بسم الله الرّحمن الرّحيم

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی- گروه مکانیک

گزارش رساله دکترای تخصصی مهندسی مکانیک - گرایش طراحی کاربردی

تحلیل ترموالاستوپلاستیک دیسک‌های چرخان از مواد مدرج تابعی

ارائه دهنده :

مهدی رضائی فریمانی

استاد راهنما :

دکتر حمید اختراعی طوسی

مهرماه ۱۳۹۲

تقدیم به پدرم

که الگوی منش و اندیشه است

و

تقدیم به همسرم

که نمونه بردباری، قناعت و فداکاریست.

باسپاس از آقای دکتر حمید اختراعی طوسی

استاد گرامیم که از هیچ کوششی در به ثمر رسیدن این رساله دریغ ننمودند و راهنمائی هایشان چراغ راهم در مسیر انجام آن گردید.

و

باقدردانی از آقای دکتر مسعود طهانی

که با صرف وقت گران بهای خود در مطالعه رساله اینجانب و تصحیح معادلات، مرا یاری دادند.

بسمه تعالی

مشخصات رساله تحصیلی دانشجویان

دانشگاه فردوسی مشهد

عنوان رساله: تحلیل ترموالاستوپلاستیک دیسک های چرخان از مواد مدرج تابعی

نام نویسنده: مهدی رضائی فریمانی

نام استاد راهنما: حمید اختراعی طوسی

دانشکده : مهندسی	**گروه: مهندسی مکانیک**	**رشته تحصیلی: طراحی کاربردی**
تاریخ تصویب: ۱۳۹۰/۱۱/۱۰		**تاریخ دفاع: ۱۳۹۲/۰۷/۱۵**
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد ○ دکتری ●		**تعداد صفحات: ۱۳۸**

چکیده رساله:

فن‌آوری‌های نوین، امکان ساخت دیسک‌های چرخان با سرعت‌های بالا را میسر نموده است. از جمله روش‌های جدید برای تولید دیسک‌های چرخان می‌توان به کاربرد مواد ناهمگن با ترکیب و ساختار مهندسی شده که مواد مدرج تابعی (FGM) نامیده می‌شوند، اشاره نمود. آشنایی با ظرفیت تحمل بار مکانیکی و پایداری پلاستیک در این نوع دیسک‌ها، امکان بهره‌برداری بیشتر از آنها را فراهم می‌سازد. این رساله به تحلیل الاستیک-پلاستیک تنش و ناپایداری پلاستیک در دیسک‌های چرخان با ضخامت متغیر از مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری حرارتی پرداخته است. در این مطالعه بویژه استخراج سرعت حد برای دیسک‌هایی با توزیع ضخامت ثابت، خطی، محدب و مقعر در کانون توجه قرار گرفته است. روش‌های خواص مادی متغیر (VMP) بعنوان روش نیمه تحلیلی و رانگ-کوتا (Runge-Kutta) به منزله یک روش عددی در مطالعه به کار رفته‌اند. تحلیل‌های مختلف دیسک چرخان توسط نرم افزار المان محدود ANSYS نیز شبیه‌سازی شده است. از مدل‌های الاستیک-کاملاً پلاستیک، الاستیک-سخت شونده خطی و رامبرگ-آزگود برای معرفی رابطه بین تنش و کرنش تک محوری استفاده گردیده است. برای اعتبار بخشیدن به نتایج تحلیل نظری، از حل یک مسئله نمونه با پاسخ دقیق و از نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزاری بهره برداری شده است. در راستای بررسی رفتار مکانیکی دیسک در تغییر شکل‌های خارج از صفحه، نظریه ورق میندلین و فرض تغییر شکل برشی مرتبه اول برای تحلیل دو مسئله متفاوت بکار گرفته شده است. در یک مسئله، دیسکی با توزیع شعاعی خواص تحت بارگذاری عرضی به موازات محور دیسک و در مسئله دیگر دیسکی چرخان با توزیع خواص در امتداد محوری تحلیل گردیده‌اند. در هر یک از رویکردهای تحلیلی، اثرات نوع مدرج‌سازی و تاثیر متقابل دما - چرخش روی میدان‌های تنش و تغییر شکل دیسک‌های چرخان مطالعه شده‌اند.

کلید واژه:

۱. **دیسک چرخان**
۲. **مواد مدرج تابعی**
۳. **تحلیل الاستیک - پلاستیک**
۴. **تنش صفحه‌ای**
۵. **تئوری ورق تغییر شکل برشی**

امضای استاد راهنما:

تاریخ:

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها ..... د

فهرست جداول ..... ح

فهرست علائم ..... ط

فصل اول: مقدمه ۲

۱-۱ تاریخچه ۴

۱-۲ تشریح صورت مسئله ۸

۱-۳ مروری بر تولید مواد مدرج تابعی تحت گریز از مرکز ۱۱

۱-۴ ساختار رساله ۱۶

فصل دوم: تحلیل ترموالاستوپلاستیک در مسائل تنش صفحه‌ای متقارن محوری ۱۸

مقدمه ۱۹

۲-۱ معادله تعادل در دیسک چرخان ۱۹

۲-۲ تحلیل شبه الاستیک و حرارتی یک حلقه چرخان ۲۱

۲-۲-۱ معادلات اساسی ۲۱

۲-۲-۲ میدان‌های تنش و تغییر شکل ۲۳

۲-۳ تحلیل الاستوپلاستیک و حرارتی دیسک ناهمگن ۲۵

۲-۴ رویکرد عددی در تحلیل دیسک چرخان ۲۷

۲-۴-۱ معادله حاکمه بر مبنای تابع تنش ۲۷

۲-۴-۲ روش رانگ کوتا ۲۹

۲-۵ فرضیات مطالعه ۳۰

۲-۵-۱ ارتباط خواص مواد تشکیل دهنده به دما ۳۰

۲-۵-۲ پلاستیسیته دیسک چرخان ۳۱

۲-۵-۳ فرض تنش صفحه‌ای ۳۵

۲-۵-۴ پلاستیسیته مواد مدرج تابعی و مدل تامورا- توموتا- اُزاوا ۳۷

۲-۶ نتایج ۳۸
۲-۷ شکست ترد در مواد سرامیکی ۵۷
فصل سوم: تحلیل ترموالاستیک متقارن محوری بر اساس نظریه ورق ۵۹
مقدمه ۶۰
۳-۱ تحلیل دیسک چرخان توسط نظریه ورق در شرایط توزیع ناهمگنی شعاعی ۶۰
۳-۱-۱ فرمول‌بندی مسئله و معادلات تعادل ۶۲
۳-۱-۱-۱ میدان جابجائی و کرنش‌ها ۶۲
۳-۱-۱-۲ معادلات تعادل ۶۳
۳-۱-۲ شرایط مرزی ۶۶
۳-۱-۳ حل ترموالاستیک ۶۶
۳-۲ تحلیل دیسک چرخان توسط نظریه ورق در شرایط توزیع ناهمگنی محوری ۷۰
۳-۲-۱ مدرج سازی ۷۱
۳-۲-۲ میدان‌های جابجائی و کرنش ۷۲
۳-۲-۳ استخراج معادلات تعادل و شرایط مرزی ۷۳
۳-۲-۴ معادلات اساسی و انتگرالگیری ۷۴
۳-۲-۵ تحلیل حرارتی ۷۹
۳-۳ نتایج ۸۰
۳-۳-۱ نتایج تحلیل خمش ترموالاستیک در دیسک با توزیع ناهمگنی شعاعی ۸۰
۳-۳-۲ نتایج تحلیل خمش ترموالاستیک در دیسک با توزیع ناهمگنی محوری ۸۷
فصل چهارم: تحلیل نرم‌افزاری ترموپلاستیک با توزیع محوری خواص ۹۶
مقدمه ۹۷
۴-۱ شرح مسئله ۹۸
۴-۲ المان‌های مربوط ۹۹
۴-۳ روش مدل‌سازی ۹۹

۴-۴ نتایج ۱۰۰

۴-۴-۱ تحلیل تغییر شکل دیسک چرخان با نیترات سیلیکون در بالا و آلومینیوم در پایین ۱۰۱

۴-۴-۲ تحلیل تغییر شکل دیسک چرخان با نیترات سیلیکون در بالا و فولاد ضد زنگ در پایین ۱۰۶

۴-۴-۳ تحلیل ترموالاستیک با سرعت صفر با نیترات سیلیکون در بالا و فولاد ضد زنگ در پایین ۱۰۸

۴-۴-۴ تحلیل ترموالاستیک دیسک چرخان ۱۱۲

۴-۴-۵ تحلیل ترموپلاستیک دیسک چرخان ۱۱۲

فصل پنجم: بحث در نتایج و ارائه پیشنهاد ۱۱۹

۵-۱ بحث در نتایج ۱۲۰

۵-۱-۱ تحلیل الاستوپلاستیک با فرض تنش صفحه‌ای ۱۲۰

۵-۱-۲ تحلیل ترموالاستیک بر اساس تئوری ورق با توزیع شعاعی خواص ۱۲۲

۵-۱-۳ تحلیل ترموالاستیک بر اساس تئوری ورق با توزیع محوری خواص ۱۲۳

۵-۱-۴ تحلیل نرم‌افزاری ترموپلاستیک با توزیع محوری خواص ۱۲۳

۵-۲ پیشنهاد ادامه مطالعه ۱۲۴

منابع ۱۲۵

پیوست ۱. حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم ناهمگن با ضرائب متغیر ۱۳۰

پیوست ۲. ضرائب تابع تغییرات خواص با دما و خواص مادی در هر یک از هشت لایه دیسک ۱۳۱

پیوست۳. استخراج معادلات تعادل برای دیسک های چرخان با دو نوع توزیع ناهمگنی شعاعی و محوری ۱۳۳

واژه نامه (فارسی- انگلیسی)..... ۱۳۶

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱. یک دیسک حلقوی و پارامترهای آن. ۱۰

شکل ۱-۲. دو نوع ساختار مدرج شده. ۱۱

شکل ۱-۳. تولید ماده مدرج تابعی به روش متالورژی پودر. ۱۲

شکل ۱-۴. سه روش گریز از مرکز در تولید FGM ها. ۱۲

شکل ۱-۵. طرح دستگاه ساخت مواد مدرج تابعی به روش گریز از مرکز ساده. ۱۳

شکل ۱-۶. ریزساختار ماده مدرج آلومینیوم-سیلیکات. ۱۴

شکل ۱-۷. ایجاد ساختار غیر همسانگرد در ماده مدرج تابعی. ۱۴

شکل ۱-۸. سرعت دو نوع ذره با ابعاد برابر، به کار رفته در ساخت ماده مدرج. ۱۵

شکل ۱-۹. طرح روش گریز از مرکز اجباری. ۱۶

شکل۲-۱. مقطع عرضی دیسک و یک المان بی نهایت کوچک از آن. ۲۱

شکل۲-۲. مقطع دیسک و یک حلقه نازک از آن. ۲۲

شکل۲-۳. تقسیم بندی دیسک به حلقه‌های نازک و یک حلقه از آن. ۲۶

شکل۲-۴. روش تصویرسازی روی نمودار تنش-کرنش. ۲۷

شکل۲-۵. مدل مادی الاستیک-کاملاً پلاستیک. ۳۱

شکل۲-۶. مدل مادی الاستیک-سخت شوندگی خطی (دو خطی). ۳۲

شکل۲-۷. مدل مادی رامبرگ-آزگود. ۳۲

شکل ۲-۸. نسبت تنش‌های محیطی و شعاعی در یک دیسک نوعی. ۳۴

شکل ۲-۹. توزیع تنش معادل در میانه ضخامت دیسک چرخان و در طول شعاع به ازای دو ضخامت متفاوت. ۳۶

شکل ۲-۱۰. نمودار تغییر ضخامت در طول شعاع دیسک به ازای توانهای مختلف. ۳۹

شکل ۲-۱۱. نمودار رفتار الاستیک-سخت شوندگی خطی برای فلز، سرامیک و ترکیب فلز-سرامیک. ۴۰

شکل ۲-۱۲. توزیع برخی کمیات مکانیکی برای دیسک الاستیک-کاملاً پلاستیک. ۴۱

شکل ۲-۱۳. نمودار تغییرات جابجائی بیشینه نسبت به سرعت چرخش در مدل مادی الاستیک - کاملاً پلاستیک. ۴۲

شکل ۲-۱۴. نمودار نسبت شعاع پلاستیک به شعاع خارجی دیسک در مقابل سرعت زاویه‌ای. ۴۳

شکل ۲-۱۵. نسبت شعاع پلاستیک به شعاع خارجی دیسک در مقابل سرعت زاویه‌ای برای چند مقطع. ۴۳

شکل ۲-۱۶. شعاع پلاستیک و جابجائی در شعاع داخلی در مقابل سرعت زاویه‌ای برای دیسک با مدل رامبرگ-آزگود. ۴۴

شکل ۲-۱۷. نمودار تغییرات جابجائی بیشینه نسبت به سرعت چرخش در مدل مادی دو خطی. ۴۵

شکل ۲-۱۸. نمودار تنش معادل در مقابل شعاع دیسک برای چند دمای مختلف با مدل رامبرگ-آزگود. ۴۶

شکل ۲-۱۹. مقایسه نمودار تنش معادل بین دو روش نظری و عددی با حل دقیق. ۴۶

شکل ۲-۲۰. نمودار تنش معادل در مقابل شعاع در تحلیل ترموپلاستیک دیسک چرخان. ۴۷

شکل ۲-۲۱. کسر حجمی سرامیک در طول شعاع دیسک. ۴۸

شکل ۲-۲۲. تنش تسلیم و تنش معادل در طول شعاع دیسک. ۴۹

شکل ۲-۲۳. سرعت حد پلاستیک دیسک نسبت به شاخص مدرج‌سازی. ۵۰

شکل ۲-۲۴. سرعت حد دیسک در مقابل دما برای چند مقدار شاخص مدرج‌سازی. ۵۱

شکل ۲-۲۵. تنش معادل در دو دمای مختلف. ۵۲

شکل ۲-۲۶. تنش های ون مایزز و تسلیم در دو دمای مختلف با تغییر خواص نسبت به دما. ۵۳

شکل ۲-۲۷. مقایسه تغییر شکل شعاعی در دو روش VMP و ANSYS. ۵۴

شکل ۲-۲۸. معیار شکست مور در کنار معیار حداکثر تنش عمودی. ۵۷

شکل ۲-۲۹. سرعت شکست سرامیک در چند شعاع داخلی. ۵۷

شکل ۳-۱. دیسک چرخان حلقوی با ضخامت متغیر. 60

شکل ۳-۲. مقاطع دیسک به ازای توان‌های مختلف. 62

شکل ۳-۳. یک قطاع از دیسک و نیرو و ممان‌های روی آن. 64

شکل ۳-۴. تقسیم دیسک در راستای شعاعی به تعداد قابل شمارش نقاط. 67

شکل ۳-۵. یک دیسک چرخان توپر با تکیه‌گاه غلتکی در لبه خارجی. 71

شکل ۳-۶. نمودار جابجائی بیشینه بدون بعد در مقابل ضخامت بی بعد برای دیسک فلزی. ۸۱

شکل ۳-۷. نمودار جابجائی بیشینه بدون بعد در مقابل ضخامت بی بعد برای دیسک سرامیکی. ۸۲

شکل ۳-۸. تغییرات دما در راستای شعاع به ازای پروفیل‌های مختلف ضخامت دیسک. ۸۲

شکل ۳-۹. جابجائی محوری در طول شعاع دیسک به ازای شاخص مدرج‌سازی مختلف. ۸۳

شکل ۳-۱۰. منتجه تنش شعاعی در طول شعاع دیسک همگن برای دو نوع پروفیل ضخامتی. ۸۴
شکل ۳-۱۱. منتجه ممان شعاعی در طول شعاع دیسک برای پروفیل‌های ضخامتی مختلف. ۸۵
شکل ۳-۱۲. منتجه تنش برشی عرضی در راستای شعاع دیسک مقعر برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۸۵
شکل ۳-۱۳. منتجه تنش برشی عرضی در راستای شعاع دیسک محدب برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۸۶
شکل ۳-۱۴. مقایسه تنش شعاعی از تحلیل‌های VMP، تئوری ورق و حل المان محدود برای دیسک FGM. ۸۷
شکل ۳-۱۵. مقایسه بین تنش‌ها در دو حل شکل بسته و روش مورد مطالعه برای یک دیسک همگن. ۸۸
شکل ۳-۱۶. مقدار کسر حجمی سرامیک در طول ضخامت دیسک به ازای شاخص مدرج‌سازی گوناگون. ۹۰
شکل ۳-۱۷. توزیع دما در ضخامت دیسک برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۹۰
شکل ۳-۱۸. جابجائی محوری در طول شعاع دیسک برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۹۱
شکل ۳-۱۹. بیشینه جابجائی محوری در مقابل سرعت زاویه‌ای برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۹۲
شکل ۳-۲۰ تغییر شکل یک دیسک توسط تحلیل نرم افزار Ansys. ۹۲
شکل ۳-۲۱. مقادیر جابجائی محوری دیسک در یک سرعت زاویه‌ای معین. ۹۳
شکل ۳-۲۲. منتجه تنش شعاعی در طول شعاع دیسک برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۹۳
شکل ۳-۲۳. منتجه ممان شعاعی در طول شعاع دیسک برای چند شاخص مدرج‌سازی. ۹۴
شکل ۳-۲۴. جابجائی محوری در طول شعاع دیسک برای بارگذاری حرارتی و بدون آن و سرعت‌های مختلف. ۹۵
شکل ۴-۱. یک دیسک حلقوی FGM و ابعاد آن. ۹۸
شکل ۴-۲. تقسیم دیسک به هشت لایه مساوی. ۱۰۲
شکل ۴-۳. تحلیل حساسیت جابجائی محوری به شبکه‌بندی. ۱۰۳
شکل ۴-۴. تغییر شکل دیسک چرخان، سرامیک در بالا و آلومینیوم در پایین. ۱۰۴
شکل ۴-۵ دو نمای سه بعدی از تغییر شکل دیسک سرامیکی-آلومینیومی. ۱۰۵
شکل ۴-۶ کانتور تغییر شکل محوری دیسک سرامیکی-آلومینیومی. ۱۰۶
شکل ۴-۷. تغییر شکل و کانتور دوبعدی جابجائی شعاعی دیسک، سرامیک در بالا و فولاد ضد زنگ در پایین. ۱۰۷
شکل ۴-۸. کانتور تغییر شکل محوری دیسک سرامیکی-فولادی. ۱۰۸
شکل ۴-۹. توزیع ضریب انتقال حرارتی نسبت به دما در قسمت‌های سرامیکی، فلزی و وسط ضخامت دیسک. ۱۰۹

شکل ۴-۱۰. توزیع دما در طول ضخامت دیسک و مقایسه آن در روش‌های المان محدود و تحلیلی. ۱۱۰

شکل ۴-۱۱. تغییر شکل دیسک ساکن تحت بار حرارتی. ۱۱۱

شکل ۴-۱۲. کانتور جابجائی در جهات شعاعی x و محوری y برای دیسک ساکن تحت بار حرارتی. ۱۱۱

شکل ۴-۱۳. کانتور جابجائی در جهات شعاعی x و محوری y برای دیسک تحت چرخش و حرارت. ۱۱۲

شکل ۴-۱۴. رفتار تنش-کرنش برای ماده در لایه پنجم دیسک با شاخص مدرج‌سازی. ۱۱۳

شکل ۴-۱۵. تغییرات جابجائی محوری در طول شعاع دیسک برای بارگذاری اول. ۱۱۴

شکل ۴-۱۶. مقادیر جابجائی محوری در مقابل شعاع دیسک برای بارگذاری های ۱ تا ۷. ۱۱۶

شکل ۴-۱۷. بزرگ نمائی جابجائی محوری برای بارگذاری های ۱ تا ۷. ۱۱۶

شکل ۴-۱۸. تغییرات جابجائی محوری در طول شعاع دیسک در باربرداری. ۱۱۷

شکل ۴-۱۹. تغییرات تنش معادل ون مایزز در طول شعاع دیسک در باربرداری. ۱۱۸

فهرست جداول

جدول ۲-۱ خواص مکانیکی و هندسی مشترک دیسک در تحلیل‌ها. ۴۰

جدول ۲-۲ مقدار جابجائی شعاعی در داخل دیسک در مقابل سرعت دوران دیسک ۴۲

جدول ۲-۳ برآورد حد سرعت دیسک به ازای اشکال مختلف مقطع دیسک برای مدل الاستیک-کاملاً پلاستیک. ۴۴

جدول ۲-۴ خواص مادی و ابعاد هندسی دیسک حلقوی از مواد مدرج تابعی. ۴۸

جدول ۲-۵ مقادیر متوسط خواص مکانیکی نیترات سیلیکون. ۵۶

جدول ۳-۱ مشخصات هندسی دیسک. ۸۰

جدول ۳-۲ مشخصات مادی دیسک. ۸۱

جدول ۳-۳ مقادیر جابجائی محوری دیسک در چند شعاع انتخابی برای پروفیل‌های مختلف ضخامت. ۸۴

جدول ۳-۴ خواص مادی فلز و سرامیک به کار رفته در تحلیل دیسک. ۸۷

جدول ۳-۵ مقایسه تغییر شکل محوری بیشینه بین مطالعه حاضر و مرجع در شاخص‌های مدرج‌سازی گوناگون. ۸۹

جدول ۴-۱ خواص سرامیک و آلومینیوم بکار رفته در تحلیل‌ها. ۱۰۱

جدول ۴-۲ خواص مکانیکی در هر لایه از دیسک سرامیکی-آلومینیومی. ۱۰۲

جدول ۴-۳ خواص مکانیکی فولاد ضد زنگ. ۱۰۶

جدول ۴-۴ خواص مکانیکی در هر لایه از دیسک سرامیکی-فولادی. ۱۰۶

جدول پ۲-۱ ضرایب مادی برای نیترات سیلیکون و فولاد ضد زنگ. ۱۳۱

جدول پ۲-۲ مقادیر مدول یانگ بر حسب گیگا پاسکال در هر یک از هشت لایه دیسک چرخان. ۱۳۱

جدول پ۲-۳ مقادیر چگالی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب در هر یک از هشت لایه دیسک چرخان. ۱۳۲

جدول پ۲-۴ مقادیر مدول مماسی بر حسب پاسکال در هر یک از هشت لایه دیسک چرخان. ۱۳۲

فهرست علائم

شعاع داخلی دیسک حلقوی	$a\ , r_i$
شعاع خارجی دیسک حلقوی	$b,\ r_o$
توان تابع تغییرات ضخامت دیسک	d
مدول یانگ	E
توان معادله رامبرگ-آزگود	e
مدول یانگ مؤثر	E_{eff}
مدول مماسی	E^t
نیرو	F
کسر حجمی سرامیک	f
ضخامت دیسک	h
ثابت رابطه رامبرگ-آزگود	K
ضریب انتقال حرارت	k
منتجه کوپل	M
توان رابطه کسر حجمی (شاخص مدرج‌سازی)	n
منتجه تنش عمودی	N
منتجه تنش برشی	Q
نسبت انتقال تنش به کرنش	q
نیروی محوری (عرضی)	q_z
شعاع، راستای شعاعی	r
شعاع داخلی یک حلقه فرضی از دیسک	r_1
شعاع خارجی یک حلقه فرضی از دیسک	r_2
دما (اختلاف دما)	T
جابجائی محوری (عمودی)	$u_z\ , w$
جابجائی محیطی	u_θ
انرژی کرنشی	U
جابجائی شعاعی	u
کار نیروی خارجی روی دیسک	V
راستای ضخامت (محوری) دیسک - مختصه z	z
تانسور دلتای کرونکر	δ_{ij}

کرنش تسلیم	ε_0
کرنش الاستیک	ε^{e}
کرنش معادل	ε_{eq}
کرنش پلاستیک	ε^p
کرنش شعاعی	ε_r
کرنش محوری	ε_z
کرنش محیطی	ε_θ
نسبت پواسون مؤثر	ν_{eff}
تنش معادل	σ_{eq}
تنش شعاعی	σ_r
تنش تسلیم	σ_y
تنش محوری	σ_z
تنش محیطی	σ_θ
تابع تنش	Ψ
ضریب انبساط حجمی	α
کرنش زاویه‌ای	γ
کرنش عمودی	ε
راستای مماسی	θ
نسبت پواسون	ν
چگالی	ρ
تنش عمودی	σ
تنش	σ
تنش عمودی	σ
تنش برشی	τ
مقدار عددی از تئوری هنکی	φ
چرخش یک خط عمود در صفحه ثابت θ	ψ
سرعت زاویه‌ای	ω

فصل اول:

مقدمه

دیسک‌های چرخان کاربردهای صنعتی فراوانی دارند. از جمله این کاربردها می‌توان به روتورها، توربین‌های واکنشی، چرخ طیارها، پمپ‌ها و فن‌ها اشاره نمود. معمولاً به علت توزیع غیر یکنواخت تنش در راستای شعاع دیسک و با نظر به مزایای اقتصادی، توزیع ضخامت و جنس در راستای شعاعی به شکل حساب شده و غیر یکنواخت طراحی می‌شود [۱]. ضخامت دیسک را می‌توان بگونه‌ای طراحی کرد که تنش در همه جای آن تقریباً یکنواخت باشد. بسته به نوع کاربرد، در بسیاری موارد دیسک‌ها در دمای بالا کار می‌کنند. بنابراین عموماً طراحی مکانیکی دیسک شامل ارزیابی همزمان تنش‌های ناشی از نیروی گریز از مرکز و تاثیر حرارت می‌باشد. در حالیکه برخی مواد مقاومت بالایی نسبت به درجات حرارت بالا از خود نشان می‌دهند، برخی دارای خاصیت نرمی و مقاومت شکست در تنش‌های بالا هستند. ترکیب این دو می‌تواند در دیسک‌های چرخان با سرعت و دمای بالا به کار رود. از طرفی با در نظر گرفتن ترکیب هندسی، مادی و بارگذاری دیسک به صورت متقارن محوری و توجه به این نکته که در این حالت در یک شعاع خاص تنش‌های محیطی دیسک برابر خواهند بود می‌توان توزیع مواد مختلف را به گونه‌ای تدارک دید که خواص مکانیکی در شعاع‌های مختلف متفاوت باشد. حل تحلیلی بسته یعنی پاسخی که بصورت یک رشته متناهی از عبارات جبری باشد، تنها برای آنالیز دیسک با هندسه و توزیع مواد یکنواخت و شرایط مرزی ساده موجود است. برای هندسه یا شرایط مرزی پیچیده‌تر و توزیع غیر یکنواخت مواد، نیاز به روش‌های عددی و یا نیمه تحلیلی ضرورت می‌یابد [۲]. با وجودیکه روش‌های عددی قدرتمندی همچون المان محدود، المان مرزی و تفاضل محدود قابلیت کاربرد در هندسه‌های گوناگون و توزیع پیچیده مواد را دارا هستند در این موارد، طبق معمول کیفیت مش‌بندی و میزان پیچیدگی الگوریتم‌های محاسباتی، سرعت و دقت تحلیل را تعیین می‌کنند [۳]. غالباً دو ویژگی سرعت و دقت در یک روش عددی با هم رابطه عکس دارند؛ بطوریکه افزایش دقت به منزله کاهش سرعت خواهد بود. این محدودیت، کاربرد روش‌های کاملاً عددی را برای مطالعه فراگیر مکانیک ساختاری جامدات غیر موجه می‌سازد. بدیهی است هرگاه بتوان با ترکیب روش‌های تحلیلی و عددی ضمن حفظ دقت بر سرعت تحلیل افزود می‌توان به افق‌های وسیع‌تری برای مطالعه رفتار سازه‌های مکانیکی نظر داشت.

کاربرد مواد مدرج تابعی (FGM) از جمله موارد استفاده از مواد ترکیبی در تولید دیسک‌های چرخان ناهمگن جهت بهره برداری از خصوصیات متفاوت مادی می‌باشد. در این نوع مواد کسر حجمی دو یا تعداد بیشتری ماده به طور پیوسته در طول یک یا چند بعد تغییر داده می‌شود. دیسک‌های چرخان از مواد مدرج تابعی برای استفاده در محیط‌های با دما یا سایش بالا از قبیل صنایع هوافضا، روتور توربین‌ها، چرخ طیارها، چرخ دنده‌ها و ابزار برش تولید و بکارگیری می‌شوند. هرچه استفاده از مواد مدرج تابعی توسعه پیدا می‌کند نیاز به روش‌های جدید برای توصیف، تحلیل و طراحی اجزاء سازه‌هایی که از این نوع مواد تشکیل یافته افزایش می‌یابد. مواد مدرج تابعی معمولاً از ترکیب یک سرامیک و فلز ساخته می‌شوند. سرامیک نقش بالا بردن مقاومت دمائی یا سایشی/خورندگی را دارد و فلز به عنوان فاز انعطاف پذیر از شکست در اثر تنش‌های کاری و بویژه تنش‌های حرارتی جلوگیری می‌کند.

۱-۱ تاریخچه

در این قسمت تاریخچه مطالعات انجام شده بر روی دیسک‌های چرخان بررسی می‌شود. به طور کلی این مطالعات معطوف به تحلیل الاستیک و پلاستیک در حالت تنش صفحه‌ای و تحلیل خمش در حالت الاستیک می‌باشند که به ترتیب اولویت زمانی به شرح زیر می‌باشند.

در سال ۱۹۱۳ میسنر [۴] توانست معادله همگن حاکم بر پوسته‌ای با شکل مخروطی تحت بارگذاری متقارن محوری را به معادله گوسی تبدیل کند. یکی از نخستین تلاش‌ها برای تحلیل نظری دیسک‌های چرخان توسط هنگر [۵] و بر پایه فرمولبندی میسنر انجام شد که در آن وی سعی نمود دیسک‌هایی با مقاطع سهموی را در حالت الاستیک تحلیل نماید. بعدها گیووانزی [۶] با افزودن دما و تغییر چگالی در راستای شعاع برای دیسک‌های همگرا و واگرای سهمی شکل، تحلیل هنگر را تعمیم داد. سری فوق هندسی[1] که هنگر و گیووانزی در کارهای خود با آن سروکار داشتند همگرایی بسیار کندی داشت و به همین دلیل پروژه‌های عملی کمی توسط روش بسط داده شده هنگر و گیووانزی انجام گردید و این روش تا سال‌ها بدست فراموشی سپرده شد.

راما و اینگر [۷] روشی برای محاسبه جابجائی و تنش خارج از صفحه در یک دیسک چرخان حلقوی معرفی کردند و حل خود را با حل تنش صفحه‌ای مقایسه نمودند. در این مطالعه تصریح شده است که هرگاه ضخامت دیسک نسبت به قطر آن قابل ملاحظه باشد حتی با وجود تنها بارهای داخل صفحه‌ای، امکان بوجود آمدن تنش‌های خارج از صفحه به علت برخی قیود هندسی وجود دارد. این حالت مثلاً هنگامیکه یک دیسک حلقوی روی یک شافت صلب نصب شود روی می‌دهد. در این صورت حل تنش صفحه‌ای بویژه در نزدیک مرز صلب کافی نمی‌باشد. با این حال تحلیل دقیق سه بعدی مسئله بسیار پیچیده است. فرض شده است که دیسک با فشار روی شافت نصب گردیده و انقباض محوری ممکن نباشد. مطابق اصل سنت ونان مؤلفه تنش محوری در بخش‌های دور از مرز درگیر کوچک می‌باشد اما می‌تواند اثر قابل توجهی روی تنش‌های داخل صفحه‌ای بگذارد. در این مطالعه، تنش محوری به صورت حاصل ضرب دو عامل در نظر گرفته شده است. یک عامل تابعی از موقعیت در طول مرز درگیر و عامل دیگر تابعی است که به صورت نمائی نسبت به راستای شعاعی کاهش می‌یابد ($\sigma_z = Aexp[\beta(a/b - r/b)]$). عامل اول که تابع موقعیت در طول مرز درگیر است با این شرط که کرنش محوری در این مرز صفر است بدست آمده است. برای حل مسئله یک تابع تنش که در معادله تعادل در صفحه دیسک صدق می‌کند در نظر گرفته شده و با جایگزینی آن در رابطه سازگاری، معادله دیفرانسیلی بر حسب این تابع تنش تشکیل گردیده است. حل این معادله دیفرانسیل و در نظر گرفتن شرایط مرزی، در نهایت تنش‌های سه بعدی را بدست می‌دهد. طبق نتایج حاصل، اختلاف در مقادیر جابجائی شعاعی و نیز تنش‌های محیطی و شعاعی بین دو حل تنش صفحه‌ای و تنش خارج از صفحه حداکثر ۳٪ می‌باشد.

ردی و هوانگ [۸] تحلیل تغییر شکل بزرگ ورق‌های دایره‌ای با ضخامت متغیر را انجام دادند. معادلات ون کارمن برای ارتباط بین مؤلفه‌های جابجائی و کرنش و نیز معادلات ورق ریسنر در این تحلیل بکار رفته‌اند. معادلات دیفرانسل حاصل از معادلات تعادل ورق توسط مدل المان محدود حل شده‌اند. پروفیل ضخامت ورق با یک تابع توانی معرفی شده است و بار محوری گسترده یکنواخت به سطح ورق اعمال گردیده است. مسئله از نوع ارتوتروپیک متقارن محوری با شرایط

[1] Hypergeometric series

مرزی غلتکی و نیز صلب می‌باشد. مقادیر تنش‌های شعاعی و تغییر شکل محوری در جداولی لیست شده‌اند. مقادیر جابجائی محوری ورق در این تحلیل که تغییر شکل برشی در آن لحاظ شده با یک حل کلاسیک دقیق مقایسه شده است. اشاره شده که تئوری تغییر شکل برشی، مقادیر جابجائی محوری را کمی بیشتر از آن در تئوری کلاسیک نشان می‌دهد. در این مقاله همچنین مقایسه‌ای در تغییر شکل و تنش ورق بین پروفیل‌های مختلف ضخامت انجام شده است. تعداد المان‌های محدود در تحلیل ۲۰ عدد منظور گردیده است.

گامر [۹] به عنوان یکی از محققان پیشتاز در آنالیز غیر خطی دیسک‌ها، حل ارتجاعی- کاملاً مومسان برای یک دیسک با ضخامت و چگالی یکنواخت با معیار تسلیم ترسکا با شرط حالت تنش صفحه‌ای را به صورت تحلیلی انجام داد. وی همچنین حل تحلیلی دیسکی با ضخامت و چگالی یکنواخت را که از ماده‌ای با رفتار سخت‌شوندگی خطی تشکیل شده است توسط همان معیار و در حالت تنش صفحه‌ای مطالعه نمود [۱۰]. گامر [۱۱] همچنین یک دیسک ضخامت یکنواخت با نصب فشاری روی محور با ماده سخت شونده را مطالعه نمود. در این مطالعه از معیار تسلیم ترسکا استفاده شده و یک حل تحلیلی ارائه گردیده است. گوون [۱۲] با بسط روش گامر، دیسک نصب شده روی یک شافت صلب با ضخامت و چگالی متغیر را مطالعه نمود. در این مطالعه دیسک به تناسب فاصله از محور به چهار ناحیه تقسیم شده که در ناحیه اول تنش پلاستیک شعاعی بیش از تنش محیطی است. در ناحیه دوم تنش‌های شعاعی و محیطی پلاستیک با هم برابرند، در ناحیه سوم تنش محیطی بیش از تنش شعاعی است و ناحیه چهارم حالت تنش الاستیک حاکم می‌باشد. در هر ناحیه حل جداگانه‌ای انجام شده است. چند سال بعد گامر [۱۳] یک حل شبه تحلیلی برای حل یک مسئله با سخت‌شوندگی غیر خطی ارائه داد. روش نظری خواص مادی متغیر[1] (VMP) توسط جاهد و همکاران [۱۴] در تحلیل مسائل الاستیک- پلاستیک استفاده گردید. جاهد و همکاران او روش VMP را در موارد متعددی از تحلیل تغییر شکل‌های الاستیک- پلاستیک دیسک‌ها از قبیل تحلیل صفحه‌ای تنش با احتساب میزان تلرانس نصب در مصالحی با سخت‌شوندگی غیر خطی [۱۵]، تحلیل حرارتی تنش در دیسک غیر همگن و ضخامت متغیر [۱۶] و تحلیل بارگذاری و باربرداری دیسک [۱۷] بکار بردند. یو و همکاران [۱۸] به روش تابع تنش و از طریق حل عددی، میدان تنش در دیسک چرخان با ضخامت و چگالی متغیر را مطالعه نمودند.

ردی و همکاران [۱۹] خمش متقارن محوری ورق‌های دایروی حلقوی و توپر از مواد مدرج تابعی را توسط تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مطالعه نمودند. در این مطالعه، با بهره‌گیری از تحلیل ورق همگن توسط تئوری کلاسیک ورق کیرشهف و اصلاح مقادیر متناظر آن برای ورق مورد مطالعه، تحلیل انجام شده است. اثر کسر حجمی سرامیک روی پاسخ ورق توسط ارائه مقادیر تنش و جابجائی در جداول مورد بحث قرار گرفته است.

دوردولا و اتیا [۲۰] در سال ۲۰۰۰ مزایای استفاده از مواد مدرج تابعی در دیسک‌های توپر و حلقوی را بررسی کردند. چند نوع مدرج‌سازی با کسرهای حجمی نامی یکسان از سرامیک در نظر گرفته شده است و نتایج با هم مقایسه شده‌اند. حل الاستیک ارتوتروپیک در نظر گرفته شده از طریق روش المان محدود با نرم افزار ABAQUS و انتگرالگیری مستقیم از معادلات دیفرانسیل انجام شده است. روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم برای حل معادله دیفرانسیل بکار گرفته شده است. مدرج‌سازی در راستای شعاع انجام یافته و مستحکم‌سازی نواری[2] ماتریس فلز توسط فیبرهای بلند در نظر گرفته شده است.

[1] Variable Material Property
[2] Fiber reinforcement

حجتی و حسنی [۲۱] روش VMP را در مطالعه دیسک با ضخامت و چگالی متغیر و سخت‌شوندگی دو خطی بکار بردند و این حل را با کار یو [۱۸] که در بالا گفته شد مقایسه نمودند. اراسلان و آرگزو [۲۲] با بکارگیری پرتربیشن که یو و همکارانش [۲۳] در تحلیل دیسک‌های توپر با کرنش سختی غیر خطی بکار برد سرعت حد الاستیک و پلاستیک دیسک با سخت‌شوندگی خطی و غیر خطی را بدست آورند. تحلیل اجزاء سازه‌ای ساخته شده مواد مدرج تحت بارگذاری مکانیکی و گرمائی در اشکال خطی و غیر خطی مطالعه شده‌اند.

روحی و همکاران [۲۴] روشی نیمه تحلیلی برای حل سیلندرهای جدار ضخیم با طول بلند محدود و تحت بارگذاری حرارتی و مکانیکی ارائه دادند. فکئی و یاماناکا [۲۵] تأثیرات مدرج‌سازی عناصر را روی مقاومت و تغییر شکل تیوب‌های جدار ضخیم مطالعه نمودند. در این مطالعه تیوب تحت بار مکانیکی فشار داخلی واقع بوده و حالت کرنش صفحه‌ای برای آن در نظر گرفته شده است.

فکئی و همکاران [۲۶] با مطالعه تیوب جدار ضخیم ساخته شده از مواد مدرج و بارگذاری یکنواخت حرارتی، مطالعه قبلی خود را توسعه دادند. در این مقاله تأثیر مواد مدرج روی تنش‌های پسماند بررسی گردید.

طهانی و همکاران [۲۷] از طریق یک مدل نیمه تحلیلی، محاسبه تغییر شکل و تنش سه بعدی در دیسک‌های چرخان حلقوی را مطالعه کردند. در این مطالعه فرض شده است که دیسک از حلقه‌های ارتوتروپیک تو در تو که به شکل چندین سیلندر داخل هم جا زده شده‌اند تشکیل شده باشد. از تئوری لایه‌ای و قانون همیلتون برای فرموله کردن مسئله استفاده شده است. محاسبه تنش‌های داخل صفحه‌ای و خارج از صفحه در یک دیسک ساخته شده از دو حلقه به صورت گفته شده انجام گردیده است. شرایط مرزی به صورت صلب یا آزاد در سطح داخلی دیسک و آزاد در سطح بیرونی آن است. نتایج این تحلیل با نتایج بدست آمده از روش المان محدود توسط نرم افزار ANSYS مقایسه شده‌اند. اشاره شده که به علت ناپیوستگی در خواص مادی، میدان تنش در حد واسط دو رینگ، سه بعدی است. در این مقاله برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله، هر کدام از دو حلقه به ۳۰ حلقه فرضی تقسیم شده و فرض گردیده است که ضرائب متغیر مادی در سرتاسر هرکدام از این حلقه‌های فرضی یکسان هستند. برای حل عددی مسئله، تعداد لایه‌های دیسک ۶ در نظر گرفته شده که این تعداد، دقت قابل قبولی را بدست داده است.

کردخیلی و نقدآبادی [۲۸] از روشی نیمه تحلیلی برای حل الاستیک دیسک‌های متقارن محوری حلقوی و توپر ساخته شده از مواد مدرج تابعی تحت بار حرارتی استفاده کردند. دستاوردهای این مقاله با نتایج تحلیل دوردلا و اتیا [۲۰] مقایسه گردیده است.

کارگرنوین و همکاران [۲۹] بار حد محوری روی ورق دایره‌ای از مواد مدرج تابعی را بررسی نمودند. بار محوری به صورت متقارن نسبت به محور به عنوان تابعی دلخواه از راستای شعاعی ورق به آن وارد شده است. معیارهای ترسکا و مربعی[1] برای تسلیم ورق به کار رفته‌اند و مدرج‌سازی در راستای شعاعی و راستای محوری (عرضی) به طور جداگانه در نظر گرفته شده‌اند. ورق دارای ضخامت ثابت و تکیه‌گاه ساده غلتکی می‌باشد. اشاره شده است که دو معیار نتایج مشابهی بدست می‌دهند و نتایج با حل دقیق برای بارگذاری سهمی شکل مقایسه گردیده‌اند. لی و همکاران [۳۰] شرایط بعد از کمانش روی یک ورق دایره‌ای از مواد مدرج تابعی که تحت بارهای حرارتی و فشاری واقع است را مطالعه کردند. مدرج‌سازی در راستای ضخامت ورق توسط یک تابع توانی انجام شده است. تئوری ون کارمن برای ارتباط بین

[1] Square