بسم الله الرحمن الرحيم

١٠٨٤٤٧

۸۷/۱/۱۰۰۱۳
۸۷۹۲۰

دانشگاه تربیت مدرس
دانشکدهٔ فنی مهندسی

پایان نامهٔ کارشناسی ارشد مهندسی آب

شبیه سازی عددی جریانهای با سطح آزاد به روش FLAIR

نگارش
محمد حسین پورهادی

استاد راهنما
دکتر علی اکبر صالحی نیشابوری

۱۳۸۷ /۹/ ۱۲

زمستان ۱۳۸۰

۱۰۸۳۲۷

دانشگاه تربیت مدرس

تاییدیه هیات داوران

آقای محمدحسین پورهادی پایان‌نامه ۶ واحدی خود را با عنوان شبیه‌سازی عددی جریانهای با سطح آزاد به روش FLAIR در تاریخ ۸۰/۱۲/۱۸ ارائه کردند. اعضای هیات داوران نسخه نهائی این پایان‌نامه را از نظر فرم و محتوی تایید و پذیرش آنرا برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران باگرایش آب پیشنهاد می‌کنند.

اعضای هیات داوران	نام و نام خانوادگی	امضاء
۱ـ استاد راهنما :	آقای دکتر صالحی	
۲ـ استاد مشاور :	—	
۳ـ استادان ممتحن :	آقای دکتر احمدی	
	آقای دکتر قدسیان	
	آقای دکتر بنی‌هاشمی	
۴ـ مدیر گروه : (یا نمایندهٔ گروه تخصصی)	آقای مهندس نصیری	

این نسخه به عنوان نسخه نهایی پایان‌نامه/رساله مورد تأیید است.

امضای استاد راهنما:

بسمه‌تعالی

آیین‌نامهٔ چاپ پایان‌نامه (رساله)های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرّس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان‌نامه (رساله)های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرّس، مبیّن بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش‌آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می‌شوند:

مادّهٔ ۱ در صورت اقدام به چاپ پایان‌نامه (رساله)ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اطلاع دهد.

مادّهٔ ۲ در صفحهٔ سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند:

«کتاب حاضر، حاصل پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد/رسالهٔ دکتری نگارنده در رشتهٔ مهندسی عمران - مهندسی آب است که در سال ۱۳۸۰ در دانشکدهٔ فنی مهندسی دانشگاه تربیت مدرّس به راهنمایی سرکار خانم/جناب آقای دکتر صالحی نیشابوری، مشاورهٔ سرکار خانم/جناب آقای دکتر ــــ و مشاورهٔ سرکار خانم/جناب آقای دکتر ــــ از آن دفاع شده است.»

مادّهٔ ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه‌های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

مادّهٔ ۴ در صورت عدم رعایت مادّهٔ ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ‌شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرّس، تأدیه کند.

مادّهٔ ۵ دانشجو تعهد و قبول می‌کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در مادّهٔ ۴ را از محلّ توقیف کتابهای عرضه‌شدهٔ نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

مادّهٔ ۶ اینجانب محمدحسین پورهاری دانشجوی رشته مهندسی عمران - مهندسی آب مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می‌شوم.

نام و نام‌خانوادگی: پورهاری

تاریخ و امضا: ۸۰/۱۲/۱۸

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم،

خواهر عزیزم مهنوش و

برادر عزیزم امیر حسین

تشکر و قدردانی

لازم می دانم از همهٔ کسانی که اینجانب را در انجام این تحقیق و در طی دورهٔ کارشناسی ارشد یاری نموده اند تشکر و قدردانی نمایم.

از استاد محترم راهنما جناب آقای دکتر صالحی نیشابوری به خاطر ارائهٔ بسیار مناسب دروس کارشناسی ارشد و فراهم آوردن پایهٔ علمی مناسب و نیز راهنماییهای ارزندهٔ ایشان در انجام تحقیق و از مدیریت محترم گروه آقای دکتر قدسیان که افتخار شاگردی ایشان را در تعدادی از دروس کارشناسی ارشد را داشته ام، صمیمانه تشکر و قدردانی می نمایم.

همچنین از استاد مدعو داخلی آقای دکتر احمدی، استاد مدعو خارجی آقای دکتر بنی هاشمی و نمایندهٔ محترم گروه آقای مهندس نصیری که قبول زحمت فرمودند کمال تشکر دارم.

همچنین از همهٔ دوستان عزیزی که اینجانب را در طی این دوره یاری نمودند تشکر و قدردانی می نمایم.

چکیده

شبیه سازی عددی جریانهای با سطح آزاد متغیر بـه دلیـل اهمیـت آنـها در علـوم مختلـف توجـه محققین را به خود جلب کرده است. در مهندسی هیدرولیک نیز اگر چه جریانـهای بـا سـطح آزاد مانند جریان روی سرریز ها و یا جتها در صد بـالایی از جریانـها را تشـکیل مـی دهنـد، تلاشـهای چندانی برای شبیه سازی اینگونه جریانها صورت نگرفته است.

شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد متغیر به دلیل وجود یک مرز آزاد متحرک پیچیدگیهای زیادی دارد و روشهای خاص خود را می طلبد. در ایـن میـان روشـهای دنبـال کننـدۀ حجـم (Volume Tracking methods) که بر اساس شبکۀ اولری بنا شده انـد، بـه دلیـل قابلیتـهای بـالای آنـها در برخورد با تغییر شکلهای زیاد سطح و غوطه وری (merging) آن، پایۀ تحقیقات جدیـد را تشـکیل می دهند.

در این تحقیق روش FLAIR بر مبنای مفهوم حجم سـیال (VOF) بـرای بررسـی قـابلیت آن در شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد به کار گرفته شده است. بدین منظور برنامه ای به نام SURFL تهیه شده که قابلیت اعمال انواع شرایط مرزی از جمله مرز سطح آزاد را داراست. در این برنامـه از الگوریتم SIMPLE برای حل میدان جریان و از روش FLAIR برای پیشبری سـطح آزاد اسـتفاده شده است. با استفاده از این برنامه جریان ناشی از شکست سـد، بـه عنـوان یکـی از جریانـهای پـر اهمیت در مهندسی هیدرولیک، شبیه سازی شده است. نتایج حاصل تطابق بسیار خوبی بـا نتـایج آزمایشگاهی نشان می دهد.

کلمات کلیدی: شبیه سازی عددی- سطح آزاد- FLAIR- VOF- شکست سد

فهرست مطالب

فصل اول: دورنما

۱-۱- مقدمه ۱

۱-۲- ضرورت انجام تحقیق ۳

۱-۳- مطالب ارائه شده ۴

فصل دوم: سیر تکاملی روشهای شبیه سازی سطح آزاد

۲-۱- توابع ارتفاعی ۵

۲-۲- ذرات مشخص کننده ۶

۲-۳- روش حجم سیال ۷

۲-۳-۱- روش دهنده-گیرنده ۹

۲-۳-۲- روش Youngs ۱۳

۲-۳-۳- روش FLAIR ۱۷

۲-۳-۴- روش Second Order ۱۹

۲-۴- خلاصه ۲۱

فصل سوم: روش عددی

۳-۱- معادلات حاکم ۲۶

۳-۲- روش حجم محدود برای حل میدان جریان ۲۶

۳-۲-۱-مقدمه ۲۶

۳-۲-۲-انفصال معادلات با استفاده از شبکهٔ جابجا شده ۲۷

۳-۲-۲-۱-طرح upwind ۳۰
۳-۲-۲-۲-طرح Hybrid ۳۱
۳-۲-۲-۳-طرح Power-Law ۳۲
۳-۲-۳- الگوریتم SIMPLE ۳۳
۳-۲-۳-۱- تصحیح فشار و تصحیح سرعت در الگوریتم SIMPLE ۳۴
۳-۴- شرایط مرزی ۳۸
۳-۴-۱- شرایط مرزی سرعت ۳۸
۳-۴-۲- شرط مرزی فشار ۴۰
۳-۴-۳- بیان ریاضی شرایط مرزی ۴۱
۳-۵- خلاصه ۴۴

فصل چهارم:جزئیات روش FLAIR

۴-۱- محاسبهٔ شار انتقالی در حالتهای مختلف ۴۶
۴-۲- الگوریتم FLAIR ۵۹
۴-۳-خلاصه ۵۹

فصل پنجم:برنامهٔ کامپیوتری و نتایج حاصل

۵-۱-خصوصیات برنامهٔ SURFL ۶۲
۵-۲-۱-حل تحلیلی جریان بین دو صفحهٔ موازی ۶۳
۵-۲-۲- مقایسهٔ نتایج حاصل از حل عددی و حل تحلیلی ۶۳
۵-۲-۳- بررسی وابستگی به طرح ۶۴
۵-۲-۴- بررسی وابستگی به ضریب زیر تخفیف ۶۶

۵-۲-۵- بررسی تأثیر جملهٔ چشمه در همگرایی ۶۶

۵-۳- شبیه سازی جریان با سطح آزاد ۶۸

۵-۳-۱- حالت اول ۶۸

۵-۳-۲- حالت دوم ۷۴

۵-۴- خلاصه ۷۴

فصل ششم: نتیجه گیری

۶-۱- بحث و نتیجه گیری ۸۰

۶-۲-پیشنهادات برای تحقیقات بعدی ۸۰

مراجع ۸۲

واژه نامه

فصل اول

دورنما

۱-۱-مقدمه

جریان تراکم ناپذیر لزج با سطوح آزاد متحرک توجه زیادی را به خود جلب کرده است، زیرا کاربردهای بسیار مهمی در مهندسی هیدرولیک و محیط زیست، قالب ریزی و عمل آوری پلیمر و زمینه های دیگر دارد. به علت وجود سطح آزاد متحرک، حل تحلیلی اینگونه مسائل عموماً محدود به حالتهای یک بعدی است. تا اواسط دهۀ ۱۹۶۰ آزمایش و تجربه های قبلی وسیلۀ اصلی برای برخورد با این مسائل بوده اند تا اینکه در این زمان امکان حل های عددی فراهم شد. عموماً روشهای عددی برای مسایل سطح آزاد را می توان براساس اینکه شبکه بعد از حالت اولیه متحرک یا ثابت باشد به دو دسته تقسیم کرد. در حالت ایده آل ترجیح داده می شود که سطح آزاد همیشه بر مرزهای شبکه منطبق شود تا از هر گونه ناپیوستگی بین گرهها جلوگیری شود. وقتی که از روش شبکۀ ثابت استفاده می شود موقعیت سطح آزاد باید بین گره ها میان یابی شود و هموار سازی[1] ناپیوستگی در طول چنین سطوحی لازم می شود. از طرف دیگر حل با استفاده از شبکۀ متحرک، به دلیل محدودیتهایی که در روش جابجایی[2] وجود دارد، عموماً محدود به کاربردهای خاصی است. به این دلیل روش شبکۀ ثابت هنوز برای برخورد با جریان های وابسته به زمان مناسبترین است. یکی از روشهایی که از شبکۀ متحرک استفاده می کند به نام فرمول بندی لاگرانژی شناخته می شود. در دینامیک سازه ها مرسوم است که از این فرمول بندی به عنوان اساس الگوریتم های حل عددی استفاده گردد. اما در دینامیک سیالات هم مختصات لاگرانژی و هم مختصات اولری (=شبکۀ ثابت) با موفقیت قابل توجهی به کار گرفته شده اند.

در این تحقیق، تأکید بر استفاده از فرمول بندی اولری برای حل مسایلی در دینامیک سیالات است که دارای مرزهای آزاد می باشند. به خصوص در مورد مسایلی که مرزهای آزاد تحت تغییر شکلهای آنچنان زیادی قرار می گیرند که روشهای لاگرانژی قابلیت استفاده ندارند.

1.Smoothing
2.rezoning technique

مـرزهای آزاد در ایـن تحقـیق سـطوح آزاد مـی باشـند. کلاً سه نوع مشکل در بررسی عددی مرزهای آزاد ظهور می کند:

۱- نمایش قطعه- قطعه(منفصل) آنها

۲- تغییر آنها با زمان

۳- حالتی که شرایط مرزی بر آنها اعمال می شود

نمـایش منفصل لاگرانژی یک سیال از لحاظ مفهومی ساده می باشد، زیرا هر ناحیهٔ شبکه که سـیال را بـه المانهایـی تقسیم می کند برای همیشه با المان سیال باقی می ماند. تعریف نیروهای کالـبدی[1] و سـطحی روی ایـن المانهـا ساده است و در نتیجه محاسبهٔ پاسخ دینامیکی این المانها نسـبتاً سر راست می باشد. در نمایش اولری، شبکه ثابت مانده ولی هویت تک تک المانهای سیال حفـظ نمـی شـود. بـا وجود این، مرسوم است که به سیال درون یک سلول شبکهٔ اولری به عنوان المـان سـیالی که نیروهای وزنی و سطحی روی آن قابل محاسبه اند نگاه شود، به شکلی که کاملاً شـبیه محاسبهٔ لاگرانژی باشد. اما این دو روش، از نظر چگونگی حرکت المانهای سیال به موقعیت جدیـد، پـس از اینکه سرعتهای جدید محاسبه شد متفاوت می باشد. در حالت لاگرانژی شبکه به سـادگی بـا سـرعتهای محاسـبه شـدهٔ المـان حرکت می کند، در حالی که در محاسبهٔ اولری و یا لاگرانـژی- اولـری تصـادفی لازم است که جریان سیال در خلال شبکه محاسبه شود. این محاسبهٔ جریان، یا شار انتقالی، نیازمند میانگین گیری خصوصیات جریان تمام المان هایی از سیال است که پس از یک پریود زمانی خود را در یک سلول شبکه می یابند.

ایـن فـرایند میانگین گیری به عنوان جزء لاینفک تقریب زدن شار انتقالی است که بزرگترین نقطـهٔ ضـعف روشـهای اولری است. میانگین گیری انتقالی منجر به معتدل شدن تمام تغییرات در کمیتهای جریان می شود، به خصوص منجر به پوشیده شدن[2] سطوح ناپیوستگی مانند سطوح آزاد می شود. تنها راه غلبه بر این از دست رفتن وضوح مرز معرفی روش خاصی است که ناپیوستگی را

1.body forces
2.Smearing

بـاز شـناخته و از میانگـین گیـری روی آن جلوگیری می کند. اگر چه چندین روش برای این کار توسعه یافته اند، که در فصل دوم مورد بررسی قرار می گیرند، تمام آنها دارای محدودیتهای خاص خود هستند.

مقایسـهٔ مـزایا و معایب نسبی این روشها منجر به روش جدیدی می شود که در عین سادگی مؤثر است. این روش، به نام حجم کسری سیال[1] (VOF) مبنای روش FLAIR می باشدکه در این تحقیق به کار گرفته شده است.

۱-۲- ضرورت انجام تحقیق

مهندسـی هیدرولیک یکی از زمینه هایی است که در آن جریانهای با سطح آزاد دارای کاربرد وسـیعی اسـت. زیـرا جـریانهای با سطح آزاد درصد بسیار بالایی را به خود اختصاص می دهند. به عـنوان نمونه می توان از جریان روی سرریزها، جریان در رودخانه ها، جتها و جریانهای دریایی نام برد.

با توجه به مشکلات خاصی که در شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد وجود دارد، در کشور ما سـعی چندانی برای شبیه سازی اینگونه جریانها صورت نگرفته است، هر چند که در دنیا این گونه جریانها مورد توجه متخصصین رشته های گوناگون می باشد. لذا این تحقیق با هدف بررسی کاربرد روش FLAIR در شـبیه سازی جریانهای با سطح آزاد و در جریان حاصل از شکست سد به عنوان نمونه ای از این نوع جریانها برای اولین بار در جهان انجام می شود.

جریان حاصل از شکست سد[2] که در این تحقیق مدل سازی شده است از دو نظر قابل اهمیت اسـت. اول آنکـه ایـن جـریان بـه عنوان یک مثال معروف شناخته می شود که در تحقیقات قبلی محققـین بـر روی روشـهای دیگر به کار گرفته شده و زمینهٔ خوبی برای مقایسهٔ نتایج وجود دارد. دوم خود جریان ناشی از شکست سد و آنالیز آن قسمتی از طراحی و آنالیز اطمینان سدها به شمار

[1] Fractional volume of fluid
[2] Dam-Break Flow

می آید. همچنین آنالیز این جریان برای مدیریت سیلاب دشت و نیز مکان یابی سازه های مهم در پایین دست سدها لازم است.

۱-۳- مطالب ارائه شده

همانگونه که گفته شد چندین روش برای شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد بر مبنای استفاده از شبکهٔ اولری وجود دارند. سیر تکاملی این روشها، محدودیتهای هریک و تحقیقات کاربردی که در مورد هر یک از آنها انجام شده است در فصل دوم ارائه می شود. فصل سوم به روش عددی مورد استفاده در حل میدان جریان و شرایط مرزی اختصاص دارد. در فصل چهارم روش FLAIR به تفصیل شرح داده می شود و در فصل پنجم فلوچارت برنامهٔ کامپیوتری و نتایج حاصل ارائه می گردد. نتیجه گیری و پیشنهاداتی برای تحقیقات بعدی نیز فصل ششم را به خود اختصاص داده است.

فصل دوم

سیر تکاملی روشهای شبیه سازی سطح آزاد

در فصل گذشته به مبنای تفاوت بین روشهای مختلف در برخورد با سطح آزاد اشاره شد. همانگونه که گفته شد روشهایی که از مختصات اولری (=شبکهٔ ثابت) استفاده می کنند برای شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد مناسبترین هستند. در این فصل روش توابع ارتفاعی[1] و دستهٔ جدیدی از روشها که به عنوان "روشهای دنبال کنندهٔ حجم"[2] معروفند و امروزه به عنوان اساس تحقیقات بر روی جریانهای با سطح آزاد مطرح می باشند، مورد بررسی قرار می گیرند.

۲-۱- توابع ارتفاعی

یک وسیلهٔ ساده برای مشخص کردن یک مرز آزاد، تعریف کردن فاصله آن از یک خط مبنا به عنوان تابعی از مکان در طول آن خط است (Hirt et. al. ۱۹۷۵). مثلاً در یک شبکهٔ مستطیلی از سلولها با عرض δx و ارتفاع δy می توان ارتفاع عمودی سطح آزاد را از کف شبکه در هر ستون از سلولها مشخص کرد. این کار، تقریبی را از یک منحنی $h=f(x,t)$ از طریق نسبت دادن مقادیر h به مقادیر منفصل x به دست می دهد. این روش هنگامی که شیب مرز dh/dx از $\delta y/\delta x$[3] بزرگتر باشد خوب نتیجه نمی دهد. همچنین این روش در مورد سطوح با مقادیر چندگانه، یعنی آنهایی که در یک x مشخص بیش از یک y دارند اصلاً کاربرد ندارد. این یک محدودیت عمده است، زیرا بسیاری از شکلهای عمده مانند حبابها و قطره ها را نمی تواند تحت پوشش قرار دهد. با وجود این، هنگامی که قابلیت استفاده داشته باشد، این روش کاملاً کارا می باشد. زیرا فقط به یک آرایهٔ یک بعدی برای ثبت مقادیر ارتفاعهای سطح نیاز است. به همین ترتیب، تغییر سطح نیز نیاز به روز آمد کردن یک آرایه یک بعدی دارد.

---

[1] Height Functions

[2] Volume Tracking Methods

[3] Mesh cell aspect ratio

در حالت یک مرز آزاد سیال، تغییر زمانی تابع ارتفاعی به وسیلهٔ یک معادلهٔ سینماتیک که بیان کنندهٔ این واقعیت است که سطح باید با سیال حرکت کند اداره می شود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} = v \qquad (۱-۲)$$

که (u, v) مؤلفه های سرعت در جهتهای مختصاتی (x,y) هستند. باید یادآور شد که معادلهٔ (۱-۲) در جهت x اولری می باشد، ولی در جهت y که تقریباً عمود بر سطح است، شبیه به لاگرانژی می باشد.

روش تابع ارتفاعی برای سطوحی که دارای یک مقدار باشند و بتوان آنها را با تابعی مثل $h=f(x, y, t)$ توصیف کرد به طور مستقیم قابل توسعه به حالتهای سه بعدی است.

Hirt et. al.(۱۹۷۵) این روش را برای شبیه سازی برخورد دو موج منفرد و نیز جریان روی سطح مواج به کار گرفته و نتایج رضایت بخشی را گزارش نموده اند.

۲-۲- ذرات مشخص کننده[1]

به جای تعریف مستقیم یک سطح آزاد، می توان با مناطقی که به وسیلهٔ سیال اشغال شده باشد کار کرد(Welch et. al.، ۱۹۶۵). به عنوان مثال، ذرات مشخص کننده را در تمام نواحی اشغال شده با سیال پخش کرد، به گونه ای که هر ذره با سرعت سیال در محل خود حرکت کند. واضح است که حافظهٔ لازم برای این روش به علت افزایش زیاد تعداد مختصات نقاطی که باید ذخیره شوند به طرز قابل ملاحظه ای افزایش می یابد. سطوح آزاد به صورت مرز بین مناطق با و بدون ذرات مشخص کننده تعریف می شوند. به طور مشخص تر، یک سلول حاوی ذرات مشخص کننده و دارای سلول همسایه ای بدون ذرات مشخص کننده، حاوی سطح آزاد تعریف می شود. موقعیت واقعی سطح آزاد باید با استفاده از محاسبات بیشتری بر مبنای توزیع ذرات مشخص کننده درون سلول به دست آید.

---

[1] Marker Particles

روشهای مبتنی بر ذرات مشخص کننده این مزیت متمایز را به دست می دهد که تمام مشکلات منطقی مربوط به سطوح متقاطع را از بین می برد. روش ذرات مشخص کننده را همچنین می توان به آسانی به محاسبات سه بعدی گسترش داد، به شرط آنکه افزایش حافظهٔ مورد لزوم را بتوان تأمین کرد.

در مقام مقایسه چنین به نظر می رسد که روشی که نواحی سیال را تعریف می کند تا اینکه فصل مشترکها را برای حالتهایی که مستلزم تقابل سطوح چندگانه می باشد از لحاظ منطقی ساده ترند. در حالی که روش ذرات مشخص کننده این سادگی را به دست می دهد، از افزایش قابل توجه در حافظهٔ کامپیوتر مورد نیاز رنج می برد. همچنین این روش نیازمند زمان محاسبهٔ اضافی برای حرکت دادن تمام نقاط به موقعیت های جدید است. بنابراین طبیعی است که آلترناتیوی را جستجو کرد که همان خاصیت تعریف کردن مناطق را دارا باشد، در حالی که به استفاده اضافی از منابع کامپیوتری نیازی نداشته باشد. این روش در قسمت بعد توضیح داده می شود.

۲-۳- روش حجم سیال[1] (Nichols, Hirt، ۱۹۸۱)

در هر سلول یک شبکه چنین معمول است که یک مقدار را برای هر متغیر وابسته که حالت سیال را توصیف می کند استفاده کرد. بنابراین استفاده از چندین نقطه در یک سلول برای تعریف ناحیهٔ اشغال شده بوسلیهٔ سیال به طور غیر لازمی اضافی به نظر می رسد. حال تصور کنید که ما تابعی به نام $F(x, y, t)$ را چنان تعریف کنیم که مقدار آن در هر نقطهٔ اشغال شده توسط سیال ۱ و در نقاط دیگر صفر باشد. در این صورت مقدار میانگین F در یک سلول ارائه کنندهٔ کسر حجمی از سلول است که به وسیلهٔ سیال اشغال شده است. علی الخصوص اینکه یک مقدار واحدF متناظر با سلولی پر از سیال خواهد بود، در حالی که یک مقدار صفر نشان خواهد داد که سلول حاوی هیچ سیالی نیست. به این ترتیب سلولهای با مقدار F بین صفر و یک قاعدتاً شامل سطح آزاد

[1] Volume of Fluid method(VOF)

هستند. بنابراین روش حجم کسری سیال (VOF) همان مرتبه اطلاعات را از فصل مشترک به دست می دهد که از روش ذرات مشخص کننده به دست می آمد، با این تفاوت که روش VOF با نیازهای ذخیره ای تمام متغیرهای وابستهٔ دیگر سازگار است.

علاوه بر تعریف اینکه کدام سلولها حاوی یک مرز می باشند، ذرات مشخص کننده همچنین تعریف می کنند که سیال در چه موقعیتی از یک سلول سطحی قرار گرفته است. اطلاعات مشابهی را می توان در روش VOF به دست آورد. جهت عمود بر مرز همان جهتی است که طی آن F با بیشترین سرعت تغییر می کند. با وجود این از آنجا که F یک تابع پله ای است، مشتقات آن باید به شکل خاصی، چنانکه توضیح داده خواهد شد، محاسبه شوند. این مشتقات را، اگر به طرز مناسبی محاسبه شوند، می توان برای تعیین جهت عمود بر مرز استفاده کرد. در نهایت وقتی که هم جهت عمود و هم مقدار F در یک سلول مرزی معلوم باشد، می توان خطی را درون سلول بنا کرد که فصل مشترک را در آنجا تقریب می زند. این موقعیت مرز را بعداً می توان برای تنظیم شرایط مرزی به کار برد.

اگر چه روش VOF می تواند مرزهای آزاد را تقریباً به همان خوبی توزیع ذرات مشخص کننده و با مقدار اطلاعات ذخیره حداقل پیش بینی کند، این روش بی ارزش خواهد بود مگر آنکه بتوان الگوریتمی را برای محاسبهٔ دقیق تغییرات میدان F ابداع کرد. معادلهٔ حاکم بر تغییرات زمانی F عبارتست از:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u\frac{\partial F}{\partial x} + v\frac{\partial F}{\partial y} = 0 \qquad (۲-۲)$$

که در آن (u, v) مؤلفه های سرعت سیال در جهتهای مختصاتی (x, y) می باشند. این معادله بیان می کند که F با سیال حرکت می کند و شکل معادلهٔ دیفرانسیل جزئی ذرات مشخص کننده است. در یک شبکه لاگرانژی معادلهٔ (۲-۲) به این عبارت تبدیل می شود که F در هر سلول ثابت باقی می ماند. در این صورت F تنها به عنوان شناسه ای که سلولهای حاوی سیال را می شناساند عمل می کند.