
بسم الله الرحمن الرحیم

به نام خدا

مطالعه و بررسی فرمول تعمیم یا فته جدید چگالی تراز هسته ای

به وسیله ی:

لیلا مومن زاده گلوندانی

پایان نامه

ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی
از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته ی:

فیزیک

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر زهره کارگر، استادیار بخش فیزیک (استاد راهنما) ....

دکتر عزیز بهکامی، استاد بخش فیزیک ....

دکتر نادر قهرمانی، استاد بخش فیزیک ....

دکتر عبدالناصر ذاکری، استاد بخش فیزیک ....

شهریورماه ۱۳۸۷

با سپاس فراوان از زحمات استاد ارجمند؛

سرکار خانم دکتر زهره کارگر

که در کلیه مراحل پژوهش و نگارش این پایان نامه راهنمای من بودند.

با تشکر از اساتید محترم؛

جناب آقای دکتر عزیز بهکامی،

جناب آقای دکتر نادر قهرمانی

و جناب آقای دکتر عبدالناصر ذاکری

که زحمت داوری این رساله برعهدهٔ ایشان بود.

چکیده

مطالعه و بررسی فرمول تعمیم یافته جدید چگالی تراز هسته ای

به وسیلهٔ :

لیلا مومن زاده گلوندانی

اخیراً روش تعمیم یافته ای برای محاسبهٔ چگالی تراز هسته ای پیشنهاد شده است. این محاسبات شامل تعمیم روش معروف تبدیل لاپلاس است. با استفاده از عبارت جدید فرمول معروف بت چگالی تراز هسته ای در بازه های عدد جرمی ۴۱-۲۴، ۷۰-۵۵، ۱۰۴ و ۱۱۴ محاسبه و با داده های تجربی مقایسه شده است. این نتایج همچنین با فرمول بت و با مقادیر مناسب و مختلف از پارامترهای مدل $BSFG$ مقایسه گشته است. بررسی ها نشان می دهد که نتایج حاصله با داده های تجربی بخوبی مطابقت دارد و این مسئله بر اعتبار روش جدید دلالت دارد. لذا تقریب های مختلف برای انجام تبدیلات معکوس لاپلاس چند بعدی معادل هم می باشند.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فهرست جدول ها

عنوان صفحه

فهرست شکل ها

عنوان صفحه

عنوان صفحه

عنوان صفحه

عنوان صفحه

۱- مقدمه

چگالی تراز[1] (دانسیته سطوح) هسته ای در فیزیک هسته ای کاربرد های گوناگون و وسیعی دارد و از اهمیت بالایی برخوردار است . طی شصت سال اخیر مطالعات فراوانی روی چگالی هسته ای انجام گرفته است [۱،۲،۳]. چگالی تراز هسته‌ای نقش مهمی در تخمین سرعت واکنش هسته‌ای، محاسبات آماری اخترفیزیک و انرژی متوسط برخورد یون‌های سنگین ایفا می‌کند.به طور خاص چگالی تراز هسته‌ای در محاسبه سطح مقطع برخورد[۴] در گیراندازی[2] نوترون و پروتون[۵] و محاسبات مدل هسته در فیزیک هسته‌ای موفق بوده است.

سطوح انرژی هسته‌ای را می‌توان با توجه به میزان انرژی برانگیختگی[3] به دو ناحیه، سطوح انرژی با انرژی برانگیختگی بالا و انرژی برانگیختگی پایین تقسیم نمود. این تقسیم از آن‌جا ناشی می‌شود که برای تجزیه وتحلیل هرکدام روش های جداگانه‌ای به کار گرفته می‌شود.روش بیناب سنجی[4] که برای سطوح با انرژی برانگیختگی پایین و روش آماری[5] که برای سطوح با انرژی برانگیختگی بالا مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از خصوصیات سطوح با انرژی برانگیختگی پایین می‌توان به تعداد کم و جدایی قابل تشخیص و سادگی تجزیه و تحلیل ان‌ها نام برد، برای بررسی آن ها روش بنیاب سنجی بسیار مناسب بوده و اطلاعات ارزشمندی راجع به نحوه قرار گرفتن نو کلئونها و اندرکنش[6] باقی مانده به ما می‌دهد. با زیاد شدن انرژی برانگیختگی فاصله بین سطوح به طور چشمگیری کاهش یافته و نحوه تجزیه و

---

[1]. *Nuclear Level Density*

[2].*Capture*

[3].*Excitation Energy*

[4].*Spectroscopic*

[5].*Statistical*

[6].*Residual Interactions*

تحلیل آن‌ها پیچیده‌تر می‌شود. فاصله متوسط این سطوح $۱۰^{۶}$ مرتبه کوچک‌تر از مقداری است که مدل تک‌ذره‌ای مستقل به ما می‌دهد (در هسته‌های $A\sim100$).

وجود چنین تراز های پیچیده ای را می توان بوسیلهٔ رزونانس تسخیر نوترون مشاهده کرد.در واقع این آزمایشات و شواهد تجربی دیگر نشان می دهد که ما برای توصیف هسته به تعداد درجات آزادی زیادی نیاز داریم.این مشاهدات در واقع مفهوم هستهٔ مرکب [۶] که بوسیلهٔ بور [۷،۸] ابداع شد را تأیید می کند که در این حالت سیستم برهم کنشی (هسته+نوترون)، یک پیکربندی با ساختار بسیار پیچیده ای بنام هستهٔ مرکب را پدید می آورند که مستقل از چگونگی تشکیل خود وامی پاشد. در واقع هستهٔ مرکب در یک مجموعه از برهم کنش های چنان پیچیده ای بوجود می آید که احتمالاً جزئیات مرحلهٔ اولیهٔ تشکیلش را بخاطر نمی آورد، از اینرو واپاشی اش باید مستقل از نحوهٔ تشکیلش باشد.

با توجه به این توصیفات و شواهد تجربی لازم است که روش بنیاب سنجی در مقایسه با روش آماری که توضیح جامع تری از هسته مرکب و نحوه واپاشی[1] آن می‌دهد کنار گذاشته شود.

از دیدگاه آماری، مهمترین کمیتی که خواص آماری هسته را توضیح می‌دهد، چگالی تراز سیستم می‌باشد که برحسب تابعی از تعداد ذرات، تکانه زاویه‌ای[2]، ایزواسپین[3] و ... بیان می‌شود[۹]. از نظر تئوری محاسبات چگالی تراز هسته‌ای بوسیله بت[4][۲] پایه‌گذاری شد و پس از آن مطالعات زیادی روی چگالی تراز هسته‌ای[۱۰،۱۱،۱۲] انجام شد و با استفاده از تابع پارش[5] گسترش یافت.

در ساده‌ترین شکل چگالی تراز هسته‌ای برای حالتی که در آن هسته به صورت گازی از فرمیون‌های بدون برهم‌کنش که در حجم هسته محبوس می‌باشد مورد بررسی قرار گرفت که ساده‌ترین فرم مدل گاز فرمی، بصورت مدل با فواصل مساوی است[۱،۱۳،۱۴،۱۵،۱۶].

---

1. *Decay*
2. *Angular Momentum*
3. *Isospin*
4. *Bethe*
5. *Partition Function*

در این مدل بت نشان داد که با فرض مشخص بودن چگالی ترازهای انرژی تک ذره‌ای (g) چگالی ترازهای هسته بر حسب (g) به صورت زیر می‌باشد:

$$\rho(U)=\frac{\pi}{12}\frac{e^{2\sqrt{aU}}}{a^{1/4}U^{5/4}}$$

که در آن $a=\frac{\pi^2}{6}g$ پارامتر چگالی تراز هسته ای[۱] [۱۷،۱۸] و U انرژی برانگیختگی می‌باشد. گاهی انرژی بر انگیختگی را با E^* نشان می دهند .

در هر صورت در مدل ساده اولیه بت کمبودهایی وجود دارد، به عنوان مثال اثرات لایه‌ای و زوجیتی و تغییر شکل[۱۹] و همچنین اصلاحات مربوط به تعیین فاکتور قطع اسپینی[۲] [۲۰]در نظر گرفته نشده است.

برای بهبود بخشیدن اعتبار محاسبات چگالی هسته ای روش های پیچیده ای بر اساس نگرش های آماری و استفاده از مدل های واقعی تر از چگالی تراز تک ذره ای پیشنهاد شد[۲۱،۲۲،۲۳،۱۷]. اما این مدل ها مخصوصاً به خاطر وابستگی خیلی قوی آنها به انتخاب پتانسیل تک ذرّه ای خالی از تردید نبودند و بخوبی با داده های آزمایشگاهی جور نمی شوند.

از طرف دیگر تلاش های زیادی برای حلّ این مشکل بوسیله نگرش های نیمه تجربی صورت پذیرفت که این تلاش ها یا بصورت تصحیح و بهبود پارامترهای فرمول های مدل فواصل مساوی و یا با معرفی تصحیحات لایه ای بر حسب انرژی بصورت شیفت دادن انرژی حالت پایه انجام پذیرفت. در واقع برای همخوانی با داده های تجربی، چندین تصحیح با در نظر گرفتن اثرات لایه ای و زوجیتی و تغییر شکل بر روی فرمول اولیه بت انجام شد که در نهایت منجر به مدل مشهور« گاز فرمی به عقب شیفت داده شده[۳]»[۱۹،۲۴] شد.

---

[1]. *Nuclear Level density Parameter*
[2]. *Spin Cut off Factor*
[3] .*Back Shifted*

اخیراً محاسبه تعمیم یافته‌ای برای چگالی تراز هسته‌ای پیشنهاد شده است. این محاسبات شامل تعمیم روش معروف تبدیل لاپلاس[1] است. با استفاده از فرمول معروف بت چگالی تراز هسته‌ای برخی از هسته‌ها محاسبه و با فرمول قبلی و نیز با داده‌های تجربی مقایسه می‌شوند. همچنین دقت و بازه انـرژی مربوط بررسی خواهد شد.

در فصل دوم این رساله روش کلی برای محاسبه چگالی تراز ارائه شـد و سـپس ایـن روش بـرای ساده ترین مدل هسته ای که همان گاز فرمی است،با یک نوع ذره مـستقل بکـار بـرده شـد،و در ادامـه چگالی تراز برای سیستمی با دو نوع فرمیون محاسبه می شود. در فصل سوم چگالی تراز هـسته ای بـا روش جدید محاسبه می شود.در فصل چهارم روش انجام محاسبات با استفاده از معادلات بدسـت آمـده از فصل سوم بیان می شود. نتایج چگالی تراز تئوری به ازاء پارامتر چگـالی هـسته ای مختلـف و نتـایج تجربی و همچنین نتایج حاصل از محاسبات گروه های مختلف در نمودار های چگـالی تـراز بـر حـسب انرژی برانگیختگی در شکل های (۴-۱) تا (۴-۴۶) نشان داده می شود. در فـصل پـنجم نتـایج بدسـت آمده از محاسبات مورد بحث و بررسی قرار می گیرد.

---

[1].*Laplace Transform*

فصل دوم

محاسبه چگالی تراز با استفاده از تابع پارش

۲- محاسبه چگالی تراز[1] با استفاده از تابع پارش

۲-۱- تابع پارش ساده

هرگاه یک سیستم با مقادیر ویژه انرژی $E_1, E_2, ..., E_i$ داشته باشیم، برای چنین سیستمی با طیف انرژی گسسته E_i تابع پارش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z(\beta)=\sum_i e^{-\beta E_i} \qquad (۲-۱)$$

اگر هسته بر انگیخته[2] را به صورت یک سیستم در حال تعادل در نظر بگیریم β عکس دما است.

و چگالی حالت[3] را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از یک سری توابع دلتای دیراک نمایش داد:

$$\omega(E)=\sum_i \delta(E-E_i) \qquad (۲-۲)$$

که این در یک فاصله انرژی که تعداد زیادی حالات را شامل می‌شود متوسط‌گیری شده است. معادله (۲-۱) را می‌توان با استفاده از معادله (۲-۲) به صورت زیر نوشت:

$$Z(\beta)=e^{\beta E_1}+...+e^{-\beta E_i}=\int_0^\infty \omega(E)\, e^{-\beta E} dE \qquad (۲-۳)$$

---

[1]. *Level density*
[2]. *Excited Energy*
[3]. *State density*

زیرا هرچه تعداد ترازها زیاد شود، فاصله بین آنها کم می‌شود و $Z(\beta)$ تقریباً پیوسته در نظر گرفته می‌شود. $\omega(E)dE$ تعداد حالت‌هایی است که بین انرژی E و $E+dE$ قرار دارد.

برای بدست آوردن $\omega(E)$ می‌توان تبدیل لاپلاس معادله (۲-۳) را معکوس کرد.

$$\omega(E) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} Z(\beta) e^{\beta E} d\beta = \frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} e^{\ln Z(\beta)+\beta E} d\beta \qquad (۲\text{-}۴)$$

با توجه به این واقعیت که انتگرال ده تابعی از β است برای محاسبه انتگرال ده از تقریب نقطه زینی[1] [۱۳] استفاده می‌کنیم. بنابراین عمده‌ترین نقش را در انتگرال ده، ناحیه کوچکی حول نقطه پایدار[2]، β_0, خواهد داشت.

$$\left(\frac{\partial\left(e^{\beta E} Z(\beta)\right)}{\partial\beta}\right)_{\beta_0} = 0$$

$$\left(EZ(\beta)e^{\beta E} + \frac{\partial Z(\beta)}{\partial\beta}e^{\beta E}\right)_{\beta_0} = 0$$

$$\left[e^{\beta E}\left(EZ(\beta) + \frac{\partial Z(\beta)}{\partial\beta}\right)\right]_{\beta_0} = 0$$

$$EZ(\beta_0) + \frac{\partial Z(\beta_0)}{\partial\beta_0} = 0$$

$$\frac{\partial Z(\beta_0)}{Z(\beta_0)}\frac{1}{\partial\beta_0} + E = 0$$

$$\frac{\partial \ln Z(\beta_0)}{\partial\beta_0} + E = 0 \qquad (۲\text{-}۵)$$

با تغییر متغیر $f(\beta) = \ln Z(\beta) + \beta E$ و بسط آن حول نقطه β_0 تا مرتبه دوم خواهیم داشت:

$$f(\beta) = \ln Z(\beta_0) + \beta_0 E + \frac{\partial f}{\partial\beta_0}(\beta-\beta_0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial\beta_0^2}(\beta-\beta_0)^2 \qquad (۲\text{-}۶)$$

---

[1]. *Saddle Point Approximation*
[2]. *Stationary Point*

$$\frac{\partial f}{\partial \beta_0}=\frac{\partial \ln Z\left(\beta_0\right)}{\partial \beta_0}+E=0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \beta_0^2}=\frac{\partial^2 \ln Z\left(\beta_0\right)}{\partial \beta_0^2} \tag{۷-۲}$$

با جایگزین کردن معادلات (۲-۶) و(۲-۷) در معادله (۲-۴) خواهیم داشت:

$$\omega(E)=\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\exp\left\{\ln Z\left(\beta_0\right)+\beta_0 E+\tfrac{1}{2}\left(\beta-\beta_0\right)^2\frac{\partial^2 \ln Z\left(\beta_0\right)}{\partial \beta_0^2}\right\}d\beta \tag{۸-۲}$$

با تغییر متغیر $B=\frac{\partial^2 \ln Z\left(\beta_0\right)}{\partial \beta_0^2}$ داریم:

$$\omega(E)=\frac{\exp\left(\ln Z\left(\beta_0\right)+\beta_0 E\right)}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\exp\left[\tfrac{1}{2}B\left(\beta-\beta_0\right)^2\right]d\beta$$

با تغییر متغیر $\beta=i\,\beta'$ ،$\beta_0=i\,\beta_0'$ ،$d\beta=d\beta'$ خواهیم داشت:

$$\int_{-i\infty}^{i\infty}\exp\left(\tfrac{1}{2}B\left(\beta-\beta_0\right)^2\right)d\beta=\int_{-i\infty}^{i\infty}\exp\left(\tfrac{1}{2}B\left(\beta^2-\beta_0^2-2\beta\beta_0\right)\right)d\beta$$
$$=\exp\left(\tfrac{1}{2}B\beta_0^2\right)\int_{-i\infty}^{i\infty}\exp\left(\frac{1}{2}B\beta'^2-B\beta_0'\beta'\right)d\beta$$
$$=\exp\left(\tfrac{1}{2}B\beta_0^2\right)\int_{-i\infty}^{i\infty}e^{-\frac{1}{2}B\beta'^2+B\beta_0'\beta'}d\beta$$

از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha x^2\pm\beta x}dx=\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}e^{\beta^2/4\alpha}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{1}{2}B\beta'^2+B\beta_0'\beta'}=\left(\frac{\pi}{\frac{1}{2}B}\right)^{\frac{1}{2}}e^{B^2\beta_0'^2/2B}=\left(\frac{2\pi}{B}\right)^{\frac{1}{2}}e^{B\beta_0'^2/2}$$

$$i\int_{-\infty}^{\infty}e^{+\frac{1}{2}B\beta^2-B\beta_0\beta}=i\left(\frac{2\pi}{B}\right)^{\frac{1}{2}}e^{\frac{-B\beta_0^2}{2}}$$

$$\omega(E)=\frac{\exp\{\ln Z(\beta_0)+\beta_0 E\}}{\left\{2\pi\frac{\partial^2 \ln Z(\beta_0)}{\partial \beta_0^2}\right\}^{1/2}} \quad (۹-۲)$$

با استفاده از این رابطه، با داشتن تابع پارش ساده و انرژی و دما می توانیم چگالی حالـت را بـه دسـت آوریم.

در مکانیک آماری کمیت $\ln Z(\beta_0)+\beta_0 E = S$ آنتروپی سیستم ترمودینامیکی تعریف می‌شود و مقدار β در نقطه پایدار β_0 مساوی با عکس دمای سیستم است.

$$T=\frac{1}{\beta_0}$$

$$\frac{\partial S}{\partial E}=\frac{\partial}{\partial E}\{\ln Z(\beta_0)+\beta_0 E\}$$

$$=\frac{\partial \beta_0}{\partial E}\frac{\partial}{\partial \beta_0}\{\ln Z(\beta_0)\}+\beta_0+E\frac{\partial \beta_0}{\partial E}$$

$$=\frac{\partial \beta_0}{\partial E}\left\{\frac{\partial}{\partial \beta_0}\left[\ln Z(\beta_0)\right]+E\right\}+\beta_0$$

با استفاده از معادله (۲-۵) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial S}{\partial E}=\beta_0=\frac{1}{T} \quad (۱۰-۲)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۲-۵) و جایگزینی آن در معادله (۲-۹) , $\omega(E)$ را می‌تـوان بـه صـورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \ln Z(\beta_0)}{\partial \beta_0}=-E \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \beta_0}\left(\frac{\partial \ln Z(\beta_0)}{\partial \beta_0}\right)=-\frac{\partial E}{\partial \beta_0}$$

$$\frac{\partial^2 \ln Z(\beta_0)}{\partial \beta_0^2}=-\frac{\partial E}{\partial \beta_0}$$

$$\omega(E)=\frac{\exp(S)}{\left(-2\pi\frac{\partial E}{\partial \beta_0}\right)^{1/2}} \quad (۱۱-۲)$$