دانشکده مهندسی- گروه مهندسی صنایع

پایان نامه کارشناسی ارشد
گرایش مهندسی صنایع- صنایع

عنوان:

کمینه سازی تعداد واحدهای کاری دارای دیرکرد در مسئله زمانبندی پردازشگرهای موازی با در نظر گرفتن تأخیرهای ارتباطی

نگارش:

فروغ عباسیان

استاد راهنما:

دکتر محمد رنجبر

استاد مشاور:

دکتر مجید سالاری

شهریور ۱۳۹۱

بسمه تعالی

مشخصات رساله/ پایان نامه تحصیلی دانشجویان

دانشگاه فردوسی مشهد

عنوان رساله/پایان نامه: کمینه سازی تعداد واحدهای کاری دارای دیرکرد در مسئله زمانبندی پردازشگرهای موازی با در نظر گرفتن تأخیرهای ارتباطی

نام نویسنده: فروغ عباسیان

نام استاد راهنما: دکتر محمد رنجبر

نام استاد مشاور: دکتر مجید سالاری

دانشکده: مهندسی	**گروه:** مهندسی صنایع	**رشته تحصیلی:** صنایع - صنایع
تاریخ تصویب: ۱۳۹۱/۶/۲۹		**تاریخ دفاع: ۱۳۹۱/۶/۲۹**
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد ● **دکتری** ○		**تعداد صفحات:** ۵۷

چکیده رساله/پایان نامه:

در این تحقیق مسئله زمانبندی $P_m|prec,\Delta_{jk}|Y_w$ مورد بررسی قرار گرفته است که در آن تعدادی کار با روابط پیشنیازی مشخص بر روی تعدادی پردازنده موازی مشابه پردازش می‌شوند. روابط پیشنیازی بین فعالیت‌ها نشان‌دهنده تبادل اطلاعات است. تبادل اطلاعات بین دو کاری اتفاق می‌افتد که به طور مستقیم وابسته می‌باشند و اگر این دو کار بر روی یک پردازشگر پردازش نشوند یک زمان تأخیر ارتباطی لحاظ می‌شود. در این تحقیق، مسئله‌ای که در آن زمان تأخیر ارتباطی مستقل از پردازشگرها بوده و فقط وابسته به کارها می‌باشد، معرفی می‌شود. برای هر کار یک زمان پردازش، یک زمان تحویل و یک وزن از قبل تعیین شده است و هدف، یافتن زمانبندی است که دارای کمترین مجموع وزن‌دار تعداد واحدهای کاری دارای دیرکرد باشد. این مسئله به صورت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی مدل شده است و یک الگوریتم شاخه و کران نیز برای آن توسعه داده شده است. همچنین به جهت کاراتر نمودن الگوریتم پیشنهادی، قواعد ارجحیت و کران بالا و پایین ارائه شده است. به منظور مقایسه عملکرد الگوریتم ارائه شده با نرم افزار CPLEX، تابع هدف مسئله به کمینه سازی طول زمانبندی ($P_m|prec,\Delta_{jk}|C_{max}$) تغییر داده شده تا مدل برنامه ریزی عددصحیح متناظر، به صورت خطی تبدیل شود و سپس نتایج حاصل از الگوریتم شاخه و کران آن با نتایج حاصل از CPLEX مقایسه شده است.

کلید واژه:

۱. پردازنده‌های موازی
۲. تأخیر ارتباطی
۳. مجموع وزن‌دار واحدهای کاری دارای دیرکرد
۴. الگوریتم شاخه و کران

امضای استاد راهنما:

تاریخ:

تقدیم به پدر بزرگوار و مادر مهربانم به پاس زحمات بی دریغشان

تقدیر و تشکر

تشکر وسپاس فراوان از جناب آقای دکتر رنجبر و جناب آقای دکتر سالاری که زحمات بی دریغ این دو استاد ارجمند، حمایتی بسیار ارزشمند برای تدوین این پایان نامه بوده است. آرزوی سلامتی و پایداری همیشگی این دو استاد ارجمند را در تمامی مراحل زندگیشان از خداوند مهربان خواستارم.

اظهارنامه

اینجانب فروغ عباسیان دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی صنایع دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد نویسنده پایان نامه "کمینه سازی تعداد واحدهای کاری دارای دیرکرد در مسئله زمانبندی پردازشگرهای موازی با در نظر گرفتن تأخیرهای ارتباطی" تحت راهنمایی دکتر محمد رنجبر متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه فردوسی مشهد» و یا « Ferdowsi University of Mashhad » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ **امضای دانشجو**

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله/پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

بسمه تعالی

دانشگاه فردوسی مشهد

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان‌نامه آقای/خانم ..... دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته .....گرایش ..... در ساعت ..... روز ..... در محل ..... دانشکده ..... با حضور امضا کنندگان ذیل تشکیل گردید. پس از بررسی‌های لازم، هیأت داوران پایان نامه نامبرده را با نمره به عدد .....، به حروف ..... و با درجه ..... مورد تأیید قرار داد / نداد.

عنوان رساله

.....

هیئت داوران امضا

- **داور: دکتر .....**

  گروه ..... دانشگاه .....

- **نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر .....**

  گروه ..... دانشگاه .....

- **استاد راهنما: دکتر .....**

  گروه ..... دانشگاه .....

- **استاد مشاور: دکتر .....**

  گروه ..... دانشگاه .....

فهرست مندرجات

فهرست مندرجات أ

فهرست جدول‌ها د

فهرست شکل‌ها ه

علائم و اختصارات ز

۱ مرور ادبیات ۱

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ تعریف زمانبندی ۱

۱-۲-۱ محیط کاری ۳

۱-۲-۲ ویژگی‌های پردازش ۶

۱-۲-۳ توابع هدف ۷

۱-۳ مسائل زمانبندی پردازشگرهای موازی با تأخیرهای ارتباطی ۱۱

۱-۴ تاریخچه تابع هدف LW در مسائل پردازنده‌های موازی ۱۵

۱-۵ مسئله زمانبندی کارها با روابط پیش نیازی و در نظر گرفتن زمان‌های تأخیر ارتباطی بر روی پردازشگرهای موازی با تابع هدف کمینه سازی مجموع وزن‌دار LW ۱۶

۲ تعریف مسئله و مدل سازی ۱۹

۲-۱ مقدمه ۱۹

۲-۲ تعریف مسئله ۱۹
۲-۳ مدل سازی مسئله با تابع هدف کمینه سازی مجموع وزن‌دار واحدهای کاری دارای دیرکرد ۲۰
۲-۴ مدل سازی مسئله با تابع هدف کمینه سازی طول زمانبندی ۲۳

۳ روش حل ۲۴
۳-۱ مقدمه ۲۴
۳-۲ الگوریتم شاخه و کران ارائه شده برای مسئله $P_m|prec, comu|Y_w$ ۲۴
۳-۲-۱ استراتژی شاخه زدن ۲۵
۳-۲-۲ استراتژی کران گذاری ۲۷
۳-۲-۲-۱ کران بالا ۲۶
۳-۲-۲-۲ کران پایین ۲۹
۳-۲-۲-۲ قواعد ارجحیت ۳۵
۳-۳ الگوریتم شاخه و کران برای مسئله $P_m|prec, comu|C_{max}$ ۴۱

۴ نتایج محاسباتی ۴۳
۴-۱ مقدمه ۴۳
۴-۲ تهیه نمونه مسائل ۴۴
۴-۳ نتایج محاسباتی ۴۶
۴-۳-۱ نتایج محاسباتی با محدودیت زمانی (TL) ۴۶
۴-۴ تحلیل عملکرد الگوریتم ۴۷

۴-۴-۱ ارزیابی عملکرد جواب اولیه ۴۷
۴-۴-۲ ارزیابی عملکرد کران پایین ۴۸
۴-۴-۳ ارزیابی عملکرد قواعد ارجحیت ۴۹
۴-۵ نتایج مقایسه‌ای ۵۰
۴-۵-۱ مقایسه نتایج الگوریتم B&B و CPLEX برای مسئله $P_m|prec, comu|C_{max}$ ۵۰

۵ نتیجه گیری و پیشنهاد برای پژوهش‌های آینده ۵۲
۵-۲ نتیجه گیری ۵۲
۵-۲ پیشنهاد برای پژوهش‌های آینده ۵۳
مراجع ۵۴

فهرست جدول‌ها

۱-۳ داده‌های مثال موردی ۲۶

۲-۳ محاسبات کران بالای ابتدایی ۲۸

۱-۴ متوسط زمان محاسباتی برای مقادیر مختلف n، m و OS بر حسب ثانیه ۴۵

۲-۴ جدول ANOVA برای پارامترهای n، m و OS ۴۶

۳-۴ عملکرد الگوریتم B&B ارائه شده در بازه‌های زمانی محدود ۴۷

۴-۴ میزان تأثیر جواب اولیه ۴۸

۵-۴ میزان تأثیر LB' ۴۹

۶-۴ میزان تأثیر قواعد ارجحیت بر کارایی الگوریتم ۵۰

۷-۴ ارزیابی عملکرد الگوریتم B&B در مقایسه با CPLEX در محدوده‌های زمانی ۵۱

فهرست شکل‌ها

۱-۱ توابع هدف وابسته به موعد تحویل ۸

۱-۲ نمودار ارتباط بین توابع هدف ۱۰

۱-۳ دسته‌بندی مسائل زمانبندی با پردازشگرهای موازی ۱۱

۱-۴ (الف) مدل گراف انفعالی کارها. (ب) مدل گراف پیش نیازی کارها ۱۳

۱-۵ طبقه بندی الگوریتم‌های کلی DAG ۱۵

۱-۶ کاربرد پردازنده‌های موازی در کنترل پویای بازوهای رباتی ۱۷

۳-۱ مثال موردی ۲۶

۳-۲ نمایی از استراتژی شاخه زدن ۲۷

۳-۳ جواب اولیه مثال برای محاسبه کران بالای ابتدایی ۲۹

۳-۴ محاسبه زودترین زمان شروع برای کارهای دسته دوم ۳۲

۳-۵ محاسبه زودترین زمان شروع برای کارهای دسته سوم ۳۴

۳-۶ درخت جستجو B&B برای توصیف قاعده ارجحیت اول ۳۶

۳-۷ زمانبندی منطبق با شکل ۳-۶ ..... ۳۷

۳-۸ درخت جستجو B&B برای توصیف قاعده ارجحیت دوم ۳۸

۳-۹ زمانبندی منطبق با شکل ۳-۸ ..... ۳۸

۳-۱۰ درخت جستجو B&B برای توصیف قاعده ارجحیت سوم ۳۹

۳-۱۱ زمانبندی منطبق با شاخه سمت چپ شکل ۳-۱۰ ..... ۴۰

۳-۱۲ زمانبندی منطبق با شاخه سمت راست شکل ۳-۱۰ ..... ۴۰

۳-۱۳ شبه کد محاسبه UB' ۴۱

۳-۱۴ جواب اولیه مثال برای مسئله زمانبندی با تابع هدف C_{max} ۴۲

علائم و اختصارات

α_j	زودترین زمان شروع کارهای $k \in upred^i_{v^l_u}$ بر روی پردازنده j
β	کوچکترین زمان ممکن برای تکمیل کارهای عضو $pred^i_{v^l_u}$
δ_k	میزان شناوری کار k
Δ_{ik}	بیانگر زمان تأخیر ارتباطی بین دو کار i و k
A	مجموعه روابط پیشنیازی بین کارها
APD	متوسط درصد انحراف
B&B	شاخه و کران
C_i	زمان تکمیل کار i
C_{max}	تابع هدف کمینه‌سازی طول زمانبندی
$comu$	تأخیر ارتباطی
CPM	روش مسیر بحرانی
DAG	گراف مستقیم بدون دور
d_i	موعد تحویل کار i
$\bar{d}_i$	مهلت کار i
E	مجموعه کارهای شدنی برای زمانبندی
ef_i	زودترین زمان اتمام کار i
ef_{ij}	زودترین زمان اتمام کار i بر روی پردازنده j
es_i	زودترین زمان شروع کار i
$E(v^l_u)$	مجموعه کارهای مجاز در گره v^l_u
$\bar{E}(\bar{E}_w)$	تابع هدف متوسط (وزن‌دار) زود کردها
$\bar{F}(\bar{F}_w)$	تابع هدف متوسط (وزن‌دار) زمان گردش کارها
FF_m	محیط کاری جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر
f_i	زمان اتمام کار i
F_i	زمان گردش کار i

محیط کار کارگاهی انعطاف‌پذیر	FJ_c
گراف نمایانگر روابط پیشنیازی بین کارها	$G(N, A)$
شمارنده کار	i
شمارنده ماشین	j
محیط کاری کار کارگاهی	J_m
شمارنده کار	k
کران پایین	LB
کران پایین دیگر برای کلیه کارهای زمانبندی شده	LB'
کران پایین دیگر برای کلیه کارهای زمانبندی نشده	LB''
میزان تأخیر کار i	L_i
تابع هدف کمینه‌سازی حداکثر تأخیر	L_{max}
واحد کاری دارای دیرکرد	LW
مجموعه پردازنده‌های موازی مشابه	$M = \{۱, \dots, m\}$
مجموعه کارها	$N = \{۰,۱, \dots, n+۱\}$
محیط باز کارگاهی	O_m
میزان روابط پیشنیازی بین کارها	OS
زمان پردازش کار i	p_i
زمان پردازش کار i بر روی پردازنده j	p_{ij}
محیط کاری ماشین‌های مشابه موازی	p_m
نمایه ماشین j برای گره v_u^l در بازه زمانی t $([t-۱, t))$، $t = ۱,۲,\dots,T$	$PP_{v_u^l}^j(t)$
پردازنده کار i	$Pr(i)$
روابط پیشنیازی	$prec$
مجموعه پیشنیازهای مستقیم کار i در گره v_u^l از درخت جستجو	$pred_{v_u^l}^i$
حق انقطاع	$prmp$
محیط کاری ماشین‌های موازی با سرعت‌های متفاوت	Q_m

زمان آزاد سازی کار i	r_i
محیط کاری ماشین‌های موازی غیر مرتبط	R_m
بردار زمانبندی جواب بر اساس زمان‌های شروع کارها و پردازنده‌ای که کارها را پردازش می-کند.	$\boldsymbol{s}$
زمان شروع کار i	s_i
مجموعه‌ی پیشنیازهای زمانبندی شده	$spred_{v_u^l}^i$
مجموعه کارهای زمانبندی شده	ST
مجموعه پسنیازهای کار i	$Suc(i)$
مجموعه‌ای شامل کار i و کلیه پسنیازهای (مستقیم و غیر مستقیم)	$Suc^+(i)$
شمارنده زمان	t
زمان بسیار بزرگ	T
محدوده زمانی	TL
تابع هدف متوسط (وزن‌دار) دیرکردها	$\overline{Tr}(\overline{Tr}_w)$
میزان دیرکرد کار i	Tr_i
تابع هدف تعداد (وزن‌دار) کارهای دارای دیرکرد	$U(U_w)$
کران بالا	UB
جریمه واحد کار i	U_i
مجموعه‌ی پیشنیازهای زمانبندی نشده کار i در سطح v_u^l از درخت جستجو	$upred_{v_u^l}^i$
مجموعه کارهای زمانبندی نشده	UT
u امین گره در سطح l از درخت جستجو	v_u^l
سرعت پردازش کار i بر روی پردازنده j	v_{ij}
متغیر صفرو یک، یک در حالت تخصیص کار v_u^l به پردازنده j	V_{ij}
سرعت پردازش پردازنده j	v_j
وزن کار i	w_i
میزان وزن‌دار دیرکرد کار k بر اساس ef_k	WLW_k

متغیر صفرو یک، یک در حالت اتمام کار i بر روی پردازنده j در زمان t	X_{ijt}
تابع هدف مجموع (وزن‌دار) واحدهای کاری دارای دیرکرد	$Y(Y_w)$
واحد کاری دارای دیرکرد برای کار i	Y_i
متغیر صفرو یک، یک در حالت پردازش کار i و k بر روی دو پردازنده مختلف	Y_{ik}
تعداد جواب‌های بهینه یافته شده	$\#opt$

فصل اول

مرور ادبیات

۱-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا توضیح مختصری در مورد زمانبندی و انواع مسائل آن بیان می‌شود. سپس تاریخچه مسائل زمانبندی پردازشگرهای موازی با تأخیرهای ارتباطی و مسائل زمانبندی پردازشگرهای موازی با تابع هدف مجموع وزن‌دار واحدهای کاری دارای دیرکرد بیان می‌شود و در نهایت با بیان مفاهیم یکسان و شباهت‌های این دو نوع مسئله، دلیل طرح مسئله مورد بحث در این پایان نامه مشخص می‌شود. همچنین سایر کاربردهای مسئله مورد نظر ما شرح داده می‌شود.

۱-۲ تعریف زمانبندی

زمانبندی یک فرآیند تصمیم‌گیری است که در بسیاری از صنایع خدماتی و تولیدی مورد استفاده قرار می‌گیرد و در آن تخصیص منابع به کارها در بازه زمانی مشخص و با هدف بهینه‌سازی یک یا چند تابع هدف صورت می-گیرد. منابع و کارها در یک سازمان قالب‌های مختلفی دارند. منابع می‌توانند ماشین‌های در یک کارگاه، باند پرواز در فرودگاه، کارمندان در پروژه‌های ساخت، پردازنده‌ها در محیط‌های محاسباتی و... باشند. همچنین کارها می‌توانند عملیات‌ها در فرآیندهای تولیدی، صعود و فرود هواپیماها، اجرای هر مرحله در پروژه‌های ساخت، اجرای برنامه‌های کامپیوتری و... باشند [۱].

در همه مسائل زمانبندی، تعداد کارها و ماشین‌ها محدود در نظر گرفته می‌شود. تعداد کارها با n و تعداد ماشین‌ها با m نمایش داده می‌شود. اندیس شمارنده کار i و اندیس شمارنده ماشین j است. اگر کاری چندین مرحله پردازش داشته باشد، هر مرحله با نماد (i,j) نمایش داده می‌شود که این نماد، نمایانگر عملیاتی از کار i است که بر روی ماشین j پردازش می‌شود. برای هر کار زمان پردازش[۱]، زمان آزادسازی[۲]، موعد تحویل[۳] و وزن[۴] آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

- زمان پردازش (p_{ij}): نمایانگر زمان پردازش کار i بر روی پردازنده j است. در حالی که کار i تنها یک عملیات داشته باشد، شمارنده j حذف می‌گردد و به صورت p_i نمایش داده می‌شود.
- زمان آزاد سازی (r_i): نمایانگر زمانی است که کار i به سیستم وارد می‌شود. به عبارت دیگر، زودترین زمان ممکن برای شروع پردازش کار i را زمان آزاد سازی می‌نامیم.
- موعد تحویل (d_i): موعد تحویل کار i، نمایانگر زمان تحویل کار i به مشتری است. تحویل کار بعد از موعد تحویل به مشتری با در نظر گرفتن جریمه، مجاز است. اگر کاری مجبور به اتمام قبل از موعد تحویل آن باشد، مفهوم جدیدی تحت عنوان مهلت[۵] تعریف می‌شود و با نماد $\bar{d}_i$ نمایش داده می‌شود.

- وزن (w_i): وزن کار i میزان اهمیت نسبی آن کار در مقایسه با سایر کارها را نشان می‌دهد. به طور مثال، این وزن می‌تواند بیانگر میزان هزینه نگهداری کار و یا هزینه سرمایه راکد در سیستم باشد.

هر مسئله زمانبندی با یک نماد سه تایی به صورت $\alpha|\beta|\gamma$ توصیف می‌شود. نماد α نمایانگر محیط کاری است که بسته به چیدمان و یا مشابه و غیر مشابه بودن ماشین‌ها، این محیط تغییر می‌کند. لازم به ذکر است هر

---

[۱] Processing time

[۲] Release date

[۳] Due date

[۴] Weight

[۵] Dead line

مسئله زمانبندی تنها بر روی یک محیط بررسی می‌شود. نماد β نمایانگر ویژگی‌ها یا محدودیت‌های پردازش است که می‌تواند شامل هیچ، یک یا چند ویژگی باشد. و در نهایت، نماد γ نمایانگر تابع هدف مسئله است که غالباً شامل یک تابع هدف است. در بخش‌های بعد به توصیف بیشتر انواع محیط‌های پردازش و انواع توابع هدف پرداخته می‌شود.

۱-۲-۱ محیط کاری

محیط‌های کاری به ۹ دسته کلی تقسیم می‌شوند که در ادامه به بررسی آن‌ها پرداخته می‌شود. در ادامه برای هر محیط، نمادی که جایگزین α می‌شود در پرانتز آمده است.

- تک ماشین[۶] (۱): این محیط ساده‌ترین محیط ماشین‌ها برای زمانبندی است و همچنین حالت خاصی از همه محیط‌های دیگر نیز هست. در این محیط، همه کارها بر روی یک ماشین پردازش می‌شوند و هدف از زمانبندی، تعیین توالی کارها بر روی این ماشین است [۱]. به طور مثال فروشگاه‌های دارای یک باجه فروش در این دسته محیط کاری قرار می‌گیرند.
- ماشین‌های مشابه موازی[۷] (P_m): در این محیط m ماشین موازی مشابه وجود دارند. هر کار i یک عملیات دارد و باید بر روی یکی از این ماشین‌ها پردازش شود [۱]. صفوف بازرسی بدنی، سیستم‌های بانک و یا سیستم کنترل گذرنامه در فرودگاه‌ها از جمله کاربردهای این محیط کاری است.
- ماشین‌های موازی با سرعت‌های متفاوت (Q_m): در این محیط m ماشین موازی با سرعت‌های پردازش متفاوت وجود دارند. سرعت ماشین j به صورت v_j نمایش داده می‌شود. مدت زمان پردازش کار i بر روی ماشین j، p_{ij}، معادل p_{ij}/v_j است. اگر سرعت همه ماشین‌ها یکسان باشد، یعنی برای همه ماشین‌ها $v_j = ۱$ و برای همه کارها $p_{ij} = p_i$ ، این محیط کاری، همان محیط کاری p_m است [۱].

---

[۶] Single machine

[۷] Parallel machines

تعمیرکاران اتومبیل که سرعت عملکرد آن‌ها وابسته به مهارت آن‌ها است، مثالی کاربردی از این محیط کاری است.

- ماشین‌های موازی غیر مرتبط (R_m): این محیط حالت کلی‌تری از دو محیط قبلی است. در این حالت، m ماشین موازی مختلف وجود دارند به طوری که ماشین j کار i را با سرعت v_{ij} پردازش می‌کند و بنابراین p_{ij} برابر p_{ij}/v_{ij} است. اگر سرعت ماشین‌ها مستقل از کار باشد این محیط مشابه محیط Q_m است [۱].
- جریان کارگاهی[۸] (F_m): در این محیط m ماشین متوالی وجود دارد و هر کار باید بر روی همه این ماشین‌ها به ترتیب پردازش شود به طوری که همه کارها مسیر یکسانی را طی می‌کنند. کارها به ترتیب، اول بر روی ماشین اول، سپس بر روی ماشین دوم و به همین ترتیب تا m امین ماشین پردازش می‌شوند. بعد از تکمیل پردازش یک کار بر روی یک ماشین، این کار وارد صف ماشین بعدی برای پردازش می‌شود. در همه صفوف، قانون اولین وارد شونده، اولین خارج شونده[۹] رعایت می‌شود [۱]. صف غذا در رستوران‌ها که در آن به ترتیب، دریافت سفارش، دسر، غذا و در انتها پرداخت صورت حساب است از جمله کاربردهای این محیط کاری است.
- جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر[۱۰] (FF_m): یک محیط جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر، تعمیمی از دو محیط جریان کارگاهی و ماشین‌های موازی است. بجای وجود m ماشین به صورت سری، c مرکز کاری به صورت سری وجود دارند که در هر مرکز کاری تعدادی ماشین موازی مشابه قرار دارند. هر کار i، به ترتیب برای پردازش به مرکزهای کاری وارد می‌شود و فقط بر روی یکی از ماشین‌های آن مرکز پردازش می‌شود [۱].

---

[۸] Flow shop

[۹] First in-first out

[۱۰] Flexible flow shop