



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی مکانیک

**بررسی مدل سازی آلیاژهای حافظه دار تحت بارگذاریهای چند محوره به روش
میکرو صفحه در دماهای مختلف**

رساله دکترای مهندسی مکانیک
گرایش طراحی کاربردی

رضا مهرابی

استاد راهنما
دکتر محمود کدخدائی

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
هشت	فهرست مطالب
۱	چکیده
	فصل اول: مقدمه و تاریخچه
۳	۱-۱ معرفی آلیاژهای حافظه‌دار
۵	۲-۱ مقدمه‌ای بر کاربرد آلیاژهای حافظه‌دار در صنایع مختلف
۵	۳-۱ لزوم مدل‌سازی سه بعدی رفتار ترمومکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار
۶	۱-۳-۱ مدل‌های میکروسکوپی
۶	۲-۳-۱ مدل‌های ماکروسکوپی
۷	۴-۱ بررسی و ارزیابی منابع و پژوهشهای انجام شده و تاریخچه بحث
۷	۱-۴-۱ سیر تکاملی پیشرفت معادلات از سالهای ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۶
۹	۱-۴-۱ الف-۱-۱ تعمیم مدل‌های یک بعدی به سه بعدی
۱۱	۲-۴-۱ مدل پیشنهادی "پانیکو" و "برینسون"
۱۲	۳-۴-۱ مدل پیشنهادی "ارغوانی"
۱۵	۵-۱ خلاصه‌ای از تاریخچه
۱۸	۶-۱ جمع‌بندی
۱۹	نوآوریهای رساله
	فصل دوم: مدل میکروصفحه
۲۰	۱-۲ تئوری میکروصفحه
۲۱	۱-۱-۲ فرمول بندی با قید استاتیکی
۲۳	۲-۱-۲ فرمول بندی با قید سینماتیکی
۲۳	۲-۲ مدل‌های توسعه یافته بر مبنای تئوری میکروصفحه
۲۳	۱-۲-۲ مدل "بروکا"
۲۶	۲-۲-۲ مدل "کدخدائی"
۳۲	۳-۲ جمع‌بندی
	فصل سوم: توسعه مدل میکروصفحه در فضای مکانیک محیط پیوسته برای کرنشهای کوچک
۳۴	۱-۳ انگیزش جهت فرمولاسیون میکروصفحه بر پایه مکانیک محیط پیوسته
۳۷	۲-۳ فرمولاسیون میکروصفحه بر مبنای تجزیه حجمی-کاهیده برای آلیاژهای حافظه‌دار
۴۵	۳-۳ جمع‌بندی
	فصل چهارم: نتایج آزمایشگاهی
۴۸	۱-۴ دستاوردهای محققین در تست‌های آزمایشگاهی

۵۰	۲-۴ تجهیزات لازم جهت انجام تست‌ها
۵۶	۳-۴ نتایج آزمایشگاهی کشش محوری و تست پیچش خالص
۶۱	۴-۴ نتایج آزمایشگاهی تحت بارگذاری تناسبی کشش-پیچش
۶۵	۵-۴ نتایج آزمایشگاهی تحت بارگذاری چند محوره کشش-پیچش
۶۵	۱-۵-۴ بارگذاری غیرتناسبی مستطیلی
۷۹	۲-۵-۴ بارگذاری ترکیبی به صورت کرنش کنترل
۸۳	۶-۴ جمع بندی
	فصل پنجم: بررسی مدل پیشنهادی تحت بارگذاری‌های مختلف
۸۵	۱-۵ استخراج پارامترهای ماده
۸۶	۲-۵ مقایسه مدل میکروصفحه با نتایج مدل‌های محققان دیگر
۸۶	۱-۲-۵ مدل "لاگوداس" (۲۰۰۰)
۹۰	۲-۲-۵ مدل "پانیکو" و "برینسون"
۹۵	۳-۲-۵ نتایج آزمایشگاهی "سیتتر"
۹۹	۳-۵ نتایج عددی جهت مقایسه دو فرمولاسیون
۹۹	۱-۳-۵ کشش ساده
۱۰۰	۲-۳-۵ پیچش خالص
۱۰۱	۳-۳-۵ بارگذاری تناسبی
۱۰۵	۴-۵ مقایسه فرمولاسیون میکروصفحه با نتایج آزمایشگاهی
۱۰۶	۱-۴-۵ کشش ساده
۱۰۶	۲-۴-۵ پیچش خالص
۱۰۸	۳-۴-۵ بارگذاری تناسبی
۱۱۳	۴-۴-۵ بارگذاری غیرتناسبی مستطیلی
۱۲۰	۵-۴-۵ بارگذاری غیرتناسبی مثلثی
۱۲۶	۶-۴-۵ بارگذاری سیکلیک
۱۲۹	۵-۵ بررسی مدل در دمای زیر T_g^M
۱۳۵	۶-۵ بررسی مدل در بارگذاری‌های پیچیده
۱۳۹	۷-۵ بررسی عدم تقارن کشش و فشار توسط مدل
۱۴۴	۸-۵ جمع بندی
	فصل ششم: بررسی رفتار ناهمسانگرد استحاله و کوپلینگ بین کشش و پیچش
۱۴۶	۱-۶ توسعه فرمولاسیون میکروصفحه
۱۴۷	۲-۶ کشش ساده

۱۴۹	۳-۶ پیچش خالص
۱۵۲	۴-۶ بارگذاری غیرتناسبی کشش-پیچش
۱۶۰	۵-۶ جمع بندی
	فصل هفتم: شبیه سازی و حل عددی نمونه کاربردهای آلیاژ حافظه دار
۱۶۱	۱-۷ فنر
۱۶۳	۲-۷ تحلیل اجزاء محدود Retrograde Blade 140
۱۶۵	۱-۲-۷ هندسه دریل
۱۶۶	۲-۲-۷ شرایط مرزی و نحوه بارگذاری
۱۶۶	۳-۲-۷ مدل شبیه سازی شده
۱۶۹	۳-۷ جمع بندی
	فصل هشتم: نتیجه گیری
۱۷۰	۱-۸ جمع بندی کلی نتایج
۱۷۲	۲-۸ پیشنهادات
	پیوست ها
۱۷۳	پیوست الف
۱۷۵	پیوست ب
۱۷۶	پیوست ج
۱۷۷	مراجع

فهرست علائم و نشانه‌ها

ε_M	مولفه برشی بردار ترکشن کرنش داخل صفحه	M_S	دمای آغاز تشکیل مارتنزیت
ε_L	مولفه برشی بردار ترکشن کرنش داخل صفحه	M_f	دمای پایان تشکیل مارتنزیت
E_N^0	مدول الاستیک محلی نرمال	A_S	دمای آغاز تشکیل آستنیت
E_T^0	مدول الاستیک محلی برشی	A_f	دمای پایان تشکیل آستنیت
E	مدول الاستیک ماکروسکوپیک	M^T	مارتنزیت دو قلو
C_A	شیب ناحیه آستنیت در دیاگرام فازی	M^{Dt}	مارتنزیت غیردوقلو
C_M	شیب ناحیه مارتنزیت در دیاگرام فازی	ξ_T	کسر حجمی مارتنزیت ناشی از حرارت
σ_V	مولفه‌های حجمی تنش نرمال در رابطه (۲-۲۴)	ξ_S	کسر حجمی مارتنزیت ناشی از تنش
ε_V	مولفه‌های حجمی کرنش نرمال در رابطه (۲-۲۳)	ε^e	کرنش الاستیک
σ_D	مولفه‌های انحرافی تنش نرمال در رابطه (۲-۲۴)	ε^{tr}	کرنش استحاله
ε_D	مولفه‌های انحرافی کرنش نرمال در رابطه (۲-۲۳)	ε^*	حداکثر کرنش قابل بازیابی محوری
ds	طول کمان دایره‌ای	σ_S^{cr}	تنش بحرانی آغاز استحاله
σ	تنش محوری	σ_f^{cr}	تنش بحرانی پایان استحاله
τ	تنش برشی	S	تانسور تنش‌های انحرافی
ε	کرنش محوری	P	تانسور قطری
γ	کرنش برشی	ε^{re}	کرنش تغییر جهت گیری مارتنزیت‌ها
V	تانسور حجمی ساز	T	دما
D	تانسور انحرافی ساز	e	کرنش انحرافی
k	یک سری متغیر داخلی	h	کار سختی فاز استحاله
G	انرژی آزاد گیبس	q	متغیر اسکالر
ρ	چگالی	N	متغیر تانسوری
σ_{vol}	تانسورهای تنش حجمی	σ_N	مولفه نرمال بردار ترکشن تنش
σ_{dev}	تانسورهای تنش انحرافی	σ_M	مولفه برشی بردار ترکشن تنش داخل صفحه
U	انرژی داخلی تابعی از جرم	σ_L	مولفه برشی بردار ترکشن تنش داخل صفحه
q	برداری شار حرارتی	n	برداری نرمال یک میکروصفحه
r	تولید حرارت داخلی	Ω	سطح یک نیم کره واحد
s	انتروپی مخصوص جرم	ε_N	مولفه نرمال بردار ترکشن کرنش
E_A	مدول الاستیک آستنیت	$\mathbf{1}$	تانسور یک مرتبه دو
E_M	مدول الاستیک مارتنزیت	I^{vol}	تانسورهای تصویر حجمی

v	ضریب پواسون	\mathbf{I}^{dev}	تانسورهای تصویر انحرافی
\mathbf{R}	بردار سازنده کرنش استحال	D^{tr}	اتلاف انرژی استحال
T_S^M	دمای آغاز تشکیل مارتنزیت	σ_V^0	کمیت اسکالر تنش حجمی در رابطه (۳-۳۴)
T_f^M	دمای پایان تشکیل مارتنزیت	σ_D^0	تانسور تنش انحرافی در رابطه (۳-۳۴)
T_S^A	دمای آغاز تشکیل آستنیت	ε_V^0	کمیت اسکالر کرنش حجمی در رابطه (۳-۳۷)
T_f^A	دمای پایان تشکیل آستنیت	ε_D^0	تانسور کرنش انحرافی در رابطه (۳-۳۷)
$\bar{\sigma}$	تنش موثر	w	ضریب وزنی
M	گشتاور	d_o	قطر داخلی تیوب
θ	زاویه پیچش	d_i	قطر خارجی تیوب
G_A	مدول برشی آستنیت	γ^*	حداکثر کرنش برشی قابل بازیابی
G_M	مدول برشی مارتنزیت	C_s	نسبت تنش تسلیم محوری به تنش تسلیم برشی
ε^{an}	کرنش ناشی از کوپلینگ محوری و برشی	C_e	نسبت کرنش تسلیم برشی به کرنش تسلیم محوری
		ψ_{ij}	ضرایب آزمایشگاهی کوپلینگ محوری و برشی

چکیده:

مواد هوشمند افق تازه‌ای از علم را در برابر بشر گشوده‌اند و توجه به آن‌ها رویاهای دیرینه‌ای از بشر را تحقق خواهد بخشید. آلیاژهای حافظه‌دار جزء جدیدترین دسته از مواد هوشمند به شمار می‌روند. مهمترین ویژگی این آلیاژها آن است که چنانچه تا دمای خاصی حرارت ببینند می‌توانند کرنش - های ماندگار ایجاد شده در اثر بارگذاری را آزاد کرده و شکل اولیه خود را باز یابند. توانایی تغییر شکل این آلیاژها بوسیله گرم و سرد شدن بدون حضور نیرو و همچنین کاربرد روزافزون این مواد در صنایع مختلف باعث شده تا پژوهشگران و صنعتگران جهت شناخت کافی و دقیق از این مواد دست به مدل‌سازی بزنند. در گذشته با توجه به کاربرد وسیع آلیاژهای حافظه‌دار در حالت تک‌محوری و تحت بارگذاریهای محوری توجه بسیار زیادی به توسعه مدلها در بارگذاری کششی و تک‌محوره شده بود. اما امروزه با توجه به کاربردهای وسیع این مواد تحت بارگذاریهای پیچشی و پیچیده، توسعه مدل‌های سه بعدی در بارگذاریهای چندمحوره مورد توجه بسیار زیادی قرار گرفته است. جهت توسعه مدلها شناخت دقیق رفتار آلیاژهای حافظه‌دار تحت این بارگذاریها و انجام تستهای مربوطه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اکثر مدل‌های ساختاری ارائه شده برای این مواد حاوی پارامترهای زیادی هستند که بعضا غیرقابل اندازه‌گیری و یا بدون مفهوم فیزیکی می‌باشند. همچنین برخی از آنها قادر به مدل‌سازی تمامی رژیم‌های رفتاری این گونه آلیاژها نیستند. هدف از این رساله ارائه مدلی سه بعدی بر پایه تئوری میکروصفحه است که به رفتار خاصی از آلیاژ محدود نبوده و دارای پارامترهایی بوده که با تستهای آزمایشگاهی ساده قابل اندازه‌گیری باشند. همچنین مدل پیشنهادی در فضای سازگاری ترمودینامیک برای کرنش‌های کوچک اصلاح گردیده است. مدل پیشنهادی علاوه بر شبیه‌سازی رفتار سوپرالاستیک، توانایی شبیه‌سازی رفتار حافظه‌داری را نیز دارد. توانایی در بارگذاری چرخه ای و اثبات انحراف از قانون تعامد در بارگذاریهای غیرتناسبی و عدم تقارن در کشش و فشار نیز از دیگر ویژگی - های این مدل می‌باشد. در این رساله به طور مبسوط مدل پیشنهادی در بارگذاریهای چندبعدی و غیرتناسبی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به اطلاعات محدود و بعضا ناقص ارائه شده در کارهای آزمایشگاهی، تستهای مختلفی بر روی تیوب حافظه‌دار NiTi انجام گرفت تا به جای کالیبره کردن مدل با کارهای آزمایشگاهی قبلی با داشتن پارامترهای ماده که همگی از طریق تست قابل اندازه‌گیری می‌باشند، اعتبار و صحت مدل بررسی گردد. همچنین رفتار ناهمسانگردی این مواد نیز به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه و با روابط اصلاح شده میکروصفحه مورد بررسی کمی و کیفی قرار گرفته است. در انتها نیز زیربرنامه "یومت" مربوط به این فرمولاسیون در بسته نرم‌افزاری آباکوس برای چندین کاربرد واقعی مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: آلیاژهای حافظه‌دار، بارگذاریهای چندمحوره، تئوری میکروصفحه، سازگاری ترمودینامیک، رفتار سوپرالاستیک، رفتار حافظه - داری، بارگذاری چرخه ای، انحراف از قانون تعامد، بارگذاریهای غیرتناسبی، نتایج آزمایشگاهی.

فصل اول

مقدمه و تاریخچه

اغلب مواد متداول به گونه‌ای رفتار می‌کنند که تنها به منظور رفع نیازهای خاص و یا عکس‌العمل در برابر محرک‌های ویژه قابل استفاده باشند. اما در بسیاری از سیستم‌های پیشرفته، هرچند اعمال نیروها و تغییر مکان‌های مورد نیاز با استفاده از منابع تأمین انرژی موجود امکان‌پذیر می‌باشد، محدودیت‌های قابل توجهی بر اندازه و جرم قطعات به کار رفته تحمیل می‌شود. این محدودیت‌ها ایجاب می‌کند که انرژی بخشی از سیستم توسط قسمت‌های دیگر تأمین شده و یا برخی از قطعات چندین وظیفه مختلف را بر عهده داشته باشند. نیازهای نامبرده منجر به شناسایی و گسترش موادی شده که اصطلاحاً آن‌ها را مواد هوشمند^۱ می‌نامند. این دسته از مواد تحت شرایط مختلف رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند. از ویژگیهای منحصر به فرد این مواد توانایی آنها در تبدیل انرژی‌هایی از قبیل الکتریکی، مغناطیسی و حرارتی به انرژی مکانیکی می‌باشد. چنانچه این تبدیل انرژی در یک ماده هوشمند اتفاق بیافتد عملکرد آن را به صورت عملگر^۲ و در صورتی که عکس تبدیل انرژی نامبرده رخ دهد عملکرد آن را به صورت حسگر^۳ می‌نامند [۱]. انواع مختلفی از مواد همچون فروالکترونیک‌ها (در میدان الکتریکی دچار کرنش می‌شوند)، آلیاژهای حافظه‌دار (در واکنش به تغییرات دما، دچار تغییر شکل ناشی از تبدیل فاز می‌شوند) و مواد انعطاف‌پذیر مغناطیسی (در میدان مغناطیسی دچار کرنش می‌شوند)، قابلیت‌های حسگری و عملگری از خود نشان می‌دهند. این پدیده‌ها برعکس یکدیگر عمل می‌کنند و بنابراین می‌توان این مواد را، جداگانه یا با هم به کار برد و قابلیت حسگری و عملگری را برای پاسخگویی به شرایط محیطی با یکدیگر ترکیب کرد. مواد هوشمند مشتمل بر انواع متنوع با ویژگی‌های مختلف بوده که در اینجا تنها آلیاژهای حافظه‌دار^۴ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

1. Smart (Intelligent)

2. Actuator

3. Sensor

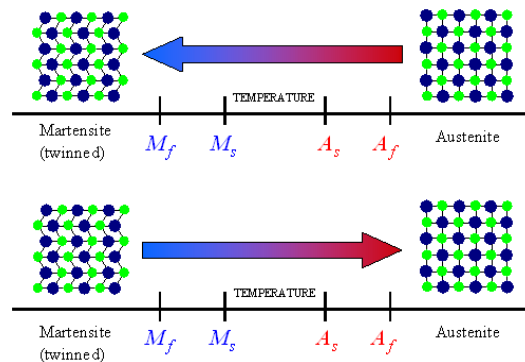
4. Shape Memory Alloys (SMA)

۱-۱ معرفی آلیاژهای حافظه‌دار

مهمترین ویژگی آلیاژهای حافظه‌دار که باعث استفاده روز افزون آنها شده است این است که چنانچه تا دمای خاصی حرارت ببینند می‌توانند کرنش‌های ماندگار ایجاد شده در اثر بارگذاری را آزاد کرده و شکل اولیه خود را بدست آورند. البته این ویژگی، که خاصیت حافظه‌داری^۱ نام دارد، تنها بخشی از خصوصیات این دسته از مواد می‌باشد.

اولین مشاهدات و فعالیتها در زمینه ویژگی حافظه‌داری مواد به سال ۱۹۶۱ که توسط "بولر"^۲ و همکارانش صورت گرفت بر می‌گردد [۲]. آن‌ها در آزمایشگاه "نایتینول"^۳ پژوهش‌های خود را بر آلیاژ نیکل تیتانیوم^۴ متمرکز کرده و به خاصیت حافظه‌داری در آنها پی‌بردند [۳]. پس از آن، آلیاژ NiTi به نام نایتینول شهرت یافت و گرچه تاکنون مواد حافظه‌دار دیگری از قبیل CuZnAl، CuAlNi، FeNiCoTi و FeMnSi نیز شناخته شده‌اند، ولی این آلیاژ به عنوان معروف‌ترین آلیاژ حافظه‌دار مطرح و اغلب تحقیقات بر روی آن انجام پذیرفته است.

خاصیت مهم آلیاژهای حافظه‌دار که منجر به وجود ویژگی‌های منحصر به فرد در آن‌ها شده وقوع تبدیل فاز مارتنزیتی^۵ می‌باشد. آلیاژهای حافظه‌دار دارای دو فاز پایدار آستنیت و مارتنزیت می‌باشند. این مواد در دماهای بالا بصورت آستنیت که یک ساختار کریستالی متقارن با انرژی بالا است موجود بوده اما در دماهای پایین بصورت مارتنزیت با انرژی کم که تقارن ساختار آن کمتر از آستنیت است می‌باشند [۴]. کرنش‌های ماکروسکوپی در این نوع تغییر فاز بسیار کوچک و قابل اغماض می‌باشند. شکل (۱-۱) این استحال را با جزئیات بیشتر نشان می‌دهد.



شکل (۱-۱) نحوه تغییر ساختار بلوری فازها در اثر اعمال حرارت به یک آلیاژ حافظه‌دار [۵]

در تغییر فاز آستنیت به مارتنزیت در اثر سرد شدن، درجه حرارت آغاز تشکیل مارتنزیت M_s و درجه حرارت پایان تشکیل این فاز M_f نام دارد. این استحاله برگشت‌پذیر بوده و با گرم کردن مارتنزیت می‌توان به فاز آستنیت دست یافت. در اینصورت دمای آغاز تشکیل آستنیت را A_s و دمای پایان آن را A_f می‌نامند. این چهار درجه حرارت از خواص مهم این آلیاژها بوده که

¹ Shape Memory Effect (SME)

² Buehler

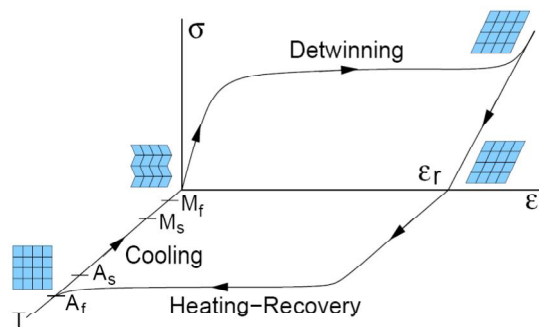
³ Nitinol (Nickel Titanium Naval Ordnance Laboratory)

⁴ Nickel Titanium

⁵ Martensitic Phase Transformation

بسته به شرایط مختلف، از جمله درصد ترکیب عناصر و عملیات حرارتی ساخت و پس از ساخت جسم، مقادیر متفاوتی می-توانند داشته باشند.

ویژگی شبه پلاستیک آلیاژهای حافظه‌دار با بارگذاری و باربرداری نیرو به فلز و تغییر فاز در اثر بارگذاری حاصل می‌گردد؛ اما چنانچه تغییر فاز در اثر حرارت نیز با این شرایط ترکیب گردد خصوصیت حافظه‌داری در این آلیاژها پدیدار می‌گردد. به عنوان نمونه پس از باربرداری به ماده تا دمایی بالاتر از A_f حرارت داده شود تبدیل فاز به آستنیت خالص (A) رخ داده و در طی این تغییر فاز تمامی کرنش‌های پسماند (ϵ^*) حذف می‌شوند. این روند در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود در غیاب هرگونه تنش و کرنش می‌توان آستنیت حاصل را در طی یک تغییر فاز در اثر سرد کردن به فاز اولیه مارتنزیت دو قلو (M^T) تبدیل کرد. در این مرحله با اعمال تنش، مارتنزیت دو قلو به مارتنزیت غیردوقلو (M^{Dt}) تبدیل می‌شود.



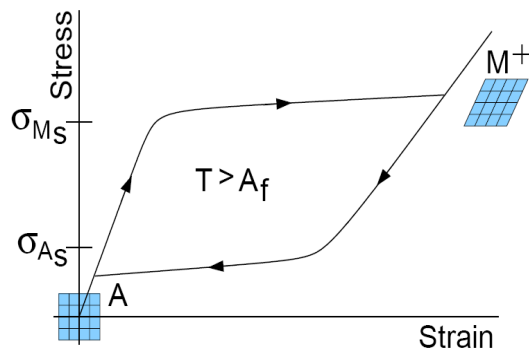
شکل (۲-۱) نمایش چگونگی ایجاد خاصیت حافظه‌داری [۲]

این تغییر فاز در اثر سرد شدن اثر قابل توجهی بر کرنش‌های ماکروسکوپی نداشت و عملاً ماده در حالت آستنیت شکل اولیه خود را بدست آورده است. از این رو تغییر شکل ماندگاری که در دمای پایین ایجاد شده است تنها با گرم کردن ماده (و نه لزوماً سرد کردن مجدد) از بین رفته و شکل اولیه فلز حاصل شده است. توجه به این نکته ضروری است که حذف کرنش‌های پسماند در اثر گرم شدن^۱ به دلیل تبدیل فاز مارتنزیت به آستنیت در مواد معمولی همچون فولادها امکان‌پذیر نیست. علت این امر آن است که برش رخ داده در شبکه کریستالی یک آلیاژ حافظه‌دار در حین اعمال بار ناشی از دوقلو شدن است در حالی که در مواد معمولی ناشی از لغزش صفحات می‌باشد. این لغزش که ناشی از شکل‌گیری و حرکت نابجایی‌ها در فلز می‌باشد موجب تغییر شکل دائم و کارسختی شده که با اعمال حرارت حذف شدنی نیست. از این رو استحاله مارتنزیتی رخ داده در آلیاژهای حافظه‌دار را استحاله معکوس پذیر^۲ می‌نامند.

اما چنانچه دمای آلیاژ بالاتر از A_f بوده و ماده به طور کامل در فاز آستنیت باشد در طی بارگذاری تغییر فاز از آستنیت به مارتنزیت غیر دو قلو رخ داده و در حین بار برداری عکس این تغییر فاز رخ داده و با حذف کامل بار، ماده شکل و فاز اولیه خود را بدست خواهد آورد. این رفتار که در شکل (۳-۱) نشان داده شده را ویژگی سوپرلاستیک یا شبه‌الاستیک آلیاژهای حافظه‌دار می‌نامند. همانگونه که در شکل مشاهده می‌شود در حین بارگذاری با رسیدن تنش به مقدار σ_{M_s} استحاله مارتنزیتی

^۱. Heating Recovery

^۲. Reversible Martensitic Transformation



شکل (۳-۱) نمایش خاصیت سوپراالاستیک آلیاژهای حافظه دار [۲]

شروع شده و آستنیت به تدریج تبدیل به مارتنزیت غیر دوقلو می‌شود. عکس این تغییر فاز در حین بار برداری از مقدار تنش σ_{As} آغاز می‌گردد.

۲-۱ مقدمه‌ای بر کاربرد آلیاژهای حافظه‌دار در صنایع مختلف

توانایی تغییر شکل قطعه‌ای از فلز بدون حضور نیرو و تنها بوسیله گرم و سرد شدن یکی از شگفت‌انگیزترین رفتارهایی است که باعث شده تا این مواد در شاخه‌های متعددی همچون مهندسی پزشکی، دندانپزشکی، صنایع هوا-فضا، رباتیک، مهندسی سازه، سیستم‌های میکرو-الکترو-مکانیکی^۱، و حتی کاربردهای عام‌تر همچون صنعت پوشاک و اسباب‌بازی مورد استفاده قرار بگیرند.

در تمامی وسائل دینامیکی، به عنوان مثال برج گردان (برجک توپ)، پرتاب تیر توسط اسلحه و حتی باز کردن یک درب ساده، اصول اصلی بر ترکیب سیستم‌های مختلف جهت هدف موردنظر استوار می‌باشد. این سیستمها بر پایه ترکیبی از اتصالهای مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی و ... استوار می‌باشند. لوله‌های دوار حافظه‌دار با توجه به کمتر بودن وزن آنها نسبت به لوله‌های معمولی جهت انتقال گشتاور پیچشی از عضوی به عضو دیگر کاربرد روزافزونی پیدا کرده‌اند. از جمله این موارد می‌توان به کاربرد در صنایع مختلف از جمله صنایع هوا-فضا، مصارف پزشکی، رباتیک، اتومبیل‌سازی، مخابرات و غیره نام برد. اولین کاربردهای لوله‌های پیچشی حافظه‌دار در سال ۱۹۷۱ و در هواپیمای F-14 صورت گرفت. در این هواپیما از لوله‌های پیچشی حافظه‌دار جهت انتقال کوپل پیچشی استفاده شد [۶].

۳-۱ لزوم مدل‌سازی سه بعدی رفتار ترمومکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار

سابقاً با توجه به کاربردهای آلیاژهای حافظه‌دار در حالت یک بعدی اکثر مدل‌سازی‌ها نیز در حالت یک بعدی انجام می‌گرفت. اما امروزه کاربرد بیش از پیش این مواد در صنایع مختلف، پژوهشگران و صنعتگران را بر آن داشته تا کاربردهای جدیدتری از این مواد را در صنایع گوناگون بویژه کاربردهای آنها در حالت سه بعدی بیابند. لذا جهت استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار و کاربرد آنها در حالت سه بعدی شناخت کافی و دقیق از این مواد و رفتاری که این مواد در شرایط گوناگون از خود نشان می‌دهند و مدل‌سازی سه بعدی آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

¹. Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS)

مدل‌های ساختاری موجود که به شبیه‌سازی رفتار آلیاژهای حافظه‌دار می‌پردازند را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم‌بندی کرد:

۲-مدل‌های ماکروسکوپی

۱-مدل‌های میکروسکوپی

۱-۳-۱ مدل‌های میکروسکوپی

مدل‌های میکروسکوپی به گونه‌ای هستند که چند فازی بودن آلیاژ حافظه‌دار در آنها لحاظ شده و به دنبال آن اثرات تغییر فاز توسط معادلات ریزساختاری بیان می‌شود. سپس با استفاده از نوعی میانگین‌گیری^۱ رفتار ماکروسکوپی ماده استخراج می‌گردد. این مدل‌ها هرچند که به شناخت ریزساختاری مواد کمک می‌کند ولی استفاده چندانی در عمل و واقعیت از آنها نمی‌شود.

۱-۳-۲ مدل‌های ماکروسکوپی

مدلهای پدیدارشناختی^۲ چشم‌انداز بسیار روشنی جهت کاربرد در طرحهای مهندسی هوشمند دارند. همچنین در مقایسه با مدل‌های میکرومکانیکی در این مدل‌ها ویژگی‌های بیشتری به کمک معادلات ساختاری قابل بیان است. از ویژگی‌های این مدل‌ها این است که هر نقطه از جسم بدون مطالعه تک تک فازها به تنهایی بیانگر کل فازها بوده و در اغلب آنها اثرات ریزساختاری ماده با یک یا چند متغیر داخلی بیان می‌گردد. این متغیرها بیانگر ساختار داخلی ماده بوده و به هر نقطه ماکروسکوپی اختصاص داده می‌شوند و در نتیجه متغیرهای حالت در این گونه مدل‌ها مشتمل بر متغیرهای کنترلی، مکانیکی و حرارتی و همچنین متغیرهای داخلی می‌باشند.

نکته اصلی در مدل‌سازی پدیدارشناختی انتخاب یک سری متغیر داخلی جهت نشان دادن نتیجه ماکروسکوپی از تغییرات میکروسکوپی می‌باشد. معروف‌ترین متغیرهای داخلی عبارت است از کسر حجمی فازها و کرنش ناشی از استحاله.

در استخراج معادلات ساختاری به این روش علاوه بر قوانین فیزیکی و اصول بقا در مکانیک محیط پیوسته به یک سری معادلات سینتیکی که تغییرات ایجاد شده در متغیرهای داخلی را در اثر وقوع تحولات مختلف بیان کند، نیاز می‌باشد. این معادلات به تاریخچه ترمومکانیکی جسم وابسته بوده و ویژگی حافظه‌داری آن با استفاده از معادلات سینتیکی در مدل‌ها وارد می‌شود. لذا به کارگیری معادلات ساختاری جسم به حل یک مساله مقدار اولیه برمی‌گردد. این مدل‌ها ابتدا برای بارگذاری یک بعدی استخراج شد و به دلیل محدودیت در انجام آزمایشات پیچیده مورد نیاز برای مقایسه نتایج و وجود مشکلاتی در تدوین مدل‌های سه‌بعدی همچنان سهم زیادی از مدل‌های ماکروسکوپی به صورت یک بعدی ارائه شده و برخی از مدل‌های جامع سه‌بعدی نیز در حالت یک بعدی توسعه یافته‌اند. روند توسعه برخی از مدل‌های معروف در ادامه این فصل اشاره می‌گردد.

¹ Averaging Procedure

² Phenomenological

۴-۱ بررسی و ارزیابی منابع و پژوهشهای انجام شده و تاریخچه بحث

در این قسمت سیر تکاملی معادلات ساختاری حاکم بر آلیاژهای حافظه‌دار از معادلات اولیه و تک بعدی تا معادلات ساختاری پیشرفته و سه‌بعدی در قالب تئوری کرنش کوچک به اختصار ارائه می‌گردد. تمرکز اولیه بر روی مدل‌های پایه می‌باشد که به مرور این مدل‌ها اصلاح و توسعه پیدا کردند. در ادامه مدل‌های جامع‌تر و کامل‌تر به صورت تئوری و عددی مورد مقایسه قرار می‌گیرند و بیشترین تمرکز بر روی توانائی این مدل‌ها در بارگذاریهایی "تناسبی"^۱ و "غیرتناسبی"^۲ می‌باشد.

۴-۱-۱ سیر تکاملی پیشرفت معادلات از سالهای ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۶

"تاناکا"^۳ و "کیکواکی"^۳ اولین کسانی هستند که از کسر حجمی مارتزیت به عنوان متغیر داخلی در مدل‌های ماکروسکوپیکی اجسام تغییر فاز دهنده استفاده نموده و از آنها در مدل‌سازی آلیاژهای حافظه‌دار استفاده کردند [۷].

"لیانگ"^۴ و "راجرز"^۴ در سال ۱۹۹۰ مدل "تاناکا" را در یک بعد اصلاح نموده و آن را شامل دو فاز آستنیت و مارتزیت در نظر گرفتند. متغیرهای حالت در این مدل عبارتند از: کرنش به عنوان متغیر کنترلی مکانیکی، درجه حرارت T به عنوان متغیر کنترلی حرارتی و کسر حجمی مارتزیت، ξ ، به عنوان متغیر داخلی. همچنین به کمک معادله بقای انرژی و نامساوی کلازیوس-دوهم معادلات یک بعدی حاکم بر آلیاژهای حافظه‌دار استخراج گردید [۸].

در سال ۱۹۹۳ "برینسون"^۵ مدل "لیانگ" را اصلاح و آن را توسعه داد. ایشان به این نتیجه رسید که مجزا نکردن مارتزیت‌های دوقلو و غیردوقلو از یکدیگر در بررسی رفتار آلیاژ حافظه‌دار و در نظر گرفتن تنها یک متغیر داخلی به عنوان کسر حجمی مارتزیت منجر به قابل تشخیص نبودن حافظه‌داری رفتار آلیاژ حافظه‌دار می‌گردد. در این مدل، نقیصه مدل قبل در دمای $T \leq M_f$ اصلاح گردید [۹].

"برینسون" کسر حجمی مارتزیت را به صورت زیر بیان کرد:

$$\xi = \xi_T + \xi_S \quad (1-1)$$

که ξ_T کسر حجمی مارتزیت ناشی از حرارت و ξ_S کسر حجمی مارتزیت تولیدی در اثر تنش است. وی معادلات سینتیکی را نیز طبق فرضهای صورت گرفته اصلاح کرد. سپس وی با ساده‌سازی روابط به رابطه بسیار مهم و اساسی زیر رسید:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \xi_S \varepsilon^*) \quad (2-1)$$

که ε^* حداکثر میزان کرنش پسماند محوری قابل بازیابی می‌باشد. معادله اخیر بیان کننده رابطه

¹ Proportional

² Non-proportional

³ Tanaka & Kikuaki

⁴ Liang & Rogers

⁵ Brinson

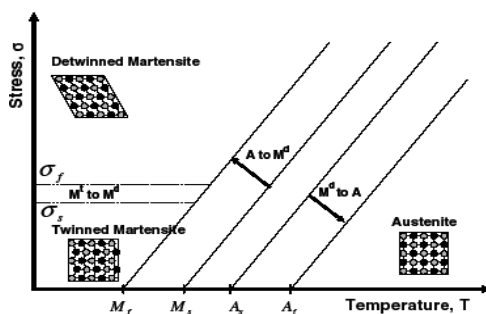
$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} \quad (3-1)$$

می باشد که شبیه به تجزیه کرنش به دو قسمت الاستیک و پلاستیک در تغییر شکل های کوچک برای فلزات معمولی است.

با دقت در رابطه (۳-۱) کرنش الاستیک و کرنش تغییر فاز به شکل زیر استخراج می شود:

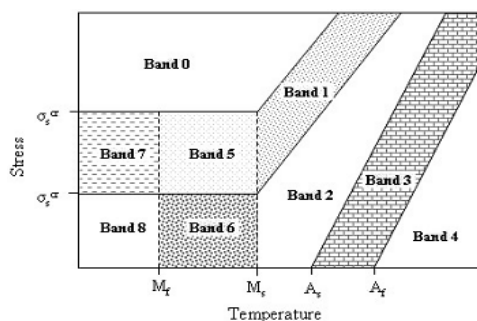
$$\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E}, \quad \varepsilon^{tr} = \varepsilon^* \xi_S \quad (4-1)$$

"برینسون" در مدل خود رفتار دقیق تری از σ_{crit} بر حسب دما (T) در نظر گرفت. وی به این نتیجه رسید که اگر مدول الاستیک آلیاژ در فاز مارتنزیت ثابت بماند، تنش لازم برای تبدیل گونه های مارتنزیت به یکدیگر در دمای پایین تر از M_S تقریباً ثابت است. لذا منحنی $\sigma - T$ مطابق با شکل (۴-۱) اصلاح می گردد. در این شکل مشاهده می شود که σ_f و σ_s که مبین تنش های بحرانی آغاز و پایان استحاله انواع مارتنزیت ها به یکدیگر می باشند، با تغییر دما ثابت هستند که این نتیجه با تست های انجام شده نیز همخوانی دارد. ξ_S موجود در رابطه (۲-۱) تابعی از تنش و دما است که در نواحی مختلف استحاله که با بردار در شکل (۴-۱) مشخص شده است از روابط گوناگونی محاسبه می گردد.



شکل (۴-۱) نمودار اصلاح شده تنش بر حسب دما [۹]

در سال ۲۰۰۶، "چانگ"^۱ به ضعف روابط مرتبط با کسرهای حجمی مارتنزیت در دمای $T < M_S$ (ناحیه ۵ در شکل ۵-۱) پی برد. ناحیه ۵ ناحیه ای است که هر دو تغییر فاز به مارتنزیت تنش دیده (در طول تغییر تنش) و تغییر فاز به مارتنزیت دما دیده (در طول تغییر دما) به طور مشابه اتفاق می افتد. در نتیجه وی معادلات سینتیکی برینسون در ناحیه ۵ را اصلاح کرد [۹، ۱۰].



شکل (۵-۱) تقسیم بندی نواحی نمودار استحاله [۱۰]

¹ Chung

"بوید" و "لاگوداس"^۱ [۱۱] اولین افرادی هستند که بر اساس مدل‌های تک‌بعدی یک مدل سه‌بعدی ارائه نمودند. آنها برای تعمیم رابطه ساختاری (۱-۲)، تنش و کرنش موثر را جایگزین تنش و کرنش تک‌بعدی نمودند.

اما نکته حائز اهمیت در استخراج مدل‌های سه‌بعدی آن است که حتی در مدل کردن رفتار شبه الاستیک آلیاژحافظه‌دار، که در حالت یک بعدی تنها نظیر مارتزیت تک نوعی وارد محاسبات می‌شود، علاوه بر تبدیل فازها بایستی تغییر جهت گیری مارتزیت‌های ناشی از تنش را نیز در نظر گرفت. مارتزیت‌های دوقلو به صورت پراکنده و با جهت گیری‌های تصادفی در جسم توزیع شده‌اند اما جهت گیری مارتزیت‌های غیر دوقلو وابسته به راستای تنش‌های اصلی می‌باشند. از این رو در تعمیم مدل‌های یک بعدی به سه بعدی چنانچه بارگذاری تناسبی باشد به راحتی می‌توان مشابه مدل "بوید" و "لاگوداس" مدل یک بعدی را به سه بعدی تبدیل کرد اما در بارگذاری غیرتناسبی که راستای تنش‌های اصلی در حین اعمال بار دچار چرخش می‌شود باید تغییر جهت گیری انواع مارتزیت را در نظر گرفت و به سادگی قبل نمی‌توان مدل‌های یک بعدی را به سه بعدی تعمیم داد. این دو محقق خود جزء اولین افرادی به شمار می‌روند که این واقعیت را صریحاً در مدل میکرومکانیکی خود در سال ۱۹۹۶ در نظر گرفتند [۱۲]. علاوه بر تبدیل فاز آستنیت به هر یک از انواع مارتزیت‌ها و بالعکس، تغییر جهت گیری هر یک از این نوع مارتزیت‌ها در اثر بارگذاری غیرتناسبی نیز در مدل آنها لحاظ شد و کرنش ناشی از این تغییر جهت گیری در کنار کرنش ناشی از تغییر فازها وارد مدل گردید. در واقع چنانچه بارگذاری آلیاژ تناسبی باشد تمامی انواع مارتزیت هم جهت بوده و حتی در صورت حضور نوع دیگری از مارتزیت، این نوع نیز با بقیه نوع‌ها هم سو می‌گردد. از این رو تمامی مارتزیت‌ها، کرنشی به یک اندازه داشته و در نظر گرفتن تنها یک نوع مارتزیت در واقع معادل لحاظ کردن نتیجه تمامی مارتزیت‌ها خواهد بود در حالیکه در بارگذاری غیرتناسبی این نوع ایده‌ال سازی دور از واقعیت می‌باشد [۱۳].

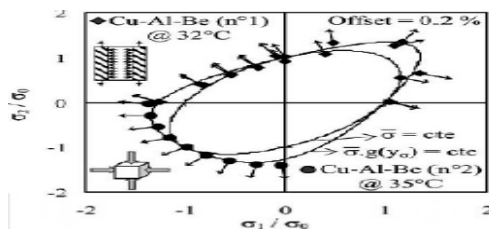
پس از مدل "بوید" و "لاگوداس" تحقیقات متنوعی در خصوص مطالعه رفتار آلیاژهای حافظه‌دار تحت بارگذاری غیرتناسبی صورت گرفت. از آنجا که بررسی تغییر جهت گیری انواع مختلف مارتزیت مستلزم فهم رفتارهای ریز ساختاری ماده می‌باشد اغلب این تحقیقات، مدل‌های میکرومکانیکی بوده و امروزه نیز همچنان بخش وسیعی از پژوهش‌های صورت گرفته از این نوع می‌باشند. اما اینگونه مدل‌ها مشکلات متعددی در کاربرد برای شبیه‌سازی عملی دارند به ویژه اینکه پارامترهای موجود در اغلب آنها به طریق آزمایشگاهی قابل اندازه گیری نبوده و لذا بسیاری از مدل‌های میکرومکانیکی تنها محدود به ارائه روابطی به عنوان معادلات ساختاری آلیاژهای حافظه دار شده‌اند.

پس از ارائه مدل میکرومکانیکی "بوید" و "لاگوداس" و مدل ماکروسکوپی "آوریکو"^۲ و همکارانش در سال ۱۹۹۷ [۱۴] بسیاری از محققان به توجیه رفتار مواد حافظه‌دار تحت بارگذاری غیرتناسبی پرداختند به طوری که تا سال ۱۹۹۹ اکثر فعالیت‌های پژوهشی متمرکز بر تشخیص جزئیات عملکرد این مواد در ابعاد میکروسکوپی گردید و مدل قابل توجهی استخراج

¹ Boyd & Lagoudas

² Auricchio

نشد. در این سال "لیم" و "مک دول"^۱ آزمایشات متعددی با اعمال بارگذاری کشش-پیچش تناسبی و غیرتناسبی بر روی استوانه‌های جدار نازک نایتینولی انجام دادند و با بررسی‌های ترمومکانیکی مختلف به نتایج ارزنده‌ای دست یافتند [۱۵]. آنها در تحقیقات خود پی بردند که در بارگذاری غیرتناسبی، بردار نرخ کرنش تغییر فاز در راستای بردار تنش‌های انحرافی قرار نخواهد داشت. به بیان دیگر قوانین حاکم بر پلاستیسیته معمولی، که پلاستیسیته J_2 یا معیارهای $J_2 - J_3$ نیز نامیده می‌شوند، در مورد بخش غیر الاستیک کرنش در چنین شرایطی صادق نمی‌باشد. به همین خاطر تعمیم مدل‌های سه بعدی مطابق با تئوری تغییر فاز از نوع J_2 که در آن بر اساس قانون تعامد، بردار نرخ کرنش تغییر فاز موازی بردار تنش‌های انحرافی در نظر گرفته می‌شود در مورد بارگذاری غیرتناسبی نادرست خواهد بود. از آنجا که اکثر مدل‌های سه بعدی به این طریق حاصل شده بودند، پس از انتشار این نتایج، اکثر محققین همچنان درصدد ارائه راهکاری به منظور حصول مدل‌های سه بعدی به طریقی مشابه آنچه در پلاستیسیته معمولی انجام می‌پذیرد برآمدند. براین اساس ایده استفاده از یک سطح استحاله مناسب و به کارگیری روابط معمول در استخراج معادلات متشکله مطرح گردید. سطح استحاله سطحی در صفحه تنش‌ها تعریف می‌شود که آغاز استحاله مارتنزیتی ناشی از تنش را پیش بینی می‌کند [۱۶]. با توجه به مباحث فوق، تابعیت این سطح همانند توابعی از جمله فون میزز یا دراگر-پراگر نبوده [۱۷] بلکه تابعی باید باشد که با رفتار آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری غیرتناسبی سازگار باشد. در واقع چنانچه قانون جریان معمولی برای کرنش تغییر فاز در فضای تنش مورد استفاده قرارگیرد این قانون جریان باید به صورت "غیرهمراه"^۲ بوده و سطح استحاله آن متفاوت از موارد نامبرده باشد. از جمله معروف ترین افرادی که در این زمینه فعالیت کردند را می‌توان "بووه" و همکاران^۳ نام برد. آنها با انجام آزمایش‌های متعددی بر دو آلیاژ Cu-Al-Be و Cu-Zn-Al شرایط آغاز تغییر فاز تحت بارگذاری تناسبی و غیرتناسبی را مورد بررسی قرار داده و سطوح استحاله هر نمونه را به طور تجربی مشخص نمودند [۱۸]. سپس با استفاده از این اطلاعات، معادله سطح تسلیم را در هر مورد استخراج کرده و در قانون جریان به کار گرفتند [۶]. در مدل آنها ε^{tr} متناسب با $\frac{\partial g}{\partial \sigma}$ در نظر گرفته شد که g سطح استحاله فرض شده آنها است و متفاوت از سطح استحاله براساس نظریه فون میزز است. در مدل سازی به این روش با در نظر گرفتن چرخش بردار نرخ کرنش تغییر فاز نسبت به راستای عمود بر سطح استحاله، پدیده تغییر جهت گیری مارتنزیت در نظر گرفته می‌شود. مدل ارائه شده که مطابق با سطح استحاله در شکل (۶-۱) می‌باشد نیز تنها رفتار شبه‌الاستیک آلیاژهای حافظه‌دار را مورد بررسی قرار می‌دهد. به علاوه از آنجا که فرم تابع تسلیم و مقدار عددی ضرایب موجود در آن کاملاً بر اساس رفتارهای مشاهده شده در آزمایشات تعیین می‌گردد، این مدل محدود به همان نوع ماده و شرایطی می‌گردد که سطح استحاله برای آن استخراج شده است.



شکل (۶-۱) نمای سطح تنش استحاله [۱۹]

¹ Lim & McDowell

² Nonassociate

³ Bouvet

مدل دیگر توسط "پنگ"^۱ و همکاران در سال ۲۰۰۱ ارائه شد که وی مدل خود را برای آلیاژ Cu-Al-Zn-Mn و در شرایط بارگذاری غیرتناسبی استخراج کرد [۲۰]. ایشان همچنین از روابط متداول پلاستیسیته برای بیان نرخ کرنش تغییر فاز استفاده کرد اما در این معادلات تنش موثر را به صورت تعمیم یافته ی

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} S; P; S} \quad (5-1)$$

لحاظ نمود که S تانسور تنش های انحرافی و P نیز یک تانسور قطری است که اگر یکه انتخاب شود منجر به حصول تنش موثر متعارف می گردد. درایه های تانسور P به طریق آزمایشگاهی باید تعیین شوند. این امر باعث می شود اگر چه مدل حاضر بر خلاف مدل های قبلی قادر به شبیه سازی رفتار حافظه داری نیز می باشد، اما محدودیت به ماده ای خاص در این مدل نیز وجود دارد. هر چند که این مدلها قادرند تا به نوعی تغییر جهت گیری مارتنزیت ها را مدل کنند اما صریحا این رفتار را تبیین نکردند. لذا مدل های بعدی که معرفی می شوند صریحا سهم تغییر جهت گیری را منظور می کنند.

۱-۴-۲ مدل پیشنهادی "پانیکو" و "برینسون"^۲ [۲۱] (۲۰۰۷)

مدل پیشنهاد شده توسط "پانیکو" و "برینسون" بر پایه فرایند ترمودینامیکی بازگشت ناپذیر و در فضای تئوری کرنش کوچک بنا شده است. لذا حالت ترمودینامیکی یک المان حجمی همگن بوسیله یک سری متغیر داخلی و خارجی (کنترلی) بیان می گردد. کسر حجمی مارتنزیت تنش دیده توسط رابطه زیر با کرنش غیرالاستیک رابطه دارد:

$$\xi_\sigma = \frac{\|\varepsilon^{in}\|}{\sqrt{\frac{3}{2}\varepsilon^*}} \quad (6-1)$$

ε^* حداکثر کرنش تغییر فاز تک محوره می باشد. از رابطه (۶-۱) مشتق کسر حجمی مارتنزیت بدین صورت بدست می آید:

$$\dot{\xi}_\sigma = \frac{\varepsilon^{in}; \dot{\varepsilon}^{in}}{\sqrt{\frac{3}{2}\varepsilon^* \|\varepsilon^{in}\|}} \quad (7-1)$$

نرخ کرنش غیرالاستیک شامل قسمت مربوط به استحاله فاز والدین و قسمت مربوط به تغییر جهت گیری مارتنزیت ها می باشد:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \dot{\varepsilon}^{tr} + \dot{\varepsilon}^{re} \quad (8-1)$$

که $\dot{\varepsilon}^{tr}$ و $\dot{\varepsilon}^{re}$ تانسورهای نرخ کرنش استحاله و تغییر جهت گیری مارتنزیت ها می باشند. قسمت کرنش تغییر جهت گیری از اختلاف جهت بین تانسور تنش اعمالی و کرنش غیرالاستیک حاصل می شود.

از آنجا که عبارت کرنش تغییر جهت گیری در تغییر کسر حجمی مارتنزیت تاثیری ندارد لذا شرط $\dot{\varepsilon}^{re}; \varepsilon^{in} = 0$ اعمال می - گردد و معادله (۷-۱) اصلاح می گردد:

¹ Peng

² Panico & Brinson

$$\xi_{\sigma} = \frac{\varepsilon^{in}; \varepsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2}\gamma \|\varepsilon^{in}\|}} \quad (9-1)$$

کسر حجمی مارتزیت، ξ ، به عنوان متغیر داخلی و ε^e و T به عنوان متغیر کنترلی شناخته می‌شوند.

فرم نهایی معادلات ساختاری به طور خلاصه در جدول ۱-۱ آمده است:

جدول (۱-۱) خلاصه‌ای از معادلات ساختاری پیشنهاد شده توسط پانیکو و برینسون [۲۱] (۲۰۰۷)

ε, T	متغیرهای خارجی:
e^{in}	متغیر داخلی:
$s = 2G(e - e^{in})$	مقادیر تنش:
$\bar{x} = [\tau_M(T) + h\ e^{in}\ + \gamma] \frac{\varepsilon^{in}}{\ \varepsilon^{in}\ }$	
$x^{tr} = s - \bar{x}$	
$x^{re} = \hat{\mathbb{I}}:s$	
$\dot{e}^{in} = \dot{\lambda}_{tr}x^{tr} + \dot{\lambda}_{re}x^{re}$	معادله محاسباتی:
$f_{tr} = \ x^{tr}\ - y_{tr}(z_{\sigma})$	توابع مرزی:
$f_{re} = \ x^{re}\ - y_{re}$	
$y_{tr}(z_{\sigma}) = \begin{cases} A^f z_{\sigma} - B^f z_{\sigma} \ln(1 - z_{\sigma}) + C^f & \text{if } \dot{z}_{\sigma} > 0 \\ A^r (1 - z_{\sigma}) - B^r (1 - z_{\sigma}) \ln(z_{\sigma}) + C^r & \text{if } \dot{z}_{\sigma} < 0 \end{cases}$	
$\xi_{\sigma} = \frac{\ \varepsilon^{in}\ }{\varepsilon_L}$	
$f_{tr} \leq 0, \dot{\lambda}_{tr} \geq 0, \dot{\lambda}_{tr} f_{tr} = 0$	شرایط کن-تاکر:
$f_{re} \leq 0, \dot{\lambda}_{re} \geq 0, \dot{\lambda}_{re} f_{re} = 0$	

در معادلات بالا تانسور مرتبه چهار $\hat{\mathbb{I}}$ بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\hat{\mathbb{I}} = \mathbb{I} - \frac{\varepsilon^{in}}{\|\varepsilon^{in}\|} \otimes \frac{\varepsilon^{in}}{\|\varepsilon^{in}\|} \quad (10-1)$$

که \mathbb{I} تانسور یکه مرتبه چهار می‌باشد. همچنین e کرنش انحرافی، $\tau_M(T)$ تابعی از دما، h کارسختی فاز استحاله و $A^{f,r}, B^{f,r}, C^{f,r}$ به عنوان پارامتر ماده و y_{re} نیز پارامتر ماده است که فرایند تغییر جهت گیری را کنترل می‌کند [۲۲].

۱-۴-۳ مدل پیشنهادی "ارغوانی"^۱ (۲۰۱۰)

برای مواد حافظه‌دار، از آنجا که تغییر فاز مارتزیت اصلی‌ترین خاصیت میکروسکوپیکن شناخته می‌شود، لذا برای مدل کردن جهت‌گیری متغیرها و تغییر آن به یک سری متغیر داخلی مناسب نیاز است تا علاوه بر بیان اسکالر، توانائی ارائه اطلاعاتی برای جهت آن نیز داشته باشد. مدل‌هایی که متغیر داخلی آنها به صورت تانسوری بیان می‌شود موفق‌تر از مدل‌هایی هستند که متغیر داخلی آنها به صورت اسکالر بیان می‌شود. اکثر مدل‌های پیشنهادی، کرنش غیرالاستیک را به عنوان یک متغیر داخلی یگانه در

^۱ Arghavani

نظر می‌گیرند اما "ارغوانی" در مدل خود $\|\varepsilon^{in}\|$ را به عنوان یک پارامتر اسکالر در نظر گرفت که مقدار مارتنزیت را مشخص می‌کند و جهت آن جهت متغیرها را نشان می‌دهد که تاکید روی تغییر جهت گیری مارتنزیت‌ها نیز صورت می‌گیرد.

از نقطه نظر "پدیدارشناختی"، رفتار میانگین متغیرها به عنوان نتیجه تک متغیرها شناخته می‌شود. بنابراین هنگامی که جهت اعمال نیرو تغییر می‌کند جهت این نتیجه نیز تغییر می‌کند. در مدل ایشان ε^{in} تنها به عنوان متغیر داخلی شناخته می‌شود و مقدار و جهت آن بطور مشخص مجزا است. انتخاب این متغیر داخلی باعث تمایز بین فاز والدین که هیچگونه کرنش ماکروسکوپیکی ندارد و فاز محصولات که کرنش ماکروسکوپیکی به آن اطلاق می‌شود، می‌گردد. لذا ایشان کرنش غیرالاستیک را بدین فرم نشان داد [۲۳]:

$$\varepsilon^{in} = qN \quad (11-1)$$

که q یک متغیر اسکالر و N یک متغیر تانسوری می‌باشد. همچنین با فرض $\|N\| = 1$ نتیجه می‌شود $\|\varepsilon^{in}\| = q$ که با مشتق گرفتن از رابطه (۱۱-۱) داریم:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \dot{q}N + q\dot{N} \quad (12-1)$$

با تجزیه این رابطه به دو قسمت تغییر فاز و تغییر جهت گیری:

$$\dot{\varepsilon}^{tr} = \dot{q}N \quad (13-1)$$

$$\dot{\varepsilon}^{re} = q\dot{N} \quad (14-1)$$

که معادله (۱۳-۱) نشان دهنده تغییر فاز خالص و رابطه (۱۴-۱) تغییر جهت گیری خالص می‌باشد که با ترکیب این دو رابطه نرخ کرنش غیرالاستیک حاصل می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \dot{\varepsilon}^{tr} + \dot{\varepsilon}^{re} \quad (15-1)$$

با توجه به این رابطه مشخص می‌گردد که تغییر فاز خالص تاثیری روی جهت متغیرهای مارتنزیت نداشته و همچنین تغییر جهت گیری خالص تنها روی جهت متغیرها اثر کرده و تاثیر مستقیم روی مقدار مارتنزیت ندارد. "ارغوانی" و همکاران به کمک تابع انرژی آزاد هلمهولتز و استفاده از قانون دوم ترمودینامیک معادلات ساختاری را استخراج نمودند [۲۳]. از دیگر ویژگیهای مدل ایشان اعمال پارامتر $k(q)$ در نیروی ترمودینامیک مزدوج با کرنش استحال و پارامتر $\bar{k}(q)$ در نیروی ترمودینامیک مزدوج با تغییر جهت گیری می‌باشد که پارامتر $k(q)$ تاثیر تغییر جهت گیری روی تغییر فاز و پارامتر $\bar{k}(q)$ تاثیر تغییر فاز روی تغییر جهت گیری را نشان می‌دهد.

جهت محاسبه تغییر فاز و تغییر جهت گیری دو تابع مرزی تعریف شده است (جدول ۱-۲). در این توابع $R^{tr}(q)$ شعاع دامنه الاستیک را نشان می‌دهد که شروع فعال شدن قسمت تغییر فاز خالص با این تابع چک می‌شود. $R^{re}(q)$ مقدار تنش لازم برای

شروع تغییر جهت گیری را نشان می‌دهد. مقدار F^{re} با کنترل مقدار تنش عمود بر جهت قبلی متغیرها، شروع تغییر جهت گیری را نشان می‌دهد و F^{tr} با کنترل نیروی ترمودینامیکی تغییر فاز، بر روی استحاله تاثیر می‌گذارد.

جدول (۲-۱) خلاصه‌ای از معادلات ساختاری پیشنهاد شده توسط "ارغوانی" (۲۰۱۰)

ε, T	متغیرهای خارجی:
q, N	متغیرهای داخلی:
$p = K\theta$	نیروی ترمودینامیکی:
$s = 2G(e - e^{in})$	مقادیر تنش:
$x^{in} = s - x$	
$Y = s - (s:N)N$	
$x = [\tau M(T) + h\ e^{in}\ + \gamma] \frac{e^{in}}{\ e^{in}\ }$	
$\dot{e}^{in} = \dot{\lambda}_{tr} x^{in} + (\dot{\lambda}_{re} + (\bar{k}(q) - 1)\dot{\lambda}_{tr})Y$	معادله محاسباتی:
$F^{tr} = \ x^{in} + (k(q) - 1)Y\ - R^{tr}(q)$	توابع مرزی:
$F^{re} = \ Y\ - R^{re}(q)$	
$F^{tr} \leq 0, \dot{\lambda}_{tr} \geq 0, \dot{\lambda}_{tr} F^{tr} = 0$	شرایط کن-تاکر:
$F^{re} \leq 0, \dot{\lambda}_{re} + \bar{k}(q)\dot{\lambda}_{tr} \geq 0, (\dot{\lambda}_{re} + \bar{k}(q)\dot{\lambda}_{tr})F^{re} = 0$	

"ارغوانی" با جایگزین کردن q با $\|e^{in}\|$ و N با $\frac{e^{in}}{\|e^{in}\|}$ در مدل‌های قبلی آنها را به فرم مدل پیشنهادی خود اصلاح کرد و نتیجه گرفت که مدل‌های قبلی زیرمجموعه‌ای از مدل پیشنهادی ایشان می‌باشند. برای مثال مدل "پانیکو" و "برینسون" (۲۰۰۷) در فرم مدل کلی بدین صورت نوشته می‌شود:

$$k(q) = 1, \bar{k}(q) = 1, R^{tr}(q) = R^{tr}, R^{re}(q) = R^{re} \quad (۱۶-۱)$$

با توجه به این روابط مشخص می‌گردد که در مدل "پانیکو" نه تنها قسمت تغییر جهت گیری بر روی استحاله اثر می‌گذارد بلکه استحاله نیز بر روی تغییر جهت گیری اثر می‌گذارد. "ارغوانی" فرض کرد که تغییر فاز روی تغییر جهت گیری اثر نداشته باشد ($\bar{k}(q) = 0$) همچنین فرض کرد که پارامتر R^{tr} که در مدل پانیکو تابع کسرحجمی مارتنزیت بود در این مدل مانند پارامتر R^{re} ثابت است. نکته جالب این است که اکثر اختلافاتی که در مدل‌ها وجود دارد در بارگذاری غیرتناسبی رخ می‌دهد. لذا برای مقایسه این مدل‌ها یک مثال عددی از بارگذاری غیرتناسبی که توسط مدل‌های "آووریکو" (AP(۲۰۰۲)) "پانیکو" (PB(۲۰۰۷)) و "ارغوانی" (Present Model (۲۰۱۰)) حل شده است و با کار آزمایشگاهی "سیتنر"^۱ (۱۹۹۵) مقایسه شده است در شکل (۷-۱) آورده شده است. این بارگذاری به این صورت است که ابتدا بار محوری و سپس همزمان با بار محوری بار برشی نیز اعمال شده و در مرحله سوم ابتدا بار محوری برداشته شده و سپس بار برشی برداشته می‌شود.

¹ Sittner