوتر

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد **آمار اجتماعی اقتصادی**

عنوان

محاسبه‌ی کارایی فرایند برای توزیع‌های نرمال و برازش داده شده

پژوهشگر

مریم غلامی

استاد راهنما

دکتر محمد بامنی مقدم

استاد مشاور

دکتر نادر نعمت الهی

بهمن ۸۹

کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان‌نامه

برای دانشگاه علامه طباطبائی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر منبع مانعی ندارد.

تأیید پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشدتوسط دانشجو

عنوان پایان‌نامه: محاسبه‌ی کارایی فرایند برای توزیع‌های نرمال و برازش داده شده

نام دانشجو: مریم غلامی

شماره‌ی دانشجویی: ۸۷۱۱۱۶۲۰۹

استاد راهنما: دکتر محمد بامنی مقدم

این‌جانب **مریم غلامی** دانشجوی کارشناسی ارشد رشته‌ی **آمار اجتماعی اقتصادی** دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی گواهی می‌نمایم پژوهش‌های ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان مذکور توسط شخص این‌جانب انجام شده است و درستی مطالب نگارش یافته مورد تأیید می‌باشد. همچنین گواهی می‌نمایم مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط این‌جانب یا فرد دیگری در هیچ کجا ارائه نشده است و در نگارش متن پایان‌نامه شیوه‌ی نگارش مصوب دانشکده‌ی اقتصاد را به‌طور کامل رعایت نموده‌ام. چنان‌چه در هر زمان خلاف آن‌چه گواهی نموده‌ام مشاهده گردد خود را از آثار حقیقی و حقوقی ناشی از دریافت مدرک کارشناسی ارشد محروم می‌دانم و هیچ‌گونه ادعایی نخواهم داشت.

تاریخ: **امضا دانشجو:**

اهدایه

تقدیم به مادر و پدر عزیزم

به پاس زحمات بی دریغشان

سپاس‌گزاری

سپاس خدای را که هر توفیقی در گرو عنایت اوست. اکنون که با یاری او توانسته‌ام تلاشی هر چند ناچیز را در راه کسب دانش به انجام رسانم، بر خود لازم می‌دانم از استاد راهنمای بزرگوارم، جناب آقای دکتر محمد بامنی مقدم به پاس زحمات بی پایانشان در هدایت اینجانب، قدردانی نمایم.

از استاد مشاورم جناب آقای دکتر نادر نعمت‌الهی که تذکراتشان باعث غنای پایان‌نامه شد، تشکر می‌نمایم. همچنین از جناب آقای دکتر نواب‌پور و جناب آقای دکتر اسکندری که زحمت داوری این اثر را به عهده داشتند سپاس‌گزارم.

در پایان، از خواهرم و تمامی کسانی که در تهیه‌ی این پایان‌نامه با حمایت‌های خویش، همواره مرا پشتیبانی کرده‌اند نهایت سپاس و قدرشناسی را دارم.

بهمن۸۹

فهرست مطالب

فهرست مطالب ب

فهرست جدول‌ها ج

فهرست شکل‌ها چ

نمادها و علایم اختصاری خ

۱ کلیات ۱

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ بیان مسئله ۱

۱-۳ تعریف مفاهیم و واژه‌های اساسی ۵

۱-۴ مرور نوشتگان ۶

۱-۵ هدف پژوهش ۷

۱-۶ چشم انداز فصل‌های آینده ۸

۲ شاخص‌های قابلیت فرایند برای مشخصه‌هایی با توزیع نرمال ۹

۲-۱ مقدمه ۹

۲-۲ پیشینه و سیر تکاملی شاخص قابلیت فرایند ۱۰

۲-۳ معرفی شاخص‌های قابلیت اولیه ۱۱

۲-۳-۱ تعریف‌های اولیه ۱۱

۲-۳-۲ شاخص C_p ۱۲

۲-۳-۳ شاخص C_{pk} ۱۴

۲-۳-۴ شاخص C_{pm} ۱۶

۲-۳-۵ شاخص C_{pmk} ۱۸

۲-۴ ارزیابی شاخص قابلیت فرایند ۲۰
۲-۵ روابط بین شاخص‌ها ۲۰
۲-۶ تفسیر شاخص‌ها ۲۲
۲-۷ ارتباط شاخص قابلیت فرایند باتعداد نامنطبق‌ها در فرایند ۲۳
۲-۸ ارتباط شاخص قابلیت فرایند با اندازه‌ی نمونه ۲۵
۲-۹ اثر نرمال نبودن داده‌ها بر شاخص قابلیت فرایند ۲۶
۲-۱۰ اثر داده‌های همبسته بر شاخص قابلیت فرایند ۲۶
۲-۱۱ اثر خطای اندازه‌گیری بر شاخص قابلیت فرایند ۲۷

۳ شاخص قابلیت فرایند برای مشخصه‌ای با توزیع غیرنرمال ۳۰
۳-۱ مقدمه ۳۰
۳-۲ روش‌های محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند برای مشخصه‌ای با توزیع غیرنرمال ۳۱
۳-۲-۱ روش‌های غیرتبدیلی ۳۲
۳-۲-۱-۱ نمودار احتمال ۳۲
۳-۲-۱-۲ روش کلمنتس ۳۳
۳-۲-۱-۳ روش توزیع آزاد فواصل رواداری ۳۴
۳-۲-۱-۴ شاخص رایت C_s ۳۵
۳-۲-۱-۵ روش واریانس موزون ۳۶
۳-۲-۲ روش تبدیلی ۳۸
۳-۲-۲-۱ تبدیل توان باکس- کاکس ۳۸
۳-۲-۲-۲ روش تبدیل جانسون ۳۹

۴ توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۴۱
۴-۱ مقدمه ۴۱
۴-۲ مطالعات مرتبط با فرمول‌بندی کردن توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۴۲
۴-۲-۱ توزیع توکی ۴۲
۴-۲-۲ خانواده‌ی توزیع‌های سه‌پارامتری ۴۳
۴-۲-۳ توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۴۴
۴-۲-۴ شکل دگرگون شده توزیع لامبدای تعمیم یافته ۴۶
۴-۳ مطالعه‌های مرتبط با روش‌های محاسبه‌ی پارامترهای توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۴۷

۴-۳-۱ روش گشتاوری ۴۷
۴-۳-۲ روش صدک‌ها ۴۸
۴-۳-۳ روش کم‌ترین توان‌های دوم ۴۹
۴-۳-۴ روش محاسبه‌ی مستقیم ۵۰
۴-۳-۵ روش ماکسیمم درستنمایی ۵۱
۴-۳-۶ جمع‌بندی روش‌های محاسبه‌ی پارامترهای توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۵۳
۴-۳-۶-۱ چگونگی براورد پارامترهای توزیع لامبدای تعمیم‌یافته از روش گشتاوری با کمک جدول ۵۳
۴-۴ براورد برخی توزیع‌های شناخته شده توسط توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۵۶
۴-۴-۱ براورد توزیع نرمال استاندارد توسط توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۵۷
۴-۴-۲ براورد توزیع t توسط توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۵۹
۴-۴-۳ براورد توزیع نمایی توسط توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۵۹
۴-۴-۴ براورد توزیع وایبول توسط توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۶۰
۴-۵ براورد توزیع داده‌های آماری توسط توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۶۱

۵ بررسی محاسبه‌ی شاخص با روش لامبدای تعمیم‌یافته ۶۳
۵-۱ مقدمه ۶۳
۵-۲ معیار مقایسه ۶۳
۵-۳ معرفی توزیع مورد بررسی (وایبول) ۶۴
۵-۴ بررسی روش شبیه‌سازی و محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند بر اساس روش‌های فصل‌سوم و مقایسه‌ی آن‌ها ۶۶
۵-۵ بررسی روش شبیه‌سازی و محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند بر اساس توزیع لامبدای تعمیم‌یافته ۶۹
۵-۶ نتیجه‌گیری ۷۲

کتاب‌نامه ۷۶

واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی ۸۳

پیوست الف برهان برخی رابطه‌ها ۸۸

پیوست ب برنامه‌ها **۹۱**

پیوست ج جدول‌ها **۹۲**

فهرست جدول‌ها

۲-۱ معیار سنجش برای ارزیابی شاخص قابلیت فرایند ۲۰

۴-۱ براورد پارامترهای توزیع لامبدای تعمیم‌یافته از روش‌های ماکسیمم درستنمایی و محاسبه‌ی مستقیم ۵۲

۴-۲ داده‌ها برای برازش توزیع لامبدای تعمیم یافته ۶۲

۵-۱ میانگین C_{pu}های محاسبه‌ی شده از صد مرتبه شبیه‌سازی توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ ۶۶

۵-۲ جدول راهنما برای تعیین روش مناسب بر اساس چولگی $\beta_۱$ و کشیدگی $\beta_۲$ داده‌ها . . . ۶۹

۵-۳ بیست $\widehat{C}_{pu}$ براورد شده با استفاده از روش توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با کمک داده‌های شبیه‌سازی شده از توزیع وایبول با پارامترهای ۱ و۲ به ازای سه مقدار هدف مختلف C_{pu}. ۷۱

۵-۴ میانگین C_{pu}های محاسبه شده از روش لامبدای تعمیم‌یافته با بیست مرتبه شبیه‌سازی از توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$. ۷۲

فهرست شکل‌ها

۲-۱ توزیع پنج جامعه‌ی نرمال ۱۴

۴-۱ تابع چگالی توزیع $GLD(۰, ۰/۱۹۷۵, ۰/۱۳۴۹, ۰/۱۳۴۹)$ منطبق بر توزیع نرمال استاندارد ۴۵

۴-۲ تابع چگالی توزیع $GLD(۰/۰۰۶۹, -۰/۰۰۱۱, -۰/۰۰۰۱, -۰/۰۰۱۱)$ منطبق بر توزیع نمایی با پارامتر $\lambda = ۱$ ۴۵

۴-۳ تابع چگالی توزیع $GLD(۰/۵, ۱/۹۶۹۳, ۰/۴۴۹۵, ۰/۴۴۹۵)$ منطبق بر توزیع بتا با پارامترهای $\alpha = ۲$ و $\beta = ۲$ ۴۶

۴-۴ برازش توزیع لامبدای تعمیم‌یافته (رامبرگ و اشمایزر) ، دگرگون شده‌ی توزیع لامبدای تعمیم‌یافته(فریمِر و همکاران) با محاسبه‌ی پارامترها به روش ماکسیمم درستنمایی و همچنین به طریق محاسبه مستقیم بر روی داده‌هایی از توزیع وایبول ۵۳

۴-۵ جدول‌ها مورد استفاده در تعیین پارامترهای توزیع لامبدای تعمییم یافته به روش گشتاوری ۵۵

۴-۶ انطباق دو تابع چگالی احتمال توزیع نرمال استاندارد و براورد آن توسط GLD ۵۸

۴-۷ انطباق دو تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال استاندارد و براورد آن توسط GLD ۵۹

۴-۸ انطباق دو تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال توزیع t و براوردهای آن‌ها توسط GLD ۶۰

۴-۹ انطباق دو تابع چگالی احتمال توزیع نمایی و براورد آن توسط GLD ۶۰

۴-۱۰ انطباق دو تابع چگالی احتمال توزیع وایبول و براورد آن توسط GLD ۶۱

۵-۱ توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ ۶۵

۵-۲ نمودار جعبه‌ای $\widehat{C}_{pu}$ها برای تمام روش‌های فصل سوم با داده‌های شبیه‌سازی شده از توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ و مقدار هدف $C_{pu} = ۱$ ۶۶

۵-۳ نمودار جعبه‌ای $\widehat{C}_{pu}$ها برای تمام روش‌های فصل سوم با داده‌های شبیه‌سازی شده از توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ و مقدار هدف $C_{pu} = ۱/۵$ ۶۷

۴-۵ نمودار جعبه‌ای $\widehat{C}_{pu}$ها برای تمام روش‌های فصل سوم با داده‌های شبیه‌سازی شده توزیع از وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ و مقدار هدف $C_{pu} = ۱/۶۶۷$ ۶۷
۵-۵ نمودار جعبه‌ای $\widehat{C}_{pu}$ های محاسبه‌ی شده از روش توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با داده‌های شبیه‌سازی شده از توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ و مقدار هدف $C_{pu} = ۱$. ۷۲
۶-۵ نمودار جعبه‌ای $\widehat{C}_{pu}$ های محاسبه‌ی شده از روش توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با داده‌های شبیه‌سازی شده از توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ و مقدار هدف $C_{pu} = ۱/۵$. ۷۳
۷-۵ نمودار جعبه‌ای $\widehat{C}_{pu}$ های محاسبه‌ی شده از روش توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با داده‌های شبیه‌سازی شده از توزیع وایبول با پارامترهای $\alpha = ۱$ و $\beta = ۲$ و مقدار هدف $C_{pu} = ۱/۶۶۷$. ۷۳

نمادها و علایم اختصاری

تعریف	نماد
حد مشخصه‌ی فنی بالا	USL
حد مشخصه‌ی فنی پایین	LSL
میانه‌ی فرایند	M
شش انحراف استاندارد فرایند	۶σ
میانگین فرایند	μ
تابع زیان x	$L(x)$
نسبت نامنطبق‌ها	p

چکیده

تاکنون روش‌های مختلفی برای بهینه‌سازی فرایندها و بالا بردن کیفیت محصولات تولیدی ارایه شده است که در آن‌ها، روش‌های کنترل کیفیت آماری به علت بررسی ماهیت تغییرپذیری در سامانه‌ها از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند. یکی از ابزارهای کنترل کیفیت آماری فرایند، محاسبه کارایی فرایند است که هدف اصلی آن، براورد توانایی ذاتی فرایند و چگونگی عملکرد آن نسبت به مشخصه‌های محصول است. یکی از معیارهای محاسبه‌ی کارایی فرایند، شاخص قابلیت فرایند است. این کمیت، عددی است که با کمک آن می‌توان مشخصه‌های فرایند را با رفتار تولید مقایسه کرد یا خواسته‌های مشتری را به فرایند مربوط کرد. برای محاسبه‌ی این شاخص همواره باید از نرمال بودن داده‌ها و همچنین تحت کنترل بودن فرایند، اطمینان حاصل کرد. بر اساس این دو فرض، در این پایان‌نامه سه نسل از شاخص‌ها معرفی می‌شوند و کاربردهای آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند.

از آن‌جا که رفتار یک فرایند به وسیله‌ی توزیع احتمال آن معرفی می‌شود، توزیع برازش داده شده به داده‌ها، باید معرف خوبی برای داده‌ها بوده تا شاخص قابلیت محاسبه شده، نماینده‌ی خوبی برای قابلیت فرایند باشد. در اکثر مواقع توزیع داده‌ها در فرایند نرمال نیست. اگر پیش فرض همیشگی یعنی نرمال بودن داده‌ها، در این‌گونه فرایندها، برای محاسبه‌ی شاخص در نظر گرفته شود، شاخص محاسبه شده، قابل اعتماد نخواهد بود. برای حل این مشکل روش‌های متعددی برای کاهش خطای محاسبات ارایه شده است. به‌طور کلی دو روش عمده برای بررسی این دست فرایندها وجود دارد. در روش اول، براورد قابلیت فرایند با ایجاد تغییراتی در محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند صورت می‌گیرد به‌گونه‌ای که، چولگی یا انحراف از نرمال ایجاد شده توسط داده‌ها تعدیل شود. در روش دوم، داده‌ها تغییر پیدا کرده و تبدیل به داده‌هایی با توزیع نرمال می‌شوند و سپس محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند با داده‌های جدید انجام می‌گیرد. این دو روش مشکلاتی را نیز در بر دارند. از آن جمله، می‌توان به دشواری دسترسی به تابع تبدیل مناسب و همچنین حجم بالا و پیچیدگی محاسبات در آن‌ها اشاره کرد.

روش دیگری که برای محاسبه‌ی کارایی فرایند در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار می‌گیرد، استفاده از توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با چهار پارامتر است. این توزیع بسیار منعطف بوده و قابل انطباق بر شکل‌های مختلف توزیع داده‌هاست. از این‌رو برای دستیابی به تابع توزیع داده‌ها در موارد غیرنرمال و یا ناشناخته، بسیار مناسب است. مزیت بزرگ این روش، سهولت محاسبات آن نسبت به روش‌های فوق است. همچنین این روش بر خلاف روش‌های قبل با اندازه‌ی نمونه‌ای

کوچک نیز معیار مناسبی برای براورد شاخص قابلیت فرایند ارایه می‌دهد.

سرانجام با شبیه‌سازی داده‌ها از توزیع وایبول به مقایسه‌ی کارایی شاخص قابلیت فرایند محاسبه شده با استفاده از توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با روش‌های معرفی شده‌ی دیگر در پایان‌نامه پرداخته شده است.

واژگان کلیدی. *شاخص قابلیت فرایند؛ روش تبدیلی؛ روش غیر تبدیلی؛ توزیع لا مبدای تعمیم‌یافته؛ روش گشتاوری.*

فصل ۱
کلیات

۱-۱ مقدمه

امروزه با توجه به رقابت شدید تجاری در صنعت و امور خدماتی، یکی از دغدغه‌های اصلی برای صاحبان واحدهای صنعتی و اریه‌کنندگان خدمات، بحث رضایت مشتری است و به این منظور باید به بهینه‌سازی سامانه‌ها، یعنی افزایش کیفیت و کاهش هزینه پرداخته شود. در این ارتباط، هدف اصلی بهینه‌سازی سامانه‌ها (محصولات و فرایندها) که از آن تحت عناوین مختلف ممکن است نام برده شود، کاهش بهینه‌ی هزینه‌ی کل محصول است که دارای دو مؤلفه‌ی عمده، یکی هزینه‌های قبل از فروش (هزینه ساخت) و دیگری هزینه‌های بعد از فروش محصول به مشتری (هزینه به کارگیری) است که در چرخه‌ی تحقق محصول رخ می‌دهد.

از آن‌جا که تغییرپذیری جزی ماهیت عملکردی سامانه‌های تصادفی است، به‌کارگیری روش‌های آماری به منظور شناخت و بهینه‌سازی آن‌ها از جایگاه ویژه‌ای برخوردارند.

۱-۲ بیان مسئله

با افزایش روز افزون دانش بشری و رشد فناوری‌ها (سامانه‌ها) و وابستگی جامعه بشری به آن، مقوله‌ی کیفیت و اقتصاد این فناوری‌ها از جایگاه بسیار والایی برخوردار شده است. بنابر این، تولید محصولاتی با کیفیت

بالا و هزینه‌ی پایین به عنوان رمز حیات سازمان‌ها مطرح است. در نتیجه، در دنیای تجاری امروز شرکت‌هایی می‌توانند در عصر جدید رقابت کرده و به حیات اقتصادی خود ادامه دهند که بهینه‌سازی مستمر سامانه‌ها (فرایندها، محصولات و خدمات) را به عنوان یک اصل اساسی پذیرفته باشند و در راستای تحقق آن گام بردارند. احتیاج به رقابت در قیمت و کیفیت باعث شده است تا بسیاری از سازمان‌های آگاه از وضعیت رقابت، تمرکز بیش‌تر خود را به بهینه‌سازی معطوف نمایند. در این ارتباط، چون اغلب سامانه‌ها تأثیرپذیر از عوامل تصادفی و یا اغتشاش هستند و تغییرپذیری جزی ماهیت عملکرد آن‌ها به شمار می‌آید، کنترل کیفیت آماری، به معنای کاربرد اصول و روش‌های آماری در کلیه‌ی مراحل طراحی، تولید، نگهداری و خدمات این فناوری‌ها با هدف براورده ساختن اقتصادی خواسته‌ها، از موقعیت ویژه‌ای برخوردار شده است.

در سازمان‌های تولیدی، روش‌های آماری که تحت عنوان کنترل کیفیت آماری مطرح می‌شوند، در کلیه فعالیت‌های مراحل مربوط به چرخه تحقق محصول که دارای سه بخش عمده‌ی:

۱- فعالیت‌های قبل از ساخت (شامل فعالیت‌های بازاریابی، طراحی محصول، طراحی فرایند ساخت و...)

۲- فعالیت‌های حین ساخت (شامل فعالیت‌های تولیدی)

۴- فعالیت‌های بعد از ساخت (شامل فعالیت‌های بسته‌بندی، ذخیره سازی، ارسال و...)

است، به کار گرفته می‌شوند. از سه فعالیت مذکور، دو فعالیت اول نقش بیش‌تری در هزینه‌های کل یک محصول خواهند داشت.

در این ارتباط، مراحل روش بهینه‌سازی قبل از ساخت، باعث بهینه شدن هزینه‌های واحد ساخت و به‌کارگیری می‌شود، درحالی که روش‌های بهینه‌سازی مربوط به فعالیت‌های حین ساخت که در مرحله‌ی تولید به کار گرفته می‌شود، باعث حفظ دستاوردهای ناشی از فعالیت‌های مراحل قبل می‌گردد. حفظ دستاوردهای مرحله‌ی بهینه‌سازی قبل از ساخت در مرحله‌ی حین ساخت، توسط فنون آماری در مبحث کنترل آماری فرایند(SPC) انجام می‌گیرد (بامنی مقدم، ۱۳۸۴).

یکی از ابزارهای کنترل آماری فرایند که در این زمینه کمک ارزنده‌ای به‌شمار می‌آید، محاسبه کارایی فرایند است. در دو دهه‌ی اخیر جهت‌گیری بسیاری از شرکت‌ها و واحدهای صنعتی و تولیدی از توجه و تمایل به اندازه‌ی بازده فرایند به سمت ارزیابی قابلیت فرایند برای نمایش وضعیت فرایند و بهبود آن، تغییر پیدا کرده است. از این رو، انتخاب ملاک و شاخصی که کیفیت محصول‌ها یا فرایندها، به وسیله‌ی آن ارزیابی شود، یکی از ملاحظات و دغدغه‌های مهمی است که به طور مؤثری بر روی تصمیم‌های مدیریت در عرصه‌ی رقابت اثر می‌گذارد. چگونگی استفاده از نمودارهای کنترل یا سایر روش‌های آماری به منظور براورد توانایی ذاتی فرایند و چگونگی عملکرد آن نسبت به مشخصه‌های طراحی(فنی) محصول، هدف اصلی

محاسبه‌ی کارایی فرایند است.

در اغلب مواقع کارایی فرایند به صورت یک کمیت (نسبت) ارایه می‌شود. این کمیت که به شاخص قابلیت فرایند معروف است، عددی است که با کمک آن می‌توان مشخصه‌های فرایند را با رفتار تولید مقایسه نمود یا خواسته‌های مشتری را به فرایند مربوط کرد. مقدار شاخص، کارایی فرایند را نشان می‌دهد یا صحیح‌تر آن‌که میزان براورده کردن نیاز مشتری را می‌سنجد. محاسبه‌ی شاخص کارایی فرایند به کمی نمودن تغییرپذیری فرایند و تحلیل تغییرپذیری با توجه به مشخصه‌های فنی محصول کمک می‌کند و معمولاً باعث می‌شود، تغییرپذیری به میزان نسبتاً زیادی کاهش یابد.

یکی از مزیت‌های این شاخص عدم وابستگی به واحد اندازه‌گیری است. این مزیت، شرایطی را برای مقایسه‌ی این شاخص با دیگر شاخص‌ها در فرایندهای مختلف به وجود می‌آورد که به وسیله‌ی آن می‌توان بهترین و کاراترین فرایند را برای تولید محصول مد نظر مشتری انتخاب کرد.

پس از شناخت این شاخص، بسیاری از سازمان‌های تجاری بزرگ به منظور افزایش کیفیت فرایندهای سازمان، برنامه‌هایی بر پایه‌ی این شاخص طراحی نموده‌اند که امروزه در سطح وسیعی از آن استفاده می‌شود، زیرا نشان‌دهنده‌ی امکان تولید مطمئن‌تر با ضایعات کم‌تر است. بنابر این، محاسبه‌ی صحیح شاخص و تصمیم‌گیری بر اساس آن منجر به هدایت مناسب منابع برای بهبود فرایندها و افزایش کیفیت می‌شود.

برای محاسبه‌ی این شاخص همواره باید از نرمال بودن داده‌ها و همچنین تحت کنترل بودن فرایند، اطمینان حاصل کرد. اگر داده‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2ی معلوم بوده و فرایند مورد نظر تحت کنترل باشد، این نسبت برای مشخصه‌ی کیفیت به‌صورت

$$C_p = \frac{U-L}{۶\sigma} \qquad (۱-۲-۱)$$

محاسبه می‌شود که در آن که حدود مشخصه‌های فنی بالا با U و پایین با L، نشان داده شده است. شاخص C_p یکی از ابتدایی‌ترین و متداول‌ترین معیارها برای سنجش قابلیت فرایند در ارتباط با حدود مشخصه‌ی فنی است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود این شاخص (C_p) با در نظر گرفتن هر دو حد بالا و پایین محاسبه شده است در حالی‌که در صورت مشخص نبودن هر یک از این حدود، محاسبه‌ی شاخص C_p کمی متفاوت است. در چنین وضعیتی، دو شاخص C_{pl} وC_{pu} که تنها از طریق یکی از حدود مشخصه‌های فنی (بالا یا پایین) محاسبه می‌شوند، استفاده می‌شود. شاخص‌های مذکور اختلاف بین حدود مشخصه‌ی فنی و میانگین را با نصف تغییرپذیری فرایند مقایسه می‌کنند. در محاسبه‌ی این سه شاخص اختلاف مقدار هدف از میانگین فرایند لحاظ نمی‌شود و این شاخص‌ها به تغییر این عوامل حساس نیستند.

زمانی‌که میانگین فرایند برابر با میانه‌ی حدود مشخصه‌ی فنی نیست، شاخص C_{pk} براورد دقیق‌تری از قابلیت فرایند، ارایه می‌کند. زیرا از طریق مقدار مینیمم دو شاخص قبل یعنی C_{pu} و C_{pl} محاسبه می‌شود. در

نتیجه، شاخص قابلیت فرایند C_{pk}، به جابه‌جایی میانگین فرایند حساس است.

گاهی در فرایندها، انحراف مکان فرایند از مقدار هدف، موجب هزینه‌ی بسیاری برای فرایند می‌شود، هرچند که تغییرپذیری توزیع مشخصه‌ی مورد بررسی(6σ) داخل حدود مشخصه‌ی فنی فرایند باشد. در چنین وضعیتی، شاخص C_{pm} تنها شاخصی است که دور شدن از مقدار هدف را به عنوان هزینه‌ی تولید محصول معیوب معرفی می‌کند و این هزینه در محاسبه‌ی این شاخص اعمال می‌شود.

سرانجام، شاخص C_{pmk}، معرفی می‌شود که این شاخص با اعمال هم‌زمان هر دو تصحیح شاخص‌های قبل به‌دست می‌آید و قابلیت فرایند را با در نظر گرفتن شرایط ذکر شده، محاسبه می‌کند.

به‌طور کلی می‌توان نتیجه گرفت در همه‌ی شاخص‌های معرفی شده‌ی قبلی که با فرض اولیه‌ی نرمال بودن داده‌ها محاسبه می‌شوند، عدد به دست آمده بیانگر میزانی از فاصله‌ی رواداری طبیعی توزیع فرایند مورد بررسی (در اکثر مواقع 6σی فرایند) است که داخل حدود مشخصه‌های فنی واقع شده است. البته، هر یک از این شاخص‌ها با توجه به چگونگی توزیع داده‌ها، یعنی تقارن و مکان واقع شدن میانگین، اطلاعات داده‌ها و فرض نرمال بودن، کاربردهای متفاوتی دارند.

از آن‌جا که رفتار یک فرایند به وسیله‌ی توزیع احتمال آن توضیح داده می‌شود، توزیع برازش داده شده به داده‌ها باید معرف خوبی برای داده‌ها بوده تا شاخص قابلیت که با کمک این توزیع محاسبه می‌شود، نماینده‌ی خوبی برای قابلیت فرایند باشد. در اکثر مواقع توزیع داده‌ها در فرایند نرمال نیست. این در حالی است که در برخی فرایندها، عدم پیروی از توزیع نرمال، شرایط مطلوب فرایند است. در چنین وضعیت‌هایی استفاده از این شاخص‌ها با پیش فرض‌های قبلی موجب محاسبه‌ی غلط شاخص قابلیت فرایند می‌شود. به عنوان مثال، در صنعت، بسیاری از فرایندها چوله هستند، این چولگی در اکثر مواقع مطلوب تولید است و تغییر در این چولگی، فرایند را از حالت مطلوب خود خارج می‌کند. به عبارت دیگر، اگر پیش فرض همیشگی، یعنی نرمال بودن داده‌ها را در این‌گونه فرایندها برای محاسبه‌ی شاخص در نظر بگیریم، شاخص محاسبه شده، قابل اعتماد نخواهد بود و محاسبه‌های صورت گرفته، گمراه کننده خواهند بود. برای حل این مشکل روش‌های متعددی برای کاهش خطای محاسبات ارایه شده است. به‌طور کلی دو روش عمده برای بررسی این دست فرایندهای غیرنرمال وجود دارد.

در روش اول براورد قابلیت فرایند با ایجاد تغییراتی در محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند صورت می‌گیرد به‌گونه‌ای که چولگی یا انحراف از نرمال ایجاد شده توسط داده‌ها تعدیل شود. در روش دوم، داده‌ها تغییر پیدا کرده و تبدیل به داده‌هایی با توزیع نرمال می‌شوند و سپس محاسبه‌ی شاخص قابلیت فرایند با داده‌های جدید انجام می‌گیرد. هرچند استفاده از روش دوم ساده‌تر است ولی مشکل عمده‌ی این نوع روش‌ها یافتن یک تابع تبدیل مناسب است.

در روش اول، از شاخص قابلیت تعمیم‌یافته استفاده می‌شود که با ایجاد تغییراتی در شاخص‌های اولیه